CONSTANTIN POPA
Prof. gr. I
Colegiul Național "Nicu Gane" Fălticeni

FIZICA

Îndrumător metodic

409 Probleme rezolvate

Nivel liceal

Vol. II

II-19.995

OMNIA
Iaşi, 2006

BIBL. CENTR. UNIV.
„M. EMINESCU" IAŞI
FIZICA
II-19995

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CONSTANTIN POPA

Fizică
409 probleme rezolvate

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Coperta: Călin Cocora

Carte aparută cu sprijinul Primăriei Municipiului Fălticeni

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
POPA, CONSTANTIN
Fizica : îndrumător metodic : 409 probleme rezolvate : nivel liceal / Constantin Popa - Ed. a 2-a. -Iași : Omnia, 2006
2 vol.
ISBN (10) 973-87531-0-4 ; ISBN (13) 978-973-87531-0-5

53(075.35)(076.3)

Editura OMNIA
IASI, 2006
TEL: 0232.435.734

ISBN 973 – 87531 – 0 – 4

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CONSTANTIN POPA
Prof. Gr I
Colegiul Național "Nicu Gane" Fălticeni

Fizică

Îndrumător metodic

409 probleme rezolvate

Nivel liceal

Vol.II

Ediția a II – a

135204
B.C.U. - IASI

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cuprins

5. Fenomene electrice şi magnetice.....396

6. Probleme rezolvate 437

7. Fenomene optice 571

8. Probleme rezolvate 598

9. Fenomene cuantice, atomice şi nucleare. 666

10. Probleme rezolvate 703

11. Mărimi fizice şi unităţi.....739

12. Bibliografie 744

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

FENOMENE ELECTRICE ŞI MAGNETICE

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Breviar

Capitolul 1. CÂMP ELECTROSTATIC

1.1. Electrizare. Sarcină electrică. Legea lui Coulomb.

Electrizare: prin frecare
prin contact
prin inducție

Interacțiunile electrostatice: de atracție: sarcinile electrice de semn contrar
de respingere: sarcinile electrice de același semn

Sarcina electrică Q: - mărime fizică scalară introdusă cu scopul de a exprima cantitativ proprietatea pe care o manifestă corpurile electrizate;

- mărime derivat și este definită prin formula

$$Q = I \bullet t \quad <Q>_{SI} = <I>_{SI} \bullet <t>_{SI}$$

$$\rightarrow 1C = 1A \bullet 1s$$

Un coulomb reprezintă sarcina electrică transportată prin secțiunea transversală a unui conductor de un curent staționar, cu intensitatea de un amper, în timp de o secundă.

Sarcina electrică a unui corp electrizat poate avea numai valori egale cu multipli întregi ai sarcinii electrice elementare: $Q = n \bullet e$ unde $n \in Z$.

Sarcina electrică Q este o mărime cuantificată, deoarece valoarea ei depinde de $n = 1,2,3,.....$.

Principiul conservării sarcinii electrice: pentru un sistem izolat din punct de vedere electric , suma algebrică a sarcinilor electrice ale corpurilor din sistem rămâne constantă. Câmp electric: forma de existență a materiei; din jurul

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

corpurilor electrizate, care se manifestă prin acțiuni asupra altor corpuri cu sarcină electrică.

Legea lui Coulomb: $F = K\dfrac{|q_1 \bullet q_2|}{r^2}$ unde $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}$ iar

$\varepsilon = \varepsilon_0 \bullet \varepsilon_r$.

Modulul forței de interacțiune dintre două sarcini electrice punctiforme este direct proporțională cu produsul sarcinilor electrice și invers proporțional cu pătratul distanței dintre ele.

$K \rightarrow$ o constantă de proporționalitate ce depinde de mediul unde interacționează sarcinile electrice. În sistemul internațional S.I. $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$ se numește permitivitate, $\varepsilon_0 \rightarrow$ permitivitatea vidului și are valoarea; $8{,}854 \bullet 10^{-12}\dfrac{F}{m}$, $\varepsilon_r \rightarrow$ permitivitatea relativă a mediului. Forma vectorială a legii lui Coulomb:

$F = K\dfrac{|q_1 \bullet q_2|}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{r}$.

1.2. Intensitatea câmpului electric.

Se numește intensitate a câmpului electric $\vec{E}$, raportul dintre forța $\vec{F}$ ce acționează asupra unei sarcini corp de probă și mărimea q a sarcinii electrice a acestuia: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$. Modulul vectorului $\vec{E}$ este: $E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon r^2 q} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

unde $Q \rightarrow$ sarcina electrică generatoare de câmp electric, iar q sarcina electrică a corpului de probă.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

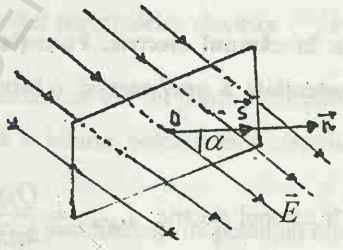
Expresia vectorială pentru: $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{r}$.

În cazul când sarcina electrică q se află într-un punct P și în jurul ei se găsesc sarcinile electrice: Q_i unde $i = 1,2,3,.....,n$, atunci asupra ei va acționa forța $\vec{F} = q\vec{E}$, unde $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$.

Principiul superpoziției: Intensitatea vectorială într-un punct este egală cu suma vectorială a intensităților câmpurilor electrice create în acel punct de fiecare sarcină electrică.

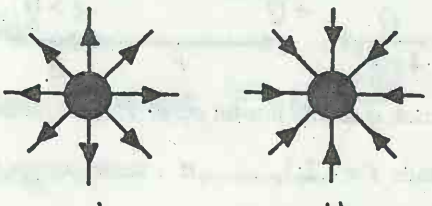
Densitatea electrică superficială $\sigma = \frac{Q}{S}$ adică raportul dintre sarcina electrică Q distribuită pe suprafața S, și mărimea acestei suprafețe .

Fluxul electric Φ, printr-o suprafață S, a cărei normală $\vec{n}$ face un unghi α cu liniile de câmp, este o mărime scalară definită prin relația: $\Phi = \vec{E} \bullet \vec{S} = ES\cos\alpha$, unde $\vec{S} = S\vec{n}$ iar $\vec{n}$ este vector unitate.

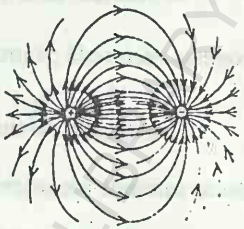


Linia de câmp electric este o curbă în permanență tangentă la vectorul $\vec{E}$. Sensul liniei de câmp depinde de semnul sarcinii generatoare Q și coincide cu sensul de deplasare a unei sarcini electrice $q > 0$.

FIZICA
ECU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



Liniile de cîmp ale unui corp punctiform încărcat:
a) pozitiv; b) negativ.



Liniile de cîmp în cazul a două corpuri punctiforme cu sarcini egale, de semne opuse.

Câmpul electric dintre două plăci metalice şi paralele, izolate una de alta şi încărcate cu sarcini electrice de semn contrar, încât liniile de câmp sunt paralel şi echidistante, este un câmp electric uniform.

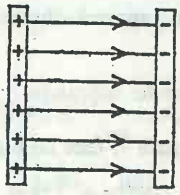
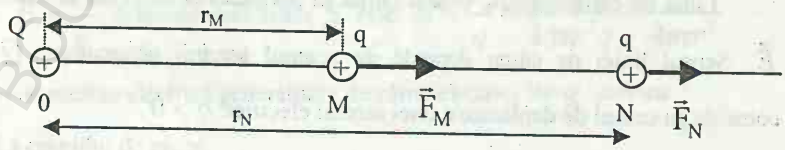


Fig. 7.6: Liniile de cîmp în cazul unui cîmp uniform.

În fiecare punct dintre plăcile metalice, câmpul electric are aceiaşi intensitate.

1.3. Lucrul mecanic în câmpul electric. Potenţialul electric. Tensiunea electrică. Energia potenţială a unei sarcini q într-un punct al câmpului electric.

- Lucrul mecanic în câmpul electric: $L_{M-N} = \frac{Q_i q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N}\right)$



BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ "MIHAI EMINESCU" IAŞI

$Q \rightarrow$ sarcina electrică generatoare de câmp electric

$q \rightarrow$ sarcina electrică corp de probă

$\varepsilon \rightarrow$ permitivitatea electrică a mediului

$r_M \rightarrow$ distanța de la 0 la M

$r_N \rightarrow$ distanța de la 0 la N

Potențialul electric într-un punct este o mărime scalară definită prin raportul dintre lucrul mecanic efectuat de câmp pentru a deplasa corpul de probă din acel punct într-un punct de referință aflat la infinit ($r_N = \infty$), și sarcina q a corpului de probă.

Potențialul electric a unui punct M din câmpul electric:

$$V_M = \frac{L_{M\to\infty}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_M}$$

- Potențialul electric V a unui punct oarecare la distanța r de sarcina generatoare Q este dat de formula : $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$.

Principiul superpoziției potențialelor electrice : $V = \sum_{i=1}^{n} V_i$ adică: mai multe sarcini electrice determină într-un punct a câmpului electric un potențial egal cu suma algebrică a tuturor potențialelor electrice create de sarcinile electrice respective.

- Tensiunea electrică sau diferență de potențial între două puncte M și N și sarcina electrică a corpului de probă q :

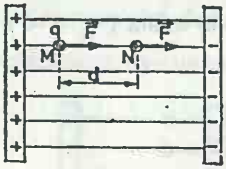
$$U = V_M - V_N = \frac{L_{MN}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N}\right) \text{ sau } L = qU$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

din $L = qU \rightarrow U = \frac{L}{q} \rightarrow < U >_{SI} = \frac{< L >_{SI}}{< q >_{SI}} \rightarrow 1V = \frac{1J}{1C}$

Voltul reprezintă tensiunea electrică dintre două puncte ale unui câmp electric, între care se efectuează un lucrul mecanic de $1J$ pentru a deplasa sarcina electrică de $1C$.

Într-un câmp electric uniformă (între armăturile unui condensator plan, aflate la distanța d) între E, U și d există relația: $E = \frac{U}{d} \rightarrow$



Forța electrică sub acțiunea căreia corpul cu sarcină q se deplasează din M în N într-un cîmp uniform este constantă.

$$< E >_{SI} = \frac{V}{m} = \frac{Volt}{metru}$$

Cele două unități pentru E sunt $\frac{N}{C}$ și $\frac{V}{m}$ ce se folosesc în cadrul rezolvărilor de probleme.

- Energia potențială a unei sarcini q, într-un punct al câmpului electric se definește ca fiind produsul dintre potențialul electric V din acel punct și sarcina electrică q adică: $E_{pc} = Vq = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon r}$ valabilă numai pentru câmpul electric radial creat de o sarcină punctiformă Q.

Câmpul electrostatic este un câmp de forțe conservativ și posedă energie potențială și a cărei variație este egală și de semn contrar cu lucrul mecanic al forțelor electrice.

- Conductor izolat în câmpul electrostatic.

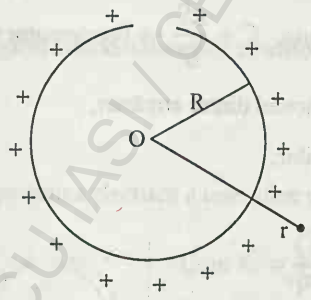
Un conductor electrizat și izolat din punct de vedere electric este în echilibru electrostatic dacă sarcina electrică liberă cu care este încărcat se află în repaus. Pe un conductor izolat, sarcina electrică se distribuie numai pe fața

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

exterioară a conductorului , iar în interiorul lui nu se află sarcină electrică, încât intensitatea câmpului în orice punct este nulă, iar potențialul electric este constant și diferit de zero. Toate punctele din interiorul unui conductor, în echilibrul electrostatic, au același potențial, egal cu însuși potențialul conductorului. Intensitatea câmpului electric este nulă în interior iar de pe orice punct de pe suprafața exterioară conductorului este nenulă. Pe suprafețe echipotențiale, potențialul în fiecare punct este diferit de zero și are valoare constantă, în timp ce diferența de potențial este nulă.

Sfera conductoare goală sau plină nu este studiată în cadrul orelor de fizică, iar în culegeri de probleme, sunt probleme des întâlnite și cu grad de dificultate diferit, fapt pentru care voi preciza anumite mărimi fizice : intensitatea câmpului electric, potențialul electric : în interiorul sferei , pe sferă și în exteriorul ei la o anumită distanță de centrul ei.

Presupunem că sfera conductoare este încărcată cu sarcina electrică Q, are raza R și complet izolată electric de alte corpuri înconjurătoare. Considerăm că sfera este goală în interior, însă relațiile sunt valabile și în cazul când sfera este plină.



$$E_{sup} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R^2}; \quad V_{sup} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$$

$$E_{int} = 0 \quad V_{int} = V_{sup} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}, V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$$

Tensiunea electrică dintre două puncte fie pe sferă, sau în interiorul ei este nulă iar lucrul mecanic $L = 0$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.4. Capacitatea electrică. Condensatori.

Capacitatea electrică a unui conductor izolat şi îndepărtat de corpurile înconjurătoare, este o mărime fizică scalară şi are formula de definiţie: $C = \frac{Q}{V}$ unde Q reprezintă sarcina electrică cu care este încărcat conductorul iar V este potenţialul electric corespunzător.

$< C >_{SI} = \frac{< Q >_{SI}}{< V >_{SI}} \rightarrow 1F = \frac{1C}{1V}$. Faradul reprezintă capacitatea electrică a unui conductor izolat electric faţă de alte corpuri înconjurătoare, încărcat cu sarcina electrică de $1C$ şi are potenţialul electric de $1V$.

Condensator.

Condensatorul este format dintr-un ansamblu de două conductoare (armături) încărcate cu sarcini electrice egale în modul, dar de semne contrare.

Când un condensator este încărcat cu sarcină electrică Q şi sub potenţialele : V_1 şi V_2 formula capacităţii electrice: $C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$.

Condensatorii pot avea capacitate fixă sau capacitatea electrică variabilă:

După forma armăturilor, condensatorii pot fi: plani, sferici şi cilindrici.

Capacitatea electrică se calculează cu formula: $C = \frac{\varepsilon S}{d} \rightarrow$ condensator plan.

unde $\varepsilon \rightarrow$ permitivitatea dielectricului dintre armături,

$S \rightarrow$ suprafaţa comună a armăturilor,

$d \rightarrow$ distanţa dintre armături.

$C = 4\pi\varepsilon \frac{Rr}{R - r} \rightarrow$ condensator sferic

R şi r sunt razele armăturilor sferice

BCU MAS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$C = \dfrac{2\pi l\varepsilon}{\ln\dfrac{R}{r}} \rightarrow$ condensator cilindric unde $l \rightarrow$ lungimea generatoarei armăturilor cilindrului de raze R şi r.

Energia condensatorului încărcat : $W = \dfrac{QU}{2} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}\varepsilon SdE^2 =$

$= \dfrac{1}{2}\varepsilon V\dfrac{E^2}{2}$ unde $V = Sd \rightarrow$ volumul dielectricului.

Densitatea de energie a câmpului electrostatic: $w = \dfrac{W}{V} = \dfrac{\varepsilon E^2}{2}$

Forţa de atracţie dintre plăcile unui condensator plan: $W = Fd = \dfrac{CU^2}{2} =$

$= \dfrac{QU}{2} = \dfrac{Q^2}{2C} \rightarrow Fd = \dfrac{CU^2}{2}$, $C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$, încât $Fd = \dfrac{\varepsilon S}{d}\dfrac{U^2}{2} \rightarrow$

$F = \dfrac{\varepsilon SU^2}{2d^2} \rightarrow$ forţa de atracţie dintre plăcile unui condensator plan.

- Legarea condensatoarelor electrice:

Serie:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Paralel:

$$C_p = \sum_{i=1}^{n} C_i = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

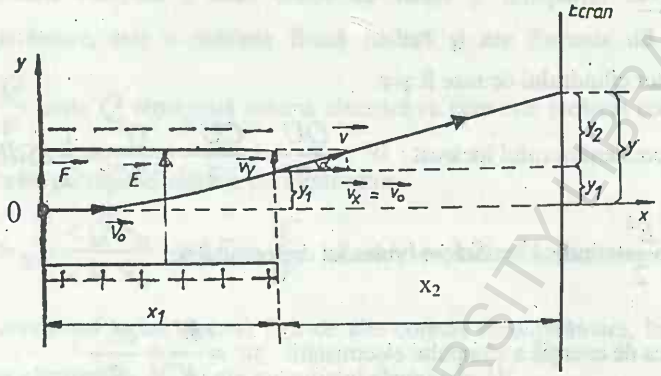
- Capacitatea electrică a unei sfere conductoare.

Cum $C = \dfrac{Q}{V}$, iar $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon R}$ obţinem:

$C = \dfrac{Q4\pi\varepsilon R}{Q} = 4\pi\varepsilon R \rightarrow C = 4\pi\varepsilon R$ unde $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.5. Deviația particulelor de sarcină electrică în câmp electric uniform.



Deviația în câmp electric: $y_1 = \dfrac{qU}{2mdv_0^2}x_1^2$, în afara câmpului electric:

$y_2 = \dfrac{qUx_1x_2}{2mdv_0^2}$, iar deviația totală măsurată pe ecran este:

$y = y_1 + y_2 = \dfrac{qUx_1}{2mdv_0^2}(x_1 + 2x_2)$ unde : $q \rightarrow$ sarcina electrică a particulei

$m \rightarrow$ masa particulei , $v_0 \rightarrow$ viteza particulei perpendiculare pe $\vec{E}$,

$x_1 \rightarrow$ lungimea unei armături a condensatorului plan, $x_2 \rightarrow$ distanța de la condensator la ecran și $U \rightarrow$ tensiunea electrică aplicată condensatorului.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL2. CURENTUL ELECTRIC STAȚIONAR (continuu)

2.1 Curentul electric în conductoare metalice.

Curentul electric în conductoarele metalice este dat de mișcarea ordonată a electronilor liberi sub acțiunea unui câmp electric generat de o tensiune electrică.

Electronii din metale provin din electronii de valență și nefiind legați de la atomii de la care provin, trec ușor de la un atom la altul și atunci când se aplică un câmp electric, capătă o mișcare ordonată formând curentul electric. Curentul electric se numește staționar prin faptul că viteza mișcării de ansamblu a electronilor este constantă, independentă de timp, în orice secțiune a conductorului.

Dacă la capetele unui conductor metalic există o diferență de potențial constantă, atunci electronii liberi capătă o mișcare de ansamblu ordonată, de viteză constantă, independentă de timp, în orice secțiune a conductorului formând curentul electric staționar. Dispozitivul pentru producerea și menținerea constantă a diferenței de potențial la capetele unui conductor se numește generator electric. Generatoarele transformă un anumit tip de energie, în energia câmpului electric.

Tipuri de generatoare electrice:

- elemente galvanice și acumulatori electrici
- dinamuri și alteratoare
- termoelemente
- fotoelemente

Circuit electric →ansamblu format din: generatorul electric, conductoarele de legătură, consumatori electrici, întrerupător, aparate de măsură ale intensității curentului electric, cât și a tensiunii electrice.

Curentul electric are trei efecte principale: termic, chimic și magnetic.

BCU IAȘI / CENTRALA UNIVERSITARĂ / LIBRARY

Curentul electric dintr-un circuit electric este caracterizat de o mărime scalară numită intensitatea curentului electric şi are relaţia de definiţie: $I = \frac{Q}{t}$ unde Q este sarcină electrică, t timpul în care sarcină electrică Q străbate secţiunea transversală a conductorului electric.

Intensitatea curentului electric I este o mărime fundamentală a Sistemului Internaţional de Unităţi iar unitatea ei este amperul (A) . Intensitatea curentului electric se măsoară cu ampermetru, montat în serie în circuitul electric.

Sensul curentului electric coincide cu sensul de deplasare a sarcinilor pozitive şi cu sensul câmpului electric. Electronii se deplasează în sens invers câmpului electric.

Densitatea de curent reprezintă intensitatea curentului electric prin unitate de suprafaţă a secţiunii transversale a conductorului electric şi are formula de definiţie: $j = \frac{I}{S} = nev$ unde $n \rightarrow$ concentraţia de electroni, $e \rightarrow$ sarcina electronului , $v \rightarrow$ viteza de transport a electronilor.

Între $\vec{j}$, σ (conductivitatea electrică a materialului) şi intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ există relaţia : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (vectorial) sau $j = \sigma E$, relaţie ce se numeşte şi legea conducţiei electrice. Între conductivitatea electrică a materialului σ şi rezistivitatea electrică există relaţia $\sigma = \frac{1}{\rho}$.

Rezistenţa electrică reprezintă proprietatea unui conductor de a se opune trecerii curentului electric prin el. Rezistenţa electrică este dată de raportul constant dintre tensiunea electrică U aplicată la capetele unui conductor şi intensitatea curentului ce-l străbate:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$R = \frac{U}{I}$. Unitatea rezistenței conductorului în S.I. este ohmul (Ω):

$1\Omega = \frac{1V}{1A}$. Un conductor electric are o rezistență electrică de 1Ω, atunci când aplicându-i la capete tensiunea electrică de $1V$, lasă să treacă prin el un curent electric de intensitate constantă de $1A$.

Rezistența electrică R, a unui conductor de lungime l, de secțiune transversală S și de rezistivitate electrică a materialului ρ, se calculează cu formula: $R = \rho\frac{l}{S}$.

Rezistența electrică în funcție de temperatură are formula: $R = R_0(1+\alpha t)$ unde R este rezistența electrică a conductorului la temperatura t, R_0 este rezistența electrică la temperatura 0^0C și α se numește coeficient de temperatură al rezistivității. Rezistivitatea electrică a materialului din care este construit un conductor depinde de temperatură după legea: $\rho = \rho_0(1+\alpha t)$ unde ρ_0 este rezistivitatea materialului la 0^0C iar ρ rezistivitatea materialului la t^0C.

2.2. Legile curentului electric continuu și aplicații.

- Legea lui Ohm: a) pe o porțiune de circuit: $I = \frac{U}{R}$ sau $I = \frac{u}{r}$ unde;

$U \rightarrow$ tensiunea circuitului exterior

$R \rightarrow$ rezistența electrică a circuitului exterior

$u \rightarrow$ tensiunea interioară a circuitului interior

$r \rightarrow$ rezistența electrică a circuitului interior (a generatorului electric)

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) pe întreg circuitul $I = \frac{E}{R+r}$ unde $E \rightarrow$ reprezintă tensiunea electromotoare a generatorului electric. Între E, U şi u există : $E = U + u$.

- Legile lui Kirchhoff:

- Prima lege: suma algebrică a intensităţii curenţilor electrici ce se întâlnesc într-un nod de este egală cu zero: $\sum_{i=i}^{n} I_i = 0$

- A doua lege: suma algebrică a tensiunilor electromotore de-a lungul unui ochi de reţea este egală cu suma algebrică a produsului dintre intensitatea curentului şi rezistenţa totală pentru fiecare ramură (latura): $\sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{j=1}^{m} I_j R_j$.

- Gruparea rezistoarelor: 1) în serie: $R_S = R_1 + R_2 + ... + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$;

2) în paralel: $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

- Energia şi puterea curentului electric:

Pentru circuitul exterior: $W_{ext} = Uq = UIt = \frac{U^2}{R} t = RI^2 t$

Pentru circuitul interior: $W_{\text{int}} = uq = uIt = \frac{u^2}{r} t = rI^2 t$

Energia electrică totală: $W = EIt = \frac{E^2}{(R+r)} t = (R+r) I^2 t$.

- Puterea electrică reprezintă energia dezvoltată în unitatea de timp la bornele unui consumator. Formula puterii curentului electric:

$$P = \frac{W}{t} \quad < P >_{SI} = watt(\text{w})$$

O unitate de energie tolerată este Kwh: $1KWh = 3{,}6 \bullet 10^6 J$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Puterea circuitului extern: $P_{ext} = UI = \frac{U^2}{R} = R^2 I$

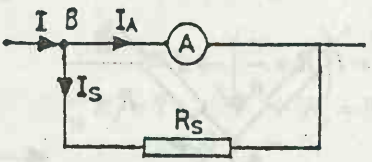
Puterea circuitului intern: $P_{int} = uI = \frac{u^2}{r} = r^2 I$

Puterea electrică totală: $P = EI = \frac{E^2}{R+r} = (R+r)^2 I$

- Formulele des întâlnite de calculare a randamentului electric sunt: $\eta = \frac{U}{E}$ şi $\eta = \frac{R}{R+r}$.

Ca aplicaţii ale legilor curentului electric continuu, pe lângă legarea rezistoarelor în serie şi paralel mai avem: şuntul ampermetrului, a rezistenţei adiţionale ale voltmetrului, cât şi legarea surselor electrice în serie, paralel şi mixt.

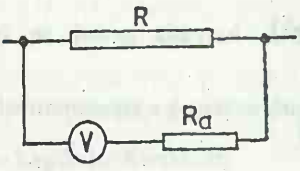
Suntul ampermetrului este o rezistenţă electrică, de valoare mică şi legată la bornele aparatului pentru a-l proteja de curenţi de intensitate mare din circuitul electric şi totodată de a-i mări limita de măsurare. Formula şuntului este $R_S = \frac{R_A}{n-1}$ unde $R_A \rightarrow$ rezistenţa electrică a ampermetrului iar $n = \frac{I}{I_A}$ se mai numeşte factor de multiplicare.



- Rezistenţa adiţională R_a a voltmetrului este o rezistenţă electrică ce se leagă în serie cu voltmetru pentru a-l proteja şi de a-i mări limita de măsurare.

Formula rezistenţei adiţională este : $R_a = R_v(n-1)$ unde : $n = \frac{U}{U_v}$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

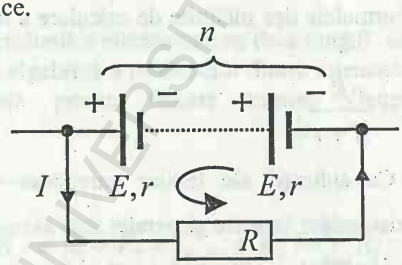


$U \rightarrow$ tensiunea de la bornele unei rezistențe electrice și este mult mai mare decât tensiunea U_v pe care o suportă voltmetru, iar rezistența R_a preia o parte din tensiunea electrică U și în felul acesta paratul este protejat și totodată i se mărește limita de măsurare a tensiunilor electrice.

Gruparea generatoarelor electrice.

1. Gruparea în serie:

Aplicăm a doua lege a lui Kirchhoff:



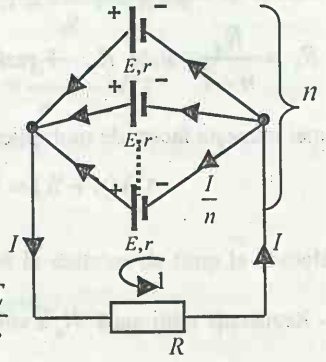
$$nE = I(R + nr) \rightarrow$$

$$I = \frac{nE}{R + nr}$$

La scurt circuit: $R \cong 0$ și atunci $I_{s.c.} = \frac{E}{r}$

2. Gruparea în paralel:

Aplicăm legea II a lui Kirchhoff pe ochiul 1:



$$E = RI + \frac{I}{n}r \rightarrow$$

$$E = I\left(R + \frac{r}{n}\right) \rightarrow I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}}$$

La scurt circuit : $R \cong 0$ și atunci: $I_{s.c.} = n\frac{E}{r}$

3. Gruparea mixtă:

Aplicăm legea II a lui Kirchhoff pe ochiul 1: $nE = RI + \frac{I}{p}nr \rightarrow$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$nE = I\left(R + \frac{nr}{p}\right) \rightarrow \qquad I = \frac{nE}{R + \frac{nr}{p}} \rightarrow$$ n numărul de generatoare electrice legate în serie într-o ramură iar $p \rightarrow$ numărul ramurilor din circuit legate în paralel.

Numărul total de generatoare electrice este:

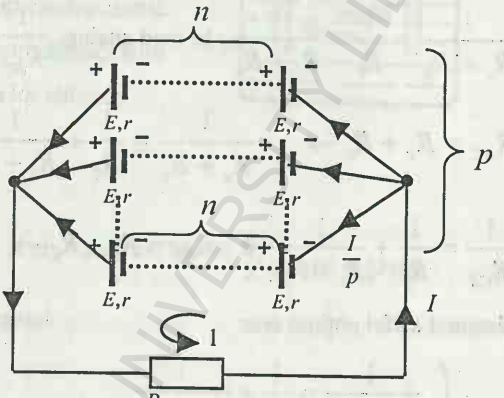
$$N = np$$

La scurt circuit: $R \cong 0$

și atunci:

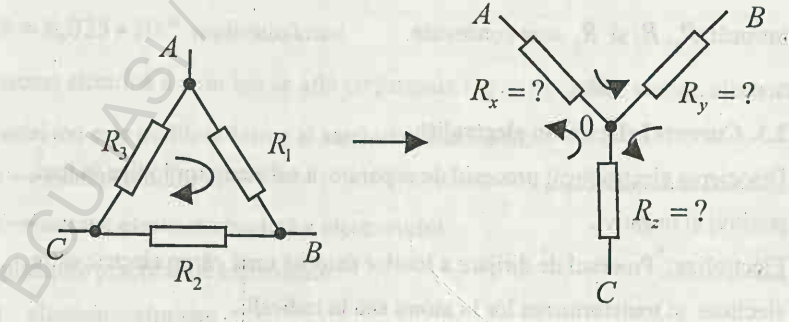
$$I_{S.C.} = \frac{nEp}{nr} = \frac{E}{r}p \rightarrow$$

$$I_{S.C.} = p\frac{E}{r}$$



Intensitatea și puterea maximă în circuitul exterior are loc când: $R_{ext} = r_{int}$ adică rezistența totală a circuitului exterior să fie egală cu rezistența interioară a generatoarelor electrice grupate în serie, paralel sau mixt.

Metoda trecerii rezistențelor din triunghi în stea. Considerăm trei rezistențe R_1, R_2 și R_3 legate în triunghi:



Necunoscute sunt rezistențele R_x, R_y și R_z și pe care trebuie să le aflăm

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

dintr-un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute. Pentru obținerea celor trei ecuații se procedează astfel:

$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+R_3}$ și $R_{AB}=R_x+R_y$, încât prima ecuație este:

$\frac{1}{R_x+R_y}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+R_3}$; în mod analog: $\frac{1}{R_{BC}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_1}$

$R_{AC}=R_y+R_z\rightarrow \quad \frac{1}{R_y+R_z}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_1}$ a doua ecuație și în fine

$\frac{1}{R_{CA}}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1+R_2}$ și $R_{CA}=R_z+R_x\rightarrow \frac{1}{R_z+R_x}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1+R_2}$

Sistemul astfel obținut este:

$$\begin{cases}\frac{1}{R_x+R_y}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+R_3}\\ \frac{1}{R_y+R_z}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_1}\\ \frac{1}{R_z+R_x}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1+R_2}\end{cases}$$

Prin rezolvarea acestui sistem aflăm rezistențele necunoscute R_x, R_y și R_z, întrucât R_1, R_2 și R_3 sunt cunoscute.

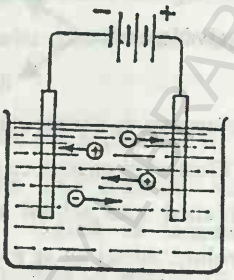
2.3. Curentul electric în electroliți.

Disocierea electrolitică: procesul de separare a substanțelor ionice în ioni pozitivi și negativi.

Electroliza: Procesul de dirijare a ionilor datorită unui câmp electric către electrozi și transformarea lor în atomi sau în radicali .

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Legile electrolizei (Faraday 1833)



Prima lege: Masa de substanţă (m) separată dintr-un electrolit este proporţională cu sarcina electrică Q transportată : $m = KIt = KQ$

unde K se numeşte echivalent electrochimic.

A doua lege: echivalenţi electrochimici sunt proporţionali cu echivalenţii lor chimici:

$$K = \frac{1}{F}\frac{A}{n} \text{ unde:}$$

$F \rightarrow$ numărul lui Faraday şi are valoarea: 96400 $C/echiv. \bullet gram$

$A \rightarrow$ masa atomică a substanţei

$n \rightarrow$ valenţa substanţei

Dacă introducem $K = \frac{1}{F}\frac{A}{n}$ în $m = KIt$ se obţine aşa denumita lege generală a electrolizei: $m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}It = \frac{1}{F}\frac{A}{n}Q$.

Valoarea absolută a sarcinii electronului se determină din relaţia

$q = |e| = \frac{F}{N} = 1{,}6 \bullet 10^{-19}$ C, unde $F = 96400\, C/echiv \bullet gram$ şi

$N = 6{,}023 \bullet 10^{26}$ molecule/kmol

Sarcina electrică a unui ion se află cu formula : $q = ne$ adică sarcina electrică a unui ion este multiplu întreg al sarcinii electronului:

$n \rightarrow$ valenţa ionului

$e \rightarrow$ sarcina electrică absolută a electronului

Aplicaţiile practice ale electrolizei:

a) electrometalurgice

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

b) galvanotehnice → galvanoplastia
galvanostegia

c) obținerea de diverse substanțe pe cale electrolitică

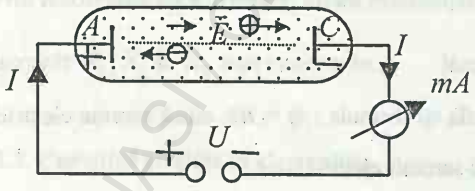
Obs. Electroliza poate fi cu anod solubil și cu anod insolubil.

Când anod este solubil adică de aceiași natură cu substanța din vasul electrolitic, atunci nu se produce polarizarea electrozilor și nu apare t.e.m. de polarizare E_p iar: $I = \frac{E}{R+r}$ unde R este rezistența electrolitului, r este rezistența internă a sursei electrice și E t.e.m. a generatorului electro.

Dacă anodul este insolubil adică de natură diferită cu a electrolitului din vasul electrolitic, atunci are loc o polarizare a electrozilor și t.e.m. de polarizare E_p se opune t.e.m. E a sursei electrice, iar: $I = \frac{E - E_p}{R+r}$.

2.4. Curentul electric în gaze.

Gazele în general conțin purtători de sarcină (ioni pozitivi, negativi, electroni) în concentrație mică și se mișcă datorită agitației termice. Dacă acestora li se aplică o tensiune suficientă între doi electrozi așezați într-un tub de sticlă, atunci fiind dirijați ordonat, dau naștere la un curent electric.



Trecerea unui curent electric printr-un gaz se numește descărcare electrică.

Caracterul descărcării în gaz depinde de anumiți factori: presiunea și temperatura gazului, poziția, forma și dimensiunile electrozilor, tensiunea aplicată și poate lua diferite forme.

Purtătorii mobili într-un gaz iau naștere datorită interacțiunilor cu diferite radiații : radioactive, ultraviolet, radiații X și temperaturi. Pentru ca electronul

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

să părăsească atomul trebuie să i se comunice o anumită energie, numită energie de ionizare. Lucrul de extracţie a electronului este: $L = eV$ unde V se numeşte potenţial de ionizare.

Dacă într-un tub de descărcare există o presiune mai mică decât 10^{-2} torr, dispare orice fenomen luminos, însă pe peretele opus catodului apare o luminiscenţă galben-verzuie. Goldstein (1876) explică că luminiscenţa respectivă, se datorează unor radiaţii care în interacţiune cu peretele de sticlă produce acea luminiscenţă galben-verzuie .

Iniţial au fost discuţii asupra acestor radiaţii, dar până la urmă s-au stabilit că sunt un flux de electroni ce se deplasează de la catod spre anod în tubul de descărcare.

Radiaţiile au fost denumite raze catodice şi au proprietăţile:

1) provoacă fluorescenţa unor substanţe,
2) se propagă în linie dreaptă
3) posedă energia cinetică
4) impresionează placa fotografică
5) pot da naştere la raze X,
6) sunt deviate de câmpul magnetic sau cel electric.

S-a constatat experimentul de către J. J. Thonson că razele catodice sunt fluxuri de corpusculi negativi (electroni) şi că devierea lor este independentă de natura gazului din tub şi de natura materialului din care sunt confecţionaţi electrozii. Razele catodice sunt alcătuite din particule universal identice şi au primit denumirea de electroni. Tot Goldstein în 1886, descoperă razele canal alcătuite din particule cu sarcină electrică pozitivă şi că au proprietăţi asemănătoare cu a razelor catodice, însă sensul de deviaţie în câmpuri magnetice şi electrice este diferit. Tot experimental s-a stabilit că deviaţia razelor canal în câmp magnetic sau electric depind de natura gazului din tub şi de natura materialului din care sunt confecţionaţi electrozii.

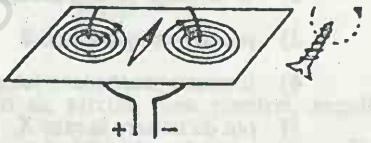
Capitolul 3. CÂMPUL MAGNETIC AL CURENTULUI ELECTRIC

3.1. Câmp magnetic

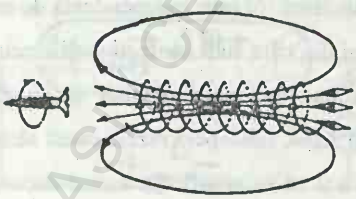
Câmpul magnetic este o formă de existență a materiei, care se manifestă asupra acului magnetic sau asupra conductoarelor parcurse de curent electric. Câmpul magnetic se poate descrie cu ajutorul liniilor de câmp magnetic. Liniile de câmp magnetic sunt curbe închise, de anumite forme și care pot fi puse în evidență cu ajutorul piliturii de fier. Sensul liniilor de câmp la curenți electrici este dat de polul nord al acului magnetic ce se află în apropierea conductorului prin care trece un curent electric. Practic sensul liniilor de câmp se determină cu regula burghiului.

. Regula burghiului pentru a determina sensul liniilor de câmp magnetic produs de un curent electric rectiliniu.

Regula burghiului pentru curentul circular.



Regula burghiului pentru solenoid.



Forța electromagnetică: $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ (*vectorial*).

$$F = BIl \sin \alpha \quad (\textit{în modul}).$$

unde : $I \rightarrow$ intensitatea curentului prin conductor

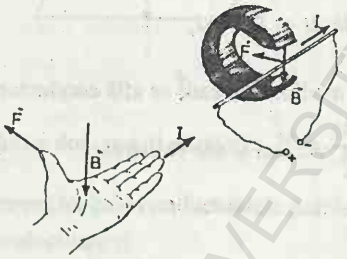
$l \rightarrow$ lungimea conductorului

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$B \rightarrow$ inducția magnetică a câmpului magnetic.

$\alpha \rightarrow$ unghiul dintre vectorii $\vec{Il}$ și $\vec{B}$.

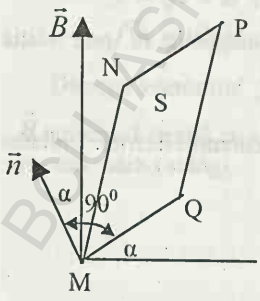
Direcția vectorului $\vec{F}$ este perpendiculară pe planul format de vectorii $\vec{Il}$ și $\vec{B}$ iar sensul vectorului $\vec{F}$ este dat de regula mâinii stângi.



- Inductanța magnetică $\vec{B}$: este o mărime fizică vectorială, a cărui modul este egal cu raportul dintre forța cu care acel câmp magnetic acționează asupra unui conductor rectiliniu, perpendicular pe liniile câmpului magnetic și produsul dintre intensitatea acestuia, aflat în câmpul magnetic:

$$B = \frac{F}{Il} \qquad < B >_{SI} = \frac{< F >_{SI}}{< I >_{SI} < l >_{SI}} \rightarrow 1T(tesla) = \frac{1N}{1A \bullet 1m}$$

Un câmp magnetic uniform are inducția de 1T dacă exercită o forță de 1N asupra fiecărui metru din lungimea unui conductor, perpendicular pe câmp, parcurs de un curent cu intensitatea de 1A



- Fluxul magnetic ϕ: se definește ca fiind produsul scalar dintre : $\vec{B}$ și $\vec{S}$ adică

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{S} = BS\cos\alpha$$

$$< \phi >_{SI} = < B >_{SI} \bullet < S >_{SI} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1Wb = 1T \bullet 1m^2$$

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

Un weber este fluxul magnetic a unui câmp magnetic uniform, de inducție egală cu 1T, printr-o suprafață de $1m^2$, așezată normal pe direcția câmpului magnetic.

- **Inducția magnetică B** la diferiți curenți staționari .

a) Conductor rectiliniu parcurs de curentul de intensitate I:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}, \text{ unde } \mu = \mu_0 \bullet \mu_r$$

$\mu \rightarrow$ permeabilitatea mediului în care se află conductorul.

$\mu_0 \rightarrow$ permeabilitatea vidului și are valoarea

$$\mu_0 = 4\pi \bullet 10^{-7} \frac{N}{A^2};$$

$\mu_r \rightarrow$ permeabilitatea relativă a mediului

$r \rightarrow$ distanța de la punctul în care se calculează inducția magnetică la conductor.

b) Spiră circulară de rază r parcursă de un curent I: $B = \frac{\mu I}{2r}$, unde $r \rightarrow$ raza spirei.

c) Un cadru format din N spire: $B = \frac{\mu NI}{2r}$

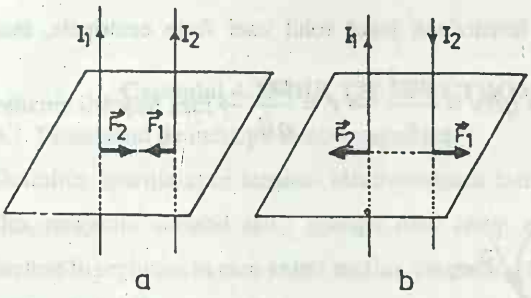
d) bobină (solenoid): $B = \frac{\mu NI}{l}$, unde N este numărul de spire , $l \rightarrow$ lungimea bobinei

Între inducția magnetică $\vec{B}$ și intensitatea câmpului magnetic $\vec{H}$ este relația $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (vectorial) și $B = \mu H$ (în modul).

Cunoscând B și μ putem afla $H = \frac{B}{\mu}$ la diferiți curenți electrici. Unitatea intensității câmpului magnetic: $< H >_{SI} = \frac{A}{m}$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- Interacția magnetică a curenților electrici paraleli:



Sensul forțelor electromagnetice dintre două conductoare parcurse de curent:
a) curenții de același sens se atrag; b) curenții de sensuri opuse se resping.

Forța de interacțiune dintre doi curenți paraleli: $F = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi r}$ unde:

I_1 și I_2 intensitățile curenților prin conductoarele paralele de lungime l,

$r \rightarrow$ distanța dintre conductoare și

$\mu \rightarrow$ permeabilitatea magnetică a mediului unde are loc interacțiunea

Pe baza forței de interacțiune a curenților paraleli s-a definit amperul ca unitate fundamentală a intensității curentului electric în Sistemul Internațional de unități: un amper este intensitatea unui curent electric constant, care se stabilește prin două conductoare rectilinii, paralele, foarte lungi, așezate în vid la distanța de 1m unul de altul între care se exercită o forță de $2 \bullet 10^7 N$ pe fiecare metru de lungime.

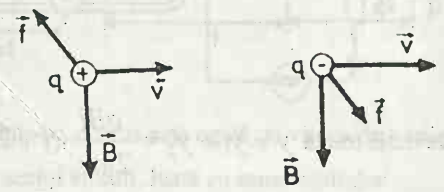
- Forța Lorentz

Asupra unui purtător de sarcină electrică q, aflat în mișcare cu viteza $\vec{v}$, într-un câmp magnetic de inducție $\vec{B}$ se exercită forța Lorentz:

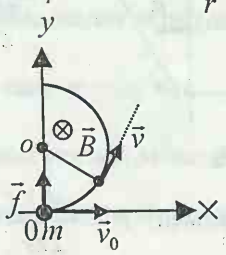
$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$ (vectorial) și

$f = qvB \sin \alpha$ (în modul)

Direcția vectorului $\vec{f}$ este perpendiculară pe planul format de vectorii $\vec{v}$ și $\vec{B}$ iar sensul se află cu ajutorul regulei mâinii stângi.

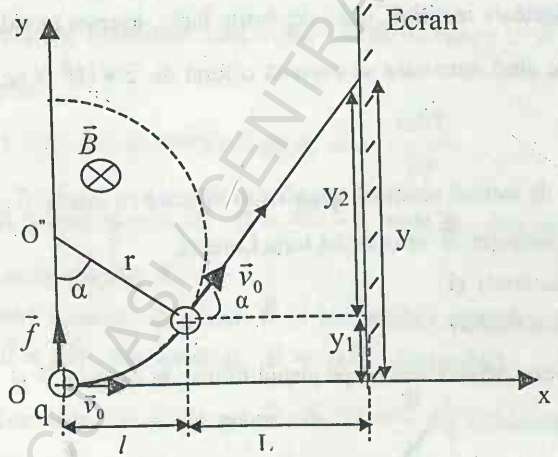


Când o particulă încărcată electric q, intră perpendicular pe inducția $\vec{B}$ și cu viteza $\vec{v}$ dintre forța lorentziană joacă rolul unei forțe centripete, încât putem scrie : $f = F_{cp} \rightarrow qBv = \frac{mv^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB} \rightarrow$ raza mișcării circulare uniforme.



Particula își menține viteza și energia cinetică constantă, își schimbă direcția iar lucrul mecanic este nul. În afară de r se pot afla și alte mărimi ale particulei: $\omega = \frac{qB}{m}$, $\nu = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1}{T}$.

- Deviația particulelor de sarcină electrică în câmp magnetic uniform.



Deviația în câmp magnetic:

$$y_1 = \frac{qBl^2}{2mv_0}$$

Deviația în afara câmpului magnetic:

$$y_2 = \frac{qBlL}{mv_0}$$

Deviația totală $y = y_1 + y_2 = \frac{qBl}{2mv_0}(l + 2L)$.

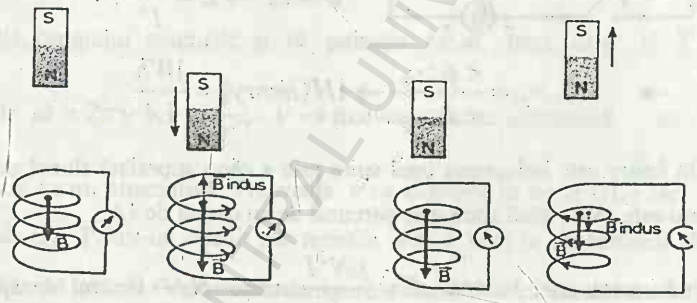
BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul 4. INDUCȚIE ELECTROMAGNETICĂ

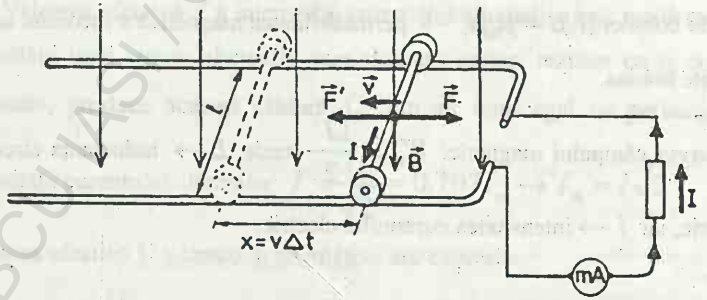
4.1. Fenomenul de inducție electromagnetică.

Definiție: apariția unei tensiuni electromotoare într-un circuit străbătut de un flux magnetic variabil sau : apariția unui câmp electric cu liniile de câmp închise în regiunea în care există un flux magnetic variabil în timp.

- **Regula lui Lenz:** tensiunea electromotoare indusă și curentul indus au un astfel de sens, încât fluxul magnetic produs de curentul indus să se opună variației fluxului magnetic inductor.



- **Legea inducției electromagnetice (Faraday):** $e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

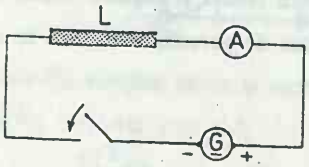


Tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața acelui circuit, luată cu semn schimbat.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Formula tensiunii electromotoare indusă într-o bobină cu N spire: $e = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ iar într-un conductor liniar este : $e = Bvl\sin\alpha$ unde α este unghiul dintre $\vec{v}$ şi $\vec{B}$.

- **Legea autoinducţiei** : $e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$: tensiunea autoindusă dusă într-un circuit este direct proporţională cu viteza de variaţie a intensităţii curentului din acel circuit, factorul de proporţionalitate fiind inductanţa circuitului.



Între ϕ, L şi I există relaţia

$$\phi = LI \rightarrow L = \frac{\phi}{I} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad <L>_{SI} = \frac{<\phi>_{SI}}{<I>_{SI}} \rightarrow 1H(henry) = \frac{1Wb}{1A}$$

Un henry este inductanţa unei spire prin a cărei suprafaţă fluxul magnetic propriu este 1Wb, când spira este parcursă de un curent de 1A.

Inductanţa unei bobine: $L = \frac{\mu N^2 I}{l}$ unde $N \rightarrow$ umărul de spire ale bobinei, $l \rightarrow$ lungimea bobinei, $I \rightarrow$ intensitatea curentului electric prin spirele bobinei şi $\mu = \mu_0\mu_r \rightarrow$ permeabilitatea magnetică a mediului unde se găseşte bobina.

- Energia câmpului magnetic: $W_m = \frac{LI^2}{2}$ unde $L \rightarrow$ inductanţa circuitului electric, iar $I \rightarrow$ intensitatea curentului electric.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul 5. CURENTUL ALTERNATIV (monofazat)

5.1. Generarea tensiunii electromotoare alternative.

La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul de inducție electromagnetică și sunt două procedee de producere a acesteia:

a) Rotirea uniformă a unei spire conductoare electric într-un câmp magnetic uniform și

b) Rotirea uniformă a unui câmp magnetic în fața unei bobine fixe.

Se demonstrează că t.e.m. indusă, la rotirea uniformă a unui cadru metalic dreptunghiular într-un câmp magnetic uniform are formula: $e = E_m \sin \omega t$, unde $E_m = BS\omega$ și se reprezintă valoarea maximă a t.e.m. sinusoidală, B inducția câmpului magnetic și ω pulsația *t.e.m.* Între ω, ν și T există relațiile $\omega = 2\pi\nu \quad \nu = \frac{1}{T}$; $\nu \rightarrow$ frecvența t.e.m. alternativă iar $T \rightarrow$ perioada t.e.m. alternativă. Frecvența ν se exprimă în hertz (Hz) iar T în secunde (s). Printr-un circuit pur rezistiv, e și i sunt în concordanță de fază iar defazajul $\varphi = 0$. Valoarea instantanee a intensității curentului are formula : $i = I_m \sin \omega t$.

Valoarea efectivă I a intensității curentului alternative este egală cu cea a intensității unui curent alternativ care străbate același rezistor ca și curentul alternativ, produce aceeași căldură Q într-un timp egal cu perioada T a intensității curentului alternativ: $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 I_m \rightarrow I_m = I\sqrt{2}$

Valoarea efectivă U a tensiunii alternative are expresia:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 U_m \rightarrow U_m = I\sqrt{2}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

5.2. Circuite de curent alternativ:

a) Circuit cu R:

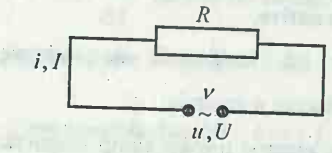
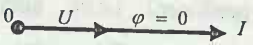


diagrama fazorială:

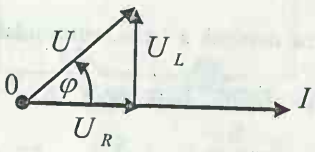


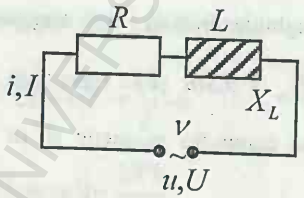
Defazaj dintre U şi I, respectiv u şi i este

$\varphi = 0$, $u = U_m \sin \omega t$, $i = I_m \cos \omega t$ Legea lui Ohm: $I = \frac{U}{R}$

b) Circuit cu R şi L serie:

diagrama fazorială:





$u = U_m \sin \omega t$, $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ Legea lui Ohm: $I = \frac{U}{Z}$, unde

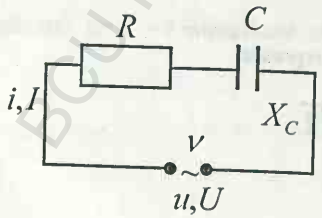
$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ iar $X_L = \omega L$, $< X_L >_{SI} = \Omega$.

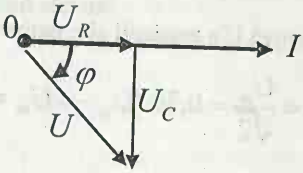
Defazajul dintre U şi I respectiv , u şi i: $tg\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$

Z se numeşte impedanţă şi $< Z >_{SI} = \Omega$

Dacă bobina ar fi ideală (R=0) atunci $\varphi = \frac{\pi}{2}$ iar $U = IX_L$

c) Circuit cu R şi C serie: diagrama fazorială





BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$u = U_m \sin \omega t$, $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$. Legea lui Ohm: $I = \dfrac{U}{Z}$ unde

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ iar $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$, reactanţă capacitivă $< X_C >_{Si} = \Omega$

Z se numeşte impedanţă şi $< Z >_{Si} = \Omega$.

Defazajul dintre U şi I respectiv u şi i: $tg\varphi = \dfrac{X_C}{R} = \dfrac{1}{\omega CR}$

Dacă circuitul conţine numai un condesator ideal, atunci $R = 0$ şi $U = IX_C$,

$I = \omega CU$ iar $tg\varphi = \infty$, încât $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

d) Circuit cu RLC serie:

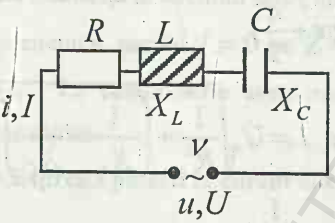
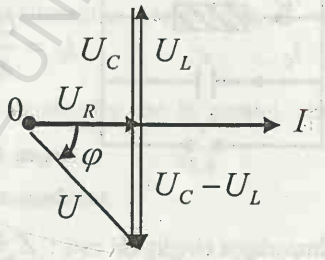


diagrama fazorială:



$u = U_m \sin \omega t$, $i = I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$ Legea lui Ohm: $I = \dfrac{U}{Z}$, unde

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Defazajul dintre U şi I respectiv, u şi i: $tg\varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R}$

Când: 1) $X_L > X_C$, predomină în circuitul electric efectul inductiv

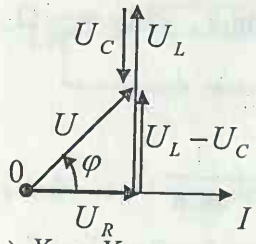
2) $X_C > X_L$, predomină în circuitul electric efectul capacitiv şi

3) $X_L = X_C$, avem fenomenul de rezonanţă unde intensitatea

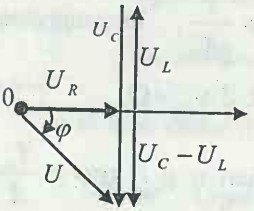
BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

curentului electric este maximă în circuitul electric: $I_r = \frac{U}{R}$

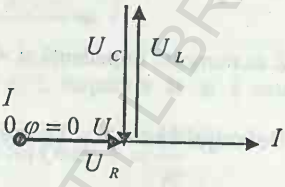
- Diagramele fazoriale ale circuitului RLC serie.



a) $X_L > X_C$

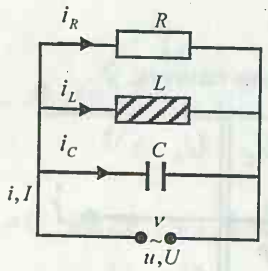


b) $X_C > X_L$



c) $X_L = X_C$

- Circuit paralel RLC



$$i_R = \frac{U_m}{R}\sin\omega t\,,\ i_L = \frac{U_m}{X_L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ şi}$$

$$i_C = \frac{U_m}{X_C}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

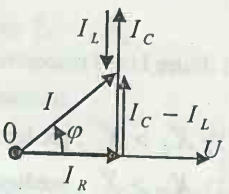
Legea lui Ohm: $I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$

unde impedanța circuitului este : $Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$

defazajul dintre U şi I , respectiv u şi i :

$$tg\varphi = R\left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)$$

diagrama fazorială



Condiția de rezonanță a circuitului serie şi paralel RLC .

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$(X_L)_{\omega=\omega_0} = (X_C)_{\omega=\omega_0} \rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \rightarrow \omega_0 LC = 1 \rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Cum

$\omega_0 = 2\pi\nu_0$, atunci: $2\pi\nu_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (formula Thomson)

Factor de supratensiune (factor de calitate a circuitului).

$$Q = \left(\frac{U_L}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

Expresia $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ se numește impedanța caracteristică a circuitului serie:

Între Q, Z_0 și R există relația $Q = \frac{Z_0}{R}$

La rezonanță în circuitul serie, intensitatea curentului este maximă, $Z = R$ iar la circuitul, paralel $I = 0$ iar $Z = \infty$.

La circuit serie avem rezonanța tensiunilor iar la paralel rezonanța curenților.

- Expresia puterii în curent alternativ monofazat.

a) Puterea instantanee : $p = ui = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi - \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi)$

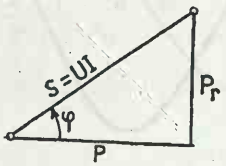
b) Puterea activă: $P = UI\cos\varphi = RI^2 \rightarrow W$

c) Puterea reactivă: $P_r = UI\sin\varphi \rightarrow VAR \rightarrow \sin\varphi = \sqrt{1-\cos^2\varphi}$

d) Puterea aparentă: $S = UI \rightarrow VA$

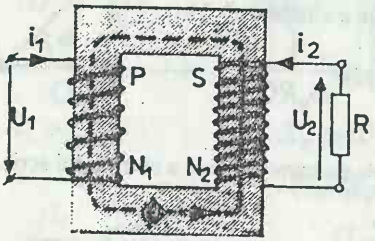
e) Relațiile între puteri: $S^2 = P^2 + P_r^2$, $P_r = Ptg\varphi$, $P = S\cos\varphi$ și $P_r = S\sin\varphi$,

Triunghiul puterilor:



BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Transformatorul monofazat se bazează pe fenomenul de inducție electromagnetică și are două bobinaje unul primar și celălalt secundar. La circuitul primar se leagă generatorul de curent alternativ a cărei energie trebuie transportată la un consumator iar la circuitul secundar se leagă linia de transport a energiei la consumator:



$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}=\frac{I_2}{I_1}=K$$

$K \rightarrow$ se numește raport de transformare al transformatorului.

Când : $U_2 > U_1 \rightarrow$ avem transformator ridicător de tensiune și pentru $U_2 < U_1 \rightarrow$ transformator coborâtor de tensiune.

Randamentul transformatorului se calculează făcând raportul dintre puterea activă P_2, furnizată de secundar și puterea activă P_1, primită de către primar, de la rețeaua de alimentare: $\eta=\frac{P_2}{P_1}<1$ sau $\eta=\frac{P_2}{P_1+P_{Cu}+P_{Fel}}$

unde $P_{cu}=R_1I_1^2+R_2I_2 \rightarrow$ puterea pierdută în înfășurările primară și secundară prin efect Joule, iar P_{Fe} puterea pierdută pin fenomenul histerezis și curenți turbionari.

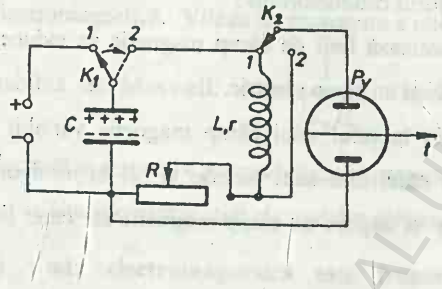
BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul 6. OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE

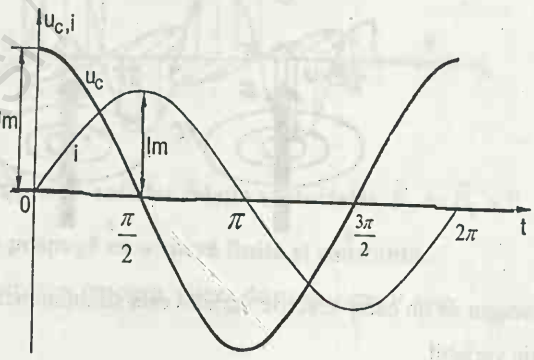
6.1. Circuitul oscilant. Producerea oscilațiilor electromagnetice.

Descărcarea unui condensator printr-o bobină poate fi: aperiodică când: $R_t \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ sau periodică când $R_t < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ unde $R_t = R + r$, iar $R \rightarrow$ rezistența electrică a rezistorului și r a spirelor bobinei.

Montajul electric de încărcare și descărcare a condensatorului într-un circuit oscilant:



Circuitul în care iau naștere oscilații libere se numește circuit oscilant. Oscilațiile sunt posibile datorită fenomenului de autoinducție din bobină. Tensiunea de la bornele condensatorului C oscilează după legea: $u = U_m \cos \omega t = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ iar intensitatea curentului electric se exprimă prin ecuația $i = I_m \sin \omega t$. Defazajul dintre u și i este de $\varphi = \frac{\pi}{2}$.



BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Energia câmpului electromagnetică este: $\frac{Cu^2}{2}+\frac{Li^2}{2}=W_{elmag}=const.$

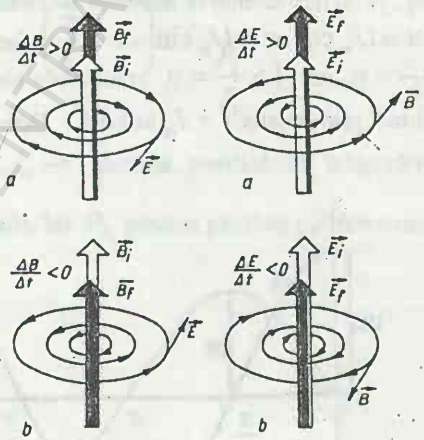
Perioada oscilațiilor libere din circuitul oscilant este dată de formula lui Thomson: $T_0=2\pi\sqrt{LC}=\frac{1}{\nu_0}$ când $X_L=X_C$.

6.2. Câmpul electromagnetic.

Principiile de bază ale electromagnetismului:

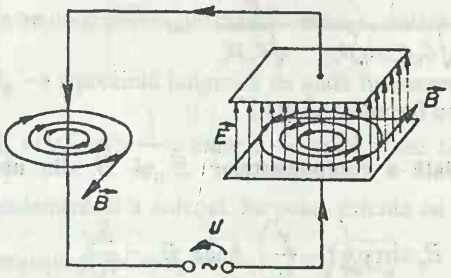
1) Un curent electric care trece printr-un conductor produce un câmp magnetic cu liniile închise în jurul conductorului ;
2) Într-un conductor care intersectează linii de câmp magnetic se induce o tensiunea electromotoare , deci şi un câmp electric.

Afirmațiile lui Maxwell : (1) în jurul unui câmp magnetic variabil ia naştere un câmp electric ale cărei linii sunt închise şi (2) în jurul unui câmp electric variabil în timp ia naştere un câmp magnetic ale cărei linii sunt închise.



Spațiu ocupat de un câmp electric variabil este simultan ocupat şi de un câmp magnetic variabil.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



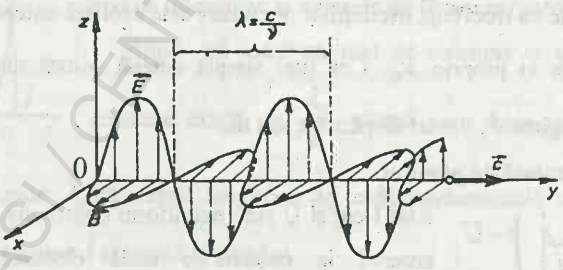
Ansamblul câmpurilor electrice şi magnetice, care oscilează şi se generează reciproc, se numeşte câmp electromagnetic.

Proprietatea fundamentală a câmpului electromagnetic este capacitatea de a se propaga în spaţiu sub formă de unde electromagnetice.

Un câmp electromagnetic care se propagă constituie o undă electromagnetică. Viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid a fost stabilită de Maxwell: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ unde ε_0 şi μ_0 sunt permitivitatea electrică şi respectiv permeabilitatea magnetică a vidului.

Unele caracteristici ele undelor electromagnetice:

1) Unda electromagnetică este transversală iar $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ sunt perpendiculare între ei şi perpendiculari pe direcţia de propagare.



2) Vectorii $\vec{E}_0$ şi $\vec{B}_0$ şi $\vec{v}$ satisfac relaţia vectorială: $\vec{E}_0 = \vec{B}_0 \times \vec{v}$

3) În vid undele se propagă cu o viteză finită şi constantă.

Într-un mediu oarecare, omogen, viteza de propagare v este:

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \text{ iar}$$

lungimea de undă se calculează cu formula : $\lambda = vT$

4) Dependența temporal-spațială a componentelor $\vec{E}$ și $\vec{B}$ din unda electromagnetică sunt:

$E = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{y}{v}\right)$ și $B = B_0 \sin\omega\left(t - \frac{y}{v}\right)$ unde $B_0 = \frac{E_0}{v}$.

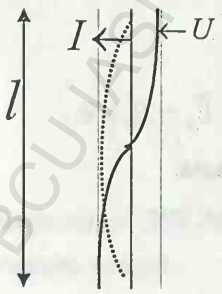
5. Densitatea de energie din fiecare punct din spațiu a undei electromagnetice într-un câmp omogen și izotrop este: $w = \varepsilon E^2 = \frac{B^2}{\mu}$

6) Densitatea volumică medie: $\overline{w} = \frac{\varepsilon E_0^2}{2} = \frac{B_0^2}{2\mu}$

- Producerea undelor electromagnetice se face cu ajutorul circuitului oscilant deschis numit și dipol electric.

Antena (dipol): circuit oscilant deschis pentru a radia sau capta din spații unde electromagnetice de o anumită frecvență. Orice antenă are o frecvență proprie ν_0 de oscilație și pentru ca energia undelor electromagnetice să aibă valoare mare, trebuie ca frecvența oscilațiilor ν cu care este excitată antena să fie egală cu frecvența ei proprie ν_0. Cea mai simplă antenă constă dintr-un fir de anumită lungime l; izolat de pământ sau nu.

a) antenă izolată de pământ.



Atât I cât și U sunt neuniform distribuite. De-a lungul antenei ia naștere o undă electrică staționară, prezentând noduri de curent la capete și la mijloc ventru de curent și nod de tensiune și defazate cu $\frac{\pi}{2}$.

Știind că distanța dintre două ventre de tensiune sau

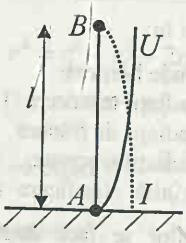
BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

dintre două noduri de curent este $\frac{\lambda}{2}$, putem scrie: $l = \frac{\lambda_0}{2}$ sau $\lambda_0 = 2l$.

$\lambda_0 \rightarrow$ reprezintă lungimea de undă fundamentală şi l lungimea antenei. Cum $\lambda_0 = vT_0 = v\frac{1}{\upsilon_0}$ atunci: $\frac{v}{\upsilon_0} = 2l$ sau $\upsilon_0 = \frac{v}{2l} \rightarrow$ frecvenţa proprie sau fundamentală a antenei. Se poate calcula cu ajutorul formulei lui Thomson şi perioada proprie $T_0 = \frac{1}{\upsilon_0} = 2\pi\sqrt{L_0 C_0}$.

În cazul când de-a lungul antenei iau naştere mai multe ventre şi noduri, fie de tensiune, fie de intensitate, atunci $l = n\frac{1}{2}\frac{v}{\upsilon_n}$ sau $\upsilon_n = n\frac{v}{2l} \rightarrow$ frecvenţa undelor electromagnetice emise sau absorbite din spaţiu înconjurător. Pentru $n = 1$ se obţine $\upsilon_0 = 1\frac{v}{2l}$ adică frecvenţa fundamentală sau proprie a antenei. Pentru $n = 2,3,.....$ se obţin aşa denumitele armonice sau frecvenţe superioare ale undelor electromagnetice.

b) Antena legată la pământ:



Punctul A de pe antenă este un nod de tensiune (potenţial) şi un ventru de intensitate iar punctul B este un nod de intensitate şi ventrele de tensiune (potenţial)

Ştiind că între un nod de tensiune şi un ventru de tensiune există un $\frac{\lambda_0}{4}$ atunci vom scrie : $l = \frac{\lambda_0}{4}$ sau $\lambda_0 = 4l$ unde λ_0 reprezintă lungimea de undă fundamentală sau proprie a antenei de lungime l şi legată la pământ.

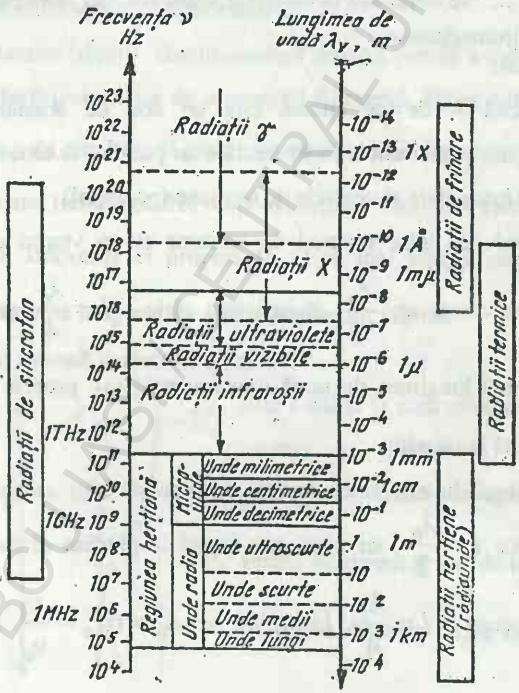
Când antena este liberă în aer adică izolată faţă de pământ se mai numeşte semiundă, deoarece $l = \frac{\lambda_0}{2}$, iar când este legată la pământ se mai numeşte sfert de undă, deoarece $l = \frac{\lambda_0}{4}$. Înlocuind pe $\lambda_0 = \upsilon T_0 = \frac{\upsilon}{\nu_0}$ în

$l = \frac{\lambda_0}{4}$ obținem: $l = \frac{1}{4}\frac{v}{\upsilon_0}$ sau $\upsilon_0 = \frac{v}{4l} \rightarrow$ frecvența proprie a antenei legate la pământ.

Cum $T_0 = \frac{1}{\upsilon_0}$ și $\upsilon_0 = \frac{v}{4l}$, obținem: $T_0 = \frac{4l}{v}$, perioada proprie a antenei legate la pământ.

În cazul când de-a lungul antenei legată la pământ, avem mai multe ventre și noduri, atunci: $l = (2n-1)\frac{\lambda_n}{4}$ unde $\lambda_n = vT_n = \frac{v}{\upsilon_n}$, încât $l = (2n-1)\frac{1}{4}\frac{v}{\upsilon_n} \rightarrow \upsilon_n = \frac{(2n-1)v}{4l}$ iar $n = 1,2,3,\ldots\ldots$. Pentru $n = 1$ se obține valoarea frecvenței proprii a antenei iar pentru $n = 2,3,\ldots\ldots$ se obțin frecvențele sau armonicele superioare ale undelor electromagnetice.

- Clasificarea undelor electromagnetice:



După fenomenul care le produce, undele electromagnetice se împart în:

- unde herțiene
- radiații termice
- radiații de frânare
- radiații sincrone

O altă clasificare a radiațiilor se face după frecvență și lungimea de undă în vid:

- unde radio
- microunde
- radiații infraroșii
- radiații vizibile
- radiații ultraviolete
- radiații X
- Radiații γ

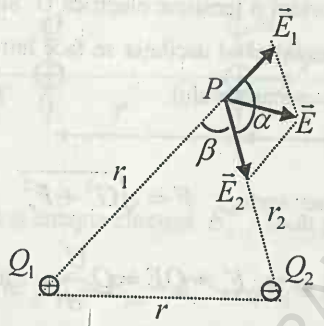
BUCUREȘTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

PROBLEME REZOLVATE

1. Se consideră două sarcini punctiforme $Q_1 > 0$ și $Q_2 < 0$ aflată în aer la distanța r una de alta. Să se calculeze intensitatea câmpului electric E și a potențialului electric V într-un punct P aflat la distanța r_1 de sarcina Q_1 și la distanța r_2 de sarcina Q_2.

Rezolvare:

a) aflarea lui E în punctul P



$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ (vectorial)

În modul :

$$|\vec{E}| = E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} \quad (1)$$

unde: $E_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$ și $E_2 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$.

Pentru aflarea lui $\cos\alpha$, aplicăm teorema cosinusului:

$r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\beta = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\pi - \alpha)$.

Dar $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ și atunci : $r^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\alpha \rightarrow$

$\rightarrow \cos\alpha = \dfrac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}$. Substituind E_1, E_2 și $\cos\alpha$ în relația (1) obținem:

$$E = \sqrt{\frac{Q_1^2}{\left(4\pi\varepsilon_0 r_1^2\right)^2} + \frac{Q_2^2}{\left(4\pi\varepsilon_0 r_2^2\right)^2} + 2\frac{Q_1Q_2}{\left(4\pi\varepsilon_0 r_1r_2\right)^2}\frac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + \frac{Q_1Q_2\left(r^2 - r_1^2 - r_2^2\right)}{r_1^3r_2^3}};$$

b) Calcularea lui V în P.

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{r_2Q_1 - r_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1r_2}$$

Mărimile fizice cerute în problemă sunt:

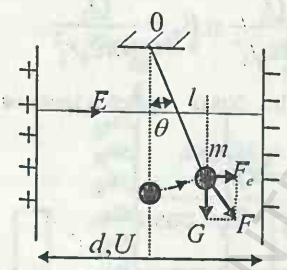
BUCUREȘTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+\frac{Q_1Q_2\left(r^2-r_1^2-r_2^2\right)}{r_1^3r_2^3}}\ \text{şi}\ V=\frac{r_2Q_1-r_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1r_2}$$

unde $\varepsilon_r=1$ deoarece Q_1 şi Q_2 sunt în aer.

2. Între plăcile verticale ale unui condensator plan, aflate la distanța d una de alta, se găsește suspendată de un fir de lungime l, o bilă de masă m și încărcată cu sarcina Q. Se aplică condensatorului o tensiune electrică U. Să se găsească perioada T de oscilație a bilei, în cazul când oscilația se face într-un plan vertical și perpendicular pe armăturile condensatorului.

Rezolvare:



Din figură se vede : $F=\sqrt{G^2+F_e^2}$ dar

$G=mg$ și $F_e=QE=Q\frac{U}{d}$ încât

$$F=\sqrt{m^2g^2+Q^2\frac{U^2}{d^2}}\quad(1)$$

Pe baza legii a II-a a dinamicii putem scrie că $F=ma$ și substituim în relația (1) obținem: $ma=\sqrt{m^2g^2+Q^2\frac{U^2}{d^2}}$

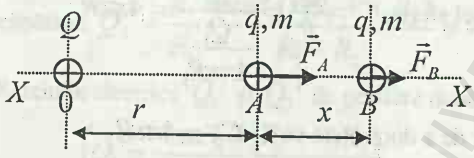
$\rightarrow a=\sqrt{g^2+\left(\frac{QU}{md}\right)^2}$. Cum perioada de oscilație $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{a}}$, atunci:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+\left(\frac{QU}{md}\right)^2}}}.$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3. Se consideră o sarcină electrică punctiformă Q, imobilă într-un punct 0 de pe direcția xx' și la distanța r, tot pe aceiași direcție se află o altă sarcina electrică q care poate să înceapă să se deplaseze sub influența forței de respingere electrostatică pe o distanță x între două puncte arbitrare A și B. Să se determine viteza maximă pe care poate s-o atingă sarcina electrică q în momentul străbaterii distanței x, știind că masa ei este m și frecările sunt neglijabile.

Rezolvare:



În punctul A sarcina electrică q posedă energia potențială electrostatică: E_{pe}^{A}, iar în punctul B are atât energia potențială electrostatică E_{pe}^{B}, cât și energia cinetică E_c^B, încât pe baza legii conservării energiei putem scrie: $E_{pe}^{A} = E_{pe}^{B} + E_C^B \rightarrow qV_A = qV_B + \frac{mv^2}{2} \rightarrow$

$$\rightarrow q(V_A - V_B) = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v^2 = \frac{2q}{m}(V_A - V_B) = \frac{2q}{m}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(r+x)}\right) =$$

$$= \frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+x}\right) = \frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+x}\right) \rightarrow v = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+x}\right)}$$

Pentru ca v să fie maxim, trebuie ca $\frac{1}{r+x}$ să tindă la zero și pentru a se întâmpla așa ceva, $x \rightarrow \infty$ încât: $v_{\max} = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mr}}$.

Sarcina electrică punctiformă q și de masă m, va atinge la finele distanței x, viteză maximă: $v_{\max} = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mr}}$.

BOJIAS / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4. O sferă conductoare are raza R_1 și potențialul electric V_1 iar alta are raza R_2 și potențialul V_2. Sferele se pun în contact petru un timp foarte scurt după care se îndepărtează la o distanță de centrele lor d. Să se afle :

1) capacitățile electrice ale sferelor;
2) Sarcinile electrice în timpul contactului scurt
3) Forța de respingere dintre cele două sfere după contact și separare.

Rezolvare:

1) Capacitatea electrică a primei sfere: $C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_1}{\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon R_1}} = 4\pi\varepsilon R_1$

Capacitatea electrică a celei de a doua sferă va fi: $C_2 = 4\pi\varepsilon R_2$

2) Aflarea sarcinilor electrice Q_1' și Q_2' după scurtul contact: vom scrie legea conservării sarcinilor electrice și egalitatea potențialelor electrice în timpul contactului $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$ și $V_1' = V_2'$ unde $V_1' = \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon R_1}$ și $V_2' = \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon R_2}$, încât $\frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon R_1} = \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon R_2} \rightarrow \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2}$.

Dar $V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon R_1} \rightarrow Q_1 = 4\pi\varepsilon V_1 R_1$ și $Q_2 = 4\pi\varepsilon V_2 R_2$

Sarcinile electrice Q_1 și Q_2 le substituim în $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$ și obținem :

$4\pi\varepsilon V_1 R_1 + 4\pi\varepsilon V_2 R_2 = Q_1' + Q_2'$ și împreună cu $\frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2}$ se capătă sistemul:

$$\begin{cases} 4\pi\varepsilon V_1 R_1 + 4\pi\varepsilon V_2 R_2 = Q_1' + Q_2' \\ \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2} \end{cases}$$

Necunoscute sunt Q_1' și Q_2'.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din ecuaţia a doua a sistemului : $Q_2' = \dfrac{Q_1' R_2}{R_1}$ şi o substituim în prima ecuaţie a sistemului şi obţinem: $4\pi\varepsilon(V_1R_1 + V_2R_2) = Q_1' + \dfrac{Q_1' R_2}{R_1} =$

$$= Q_1'\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = Q_1'\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \rightarrow$$

$\rightarrow Q_1' = \dfrac{4\pi\varepsilon R_1(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2}$. Substituim pe Q_1' în $Q_2' = \dfrac{Q_1' R_2}{R_1}$ şi căpătăm: $Q_2' = \dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{4\pi\varepsilon R_1(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2} = \dfrac{4\pi\varepsilon R_2(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2}$.

Sarcinile electrice Q_1' şi Q_2' de pe sfere după contactul scurt vor fi:

$$\begin{cases} Q_1' = \dfrac{4\pi\varepsilon R_1(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2} \\ Q_2' = \dfrac{4\pi\varepsilon R_2(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

3) Forţa de respingere va fi: $F = \dfrac{Q_1' Q_2'}{4\pi\varepsilon d^2} =$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon d^2}\frac{4\pi\varepsilon R_1(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2}\frac{4\pi\varepsilon R_2(V_1R_1 + V_2R_2)}{R_1 + R_2} = \frac{4\pi\varepsilon R_1R_2(V_1R_1 + V_2R_2)^2}{d^2(R_1 + R_2)^2} =$$

$= 4\pi\varepsilon R_1R_2\left[\dfrac{V_1R_1 + V_2R_2}{d(R_1 + R_2)}\right]^2$. Deci expresia forţei de respingere este:

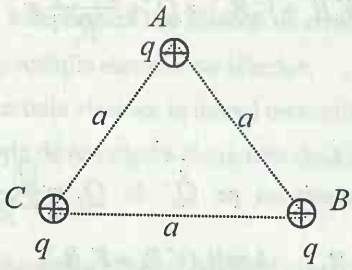
$$F = 4\pi\varepsilon R_1R_2\left[\frac{V_1R_1 + V_2R_2}{d(R_1 + R_2)}\right]^2$$

5. Să se afle energia potenţială electrostatică a trei sarcini identice şi punctiforme aflate în vârfurile unui triunghi echilateral de latură a.

Rezolvare:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Sarcina electrică q aşezată în vârful A a triunghiului nu posedă energia potenţială electrostatică şi ca atare $E_{pe}^{A} = 0$. Fixarea sarcinii electrice q în vârful B se caracterizează prin energia potenţială electrostatică



$$E_{pe}^{A} = qV_A = q\frac{q}{4\pi\varepsilon a} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon a}$$

În vârful C, sarcina electrică q are energia potenţială-electrostatică

$E_{pe}^{C} = qV_A + qV_B = q\frac{q}{4\pi\varepsilon a} + q\frac{q}{4\pi\varepsilon a} = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon a}$. Energia potenţială electrostatică a celor trei sarcini, aşezate în vârfurile ABC a triunghiului echilateral este:

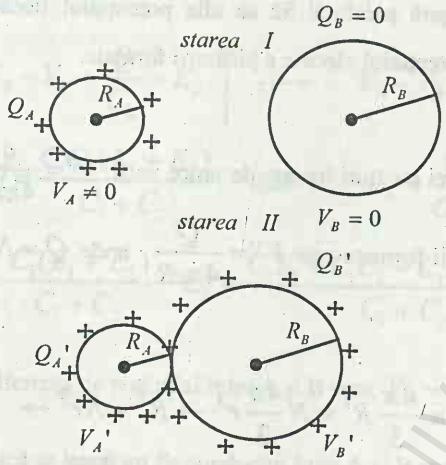
$$E_{pe} = E_{pe}^{A} + E_{pe}^{B} + E_{pe}^{C} = 0 + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon a} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon a} = \frac{3q^2}{4\pi\varepsilon a}.$$

Energia potenţială electrostatică a celor trei sarcini electrice punctiforme şi în echilibru electrostatic aflate în vârfurile triunghiului echilateral de latură a va fi : $E_{pe} = \frac{3q^2}{4\pi\varepsilon a}$.

6. O sferă A, de rază R_A s-a încărcat de la o maşină electrostatică, în laboratorul de fizică, cu sarcina electrică Q_A. Din neatenţie experimentatorul atinge sfera A, de o altă sferă B, neîncărcată electric, însă de rază $R_B >> R_A$. Luând sfera în mână, experimentul constă că sfera B este încărcată electric iar sfera A, descărcată complet. Să cere să se afle cu câtă sarcină electrică s-a încărcat sfera B. (cazul relatat în problemă este autentic).

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare:



În timpul contactului celor două sfere are loc o distribuire a sarcinilor electrice până când $V_A' = V_B' \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{Q_A'}{4\pi\varepsilon R_A} = \frac{Q_B'}{4\pi\varepsilon R_B} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{Q_A'}{R_A} = \frac{Q_B'}{R_B}.$$

Aplicăm legea conservării sarcinilor electrice din starea I în starea II: $Q_A + 0 = Q_A' + Q_B'$ şi împreună cu $\frac{Q_A'}{R_A} = \frac{Q_B'}{R_B}$ se obţine sistemul: $\begin{cases} Q_A = Q_A' + Q_B' \\ \frac{Q_A'}{R_A} = \frac{Q_B'}{R_B} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{Necunoscute sunt} \\ Q_A' \text{ şi } Q_B' \end{cases}$

Din ecuaţia a doua a sistemului : $Q_A' = \frac{Q_B' R_A}{R_B}$ şi substituind în prima ecuaţie obţinem: $Q_A = \frac{Q_B' R_A}{R_B} + Q_B' = Q_B'\left(\frac{R_A}{R_B} + 1\right)$. Cum $R_B >> R_A$, $\frac{R_A}{R_B} \rightarrow 0$ şi atunci : $Q_A = Q_B'(0+1) = Q_B'$. Deci: $Q_B' = Q_A$, adică sfera B se încarcă electric cu sarcina electrică a sferei A, fapt pentru care sfera A, rămâne descărcată electric iar sfera B se încarcă cu sarcina Q_A a sferei A.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

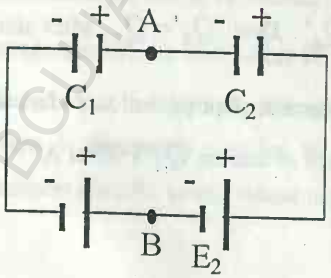
7. Se consideră N picături de mercur, de rază fiecare r şi sarcina electrică q ce se unesc şi formează o singură picătură. Să se afle potenţialul fiecărei picături V' înainte de unire şi potenţialul electric a picăturii formate.

Rezolvare:

Potenţialul electric a fiecărei picături înainte de unire va fi: $V'=\frac{q}{4\pi\varepsilon r}$ iar potenţialul electric al picăturii formate este $V''=\frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$ unde $Q=Nq$ încât : $V''=\frac{Nq}{4\pi\varepsilon R}$ (1)

Dar volumul picăturii formate este $\frac{4\pi}{3}R^3=N\frac{4\pi}{3}r^3\rightarrow R^3=Nr^3\rightarrow$ $R=r\sqrt[3]{N}$. Substituim $R=r\sqrt[3]{N}$ în (1), obţinem: $V''=\frac{Nq}{4\pi\varepsilon r\sqrt[3]{N}}=$ $=\frac{q\sqrt[3]{N}}{4\pi\varepsilon r}$. Fiecare picătură are potenţialul electric: $V'=\frac{q}{4\pi\varepsilon r}$ iar picătura de mercur formată , $V''=\frac{q\sqrt[3]{N}}{4\pi\varepsilon r}=V'\sqrt[3]{N}$. Potenţialul electric V'' a picăturii de Hg formate are potenţialul electric mărit de $\sqrt[3]{N}$ ori faţă de potenţialul V' a fiecărei picături luată separat.

8. Diferenţa de potenţial dintre punctele A şi B şi sarcina electrică care ar parcurge conductorul ce ar lega punctele A şi B din schema alăturată sunt:



(Teste, Medicină Iaşi, pag.245/1999)

Rezolvare:

De-a lungul ochiului putem scrie:

$$E_1+E_2=\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_1}=Q\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_1}\right)=$$

BCU IAŞI / CETITEA UNIVERSITARĂ LIBRARY

$= Q\frac{(C_1+C_2)}{C_1C_2} \rightarrow \quad Q = \frac{C_1C_2(E_1+E_2)}{C_1+C_2}$. Tot din montajul electric:

$V_B - V_A + \frac{Q}{C_2} = E_2 \quad \Big| \quad -1 \rightarrow \quad V_A - V_B - \frac{Q}{C_2} = -E_2$. Dar

$Q = \frac{C_1C_2(E_1+E_2)}{C_1+C_2}$, încât $V_A - V_B = \frac{1}{C_2}\frac{C_1C_2(E_1+E_2)}{C_1+C_2} - E_2 =$

$= \frac{C_1(E_1+E_2)}{C_1+C_2} - E_2 = \frac{C_1E_1 + C_1E_2 - C_1E_2 - C_2E_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1E_1 - C_2E_2}{C_1+C_2}$

Diferența de potențial între A și B este: $V_A - V_B = \frac{C_1E_1 - C_2E_2}{C_1+C_2}$

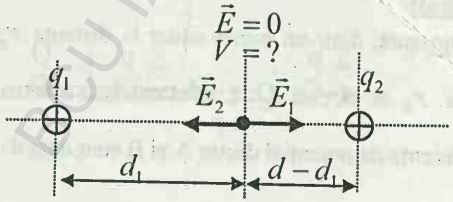
Dacă se leagă un fir conductor între A și B se va scurge o cantitate de electricitate datorită diferenței de potențial $V_A - V_B$ iar

$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = C_1E_1 - C_2E_2$.

Răspunsurile căutate sunt: $V_A - V_B = \frac{C_1E_1 - C_2E_2}{C_1+C_2}$ și $\Delta Q = C_1E_1 - C_2E_2$

9. Două sarcini electrice punctiforme $q_1 = 4 \bullet 10^{-6} C$ și $q_2 = 9 \bullet 10^{-6} C$ se află în aer la distanța $d = 10cm$ una de cealaltă . Potențialul electric al punctului în care intensitatea câmpului electric generat de cele două sarcini este nulă este dat de relația și are valoarea:

(Teste, Medicină Iași, pag.309 /1999)



Rezolvare:

Din figură se vede: $V_1 = \frac{Kq_1}{d_1}$ și

$V_2 = \frac{Kq_2}{d - d_1}$,

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

iar $V = V_1 + V_2$. Cum $\vec{E} = 0$, rezultă $E_1 = E_2 \rightarrow \frac{Kq_1}{d_1^2} = \frac{Kq_2}{(d-d_1)^2} \rightarrow$

$\frac{q_1}{d_1^2} = \frac{q_2}{(d-d_1)^2} \rightarrow \quad \frac{(d-d_1)^2}{d_1^2} = \frac{q_2}{q_1}$ (1). Extragem rădăcina pătrată și

avem $\frac{d-d_1}{d_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow \quad \frac{d}{d_1} - 1 = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow \frac{d}{d_1} = 1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow$

$d = d_1\left(1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\right) \rightarrow \quad d_1 = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}.$

Numeric: $d_1 = \frac{10}{1 + \sqrt{\frac{9 \bullet 10^{-6}}{4 \bullet 10^{-6}}}} = \frac{10}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{20}{5} = 4cm \rightarrow \quad d_1 = 4cm.$

Cum $V = V_1 + V_2 = K\left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d-d_1}\right)$ unde $K = 9 \bullet 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, avem:

$V = 9 \bullet 10^9\left(\frac{4 \bullet 10^{-6}}{4 \bullet 10^{-6}} + \frac{9 \bullet 10^{-6}}{6 \bullet 10^{-2}}\right) = 22{,}50 \bullet 10^5 V = 2250KV.$

Valoarea potențialului electric în punctul unde intensitatea câmpului electric este nulă, are valoarea : $V = 2250KV$.

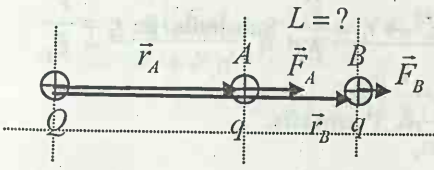
10. Un corp are sarcina q se deplasează în câmpul creat de o sarcină punctiformă Q, de valoare necunoscută, dintr-un punct situat la distanța r_A până într-un punct situat la distanța r_B de sarcină Q. Lucrul mecanic efectuat este L. Sarcina electrică Q și diferența de potențial dintre A și B sunt date de

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

expresiile: (Teste, Medicină Iaşi pag.309/1999)

Rezolvare:

Aplicăm formula lucrului mecanic:



$$L_{AB} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \rightarrow$$

$$4\pi\varepsilon L_{AB} = Qq\left(\frac{r_B - r_A}{r_A r_B}\right) \rightarrow$$

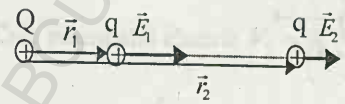
$$\rightarrow Q = \frac{4\pi\varepsilon r_A r_B L_{AB}}{q(r_B - r_A)}.$$ Aflarea lui U_{AB} se face din relaţia :

$$L_{AB} = qU_{AB} \rightarrow U_{AB} = \frac{L_{AB}}{q} = \frac{1}{q}\frac{Qq}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{r_B - r_A}{r_A r_B}\right).$$ Mărimile fizice cerute sunt: $\begin{cases} Q = \dfrac{4\pi\varepsilon r_A r_B L_{AB}}{q(r_B - r_A)} \text{ şi} \\ U_{AB} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\dfrac{r_B - r_A}{r_A r_B}\right) \end{cases}$

11. O sarcină electrică q se deplasează în vid într-un câmp electric radial pe o distanţă d. Sarcina pleacă dintr-un punct al câmpului caracterizat prin potenţialul V_1 şi intensitatea câmpului electric E_1. Intensitatea câmpului electric la sfârşitul deplasării, lucrul forţelor electrostatice pentru deplasare şi densitatea de energie a câmpului electrostatic la capetele traiectorici sunt: (Teste, Medicină Iaşi, pag.309 /1999)

Rezolvare:



Potenţialul electric V_1 $\frac{Q}{4}$ $_0 r_1$

$\rightarrow Q = 4\pi\varepsilon_0 r_1 V_1$ (1) Intensitatea câmpului electric:

$E_1 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \rightarrow Q = 4\pi\varepsilon_0 r_1^2 E_1$ (2). Din (1) și (2) obținem:

$4\pi\varepsilon_0 r_1 V_1 = 4\pi\varepsilon_0 r_1^2 E_1 \rightarrow \quad V_1 = r_1 E_1 \rightarrow r_1 = \dfrac{V_1}{E_1}$ Substituim pe $r_1 = \dfrac{V_1}{E_1}$

în relația (1) și căpătăm : $Q = 4\pi\varepsilon_0 \dfrac{V_1^2}{E_1}$. Putem afla:

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_1 + d)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 4\pi\varepsilon_0 \frac{V_1^2}{E_1} \frac{1}{\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)^2} = \frac{V_1^2}{E_1\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_2 = \frac{V_1^2}{E_1\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)^2}.$$

Valoarea potențialului:

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_1 + d)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 4\pi\varepsilon_0 \frac{V_1^2}{E_1} \frac{1}{\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)} = \frac{V_1^2}{\frac{E_1 V_1}{E_1} + E_1 d} = \frac{V_1^2}{V_1 + E_1 d} \rightarrow$$

$\rightarrow V_2 = \dfrac{V_1^2}{V_1 + E_1 d}$. Cunoscând pe V_1 și V_2 și folosindu-ne de relația:

$$L = q(V_1 - V_2) = q\left(V_1 - \frac{V_1^2}{V_1 + E_1 d}\right) = qV_1\left(1 - \frac{V_1}{V_1 + E_1 d}\right) =$$

$$= qV_1\left(\frac{V_1 + E_1 d - V_1}{V_1 + E_1 d}\right) = \frac{qV_1 E_1 d}{V_1 + E_1 d} \rightarrow L = \frac{qV_1 E_1 d}{V_1 + E_1 d}.$$ Densitatea de energie

$$w = \frac{\varepsilon}{2} E_2^2 = \frac{\varepsilon_0 \bullet 1}{2} E_2^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{V_1^2}{E_1\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)^2}\right]^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{V_1^4}{E_1^2\left(\frac{V_1}{E_1} + d\right)^4} \rightarrow$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

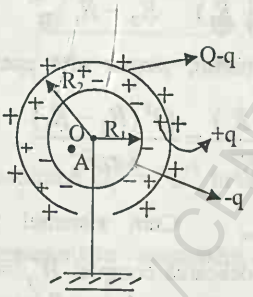
$\rightarrow w=\dfrac{\varepsilon_0 V_1^4}{2E_1^2\left(\dfrac{V_1}{E_1}+d\right)^4}$. Deci mărimile aflate sunt: $E_2=\dfrac{V_1^2}{E_1\left(\dfrac{V_1}{E_1}+d\right)^2}$,

$L=\dfrac{qV_1E_1d}{V_1+E_1d}$ şi $w=\dfrac{\varepsilon_0 V_1^4}{2E_1^2\left(\dfrac{V_1}{E_1}+d\right)^4}$.

12. Se consideră două sfere conductoare concentrice de raze R_1 şi $R_2>R_1$. Sfera interioară este legată la pământ printr-o trecere izolată iar sfera exterioară este încărcată cu sarcina $+Q$. Valoarea potenţialului într-un anumit punct interior sferei mici şi variaţiei energiei sistemului în urma conectării sferelor printr-un fir conductor sunt date de :

(Teste, Medicină Iaşi, pag.309 /1999)

Rezolvare:



Sfera de rază R_2: în exterior rămâne încărcată cu sarcina electrică $Q-q$ iar în interior cu sarcina electrică $+q$.

Sfera de rază R_1 se încarcă cu sarcina electrică $-q$.

Considerăm un punct A în interiorul sferei de rază R_1 şi scriem: $V_A=V_1+V_2$. Însă sfera de rază R_1 este legat la pământ, $V_1=0$ şi $V_A=V_2$, unde V_2 este potenţialul electric al sferei de rază R_2.

Cum potenţialul electric $V_2=K\dfrac{Q-q}{R_2}$, atunci $V_A=K\dfrac{Q-q}{R_2}$.

Ştim că : $V=\sum_{i=1}^{n}V_i$ şi aplicând sferei de rază R_1, legate la pământ:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$0 = K\left(-\frac{q}{R_1}\right) + K\frac{q}{R_2} + K\frac{Q-q}{R_2} \rightarrow \quad \frac{q}{R_1} = \frac{q}{R_2} + \frac{Q}{R_2} - \frac{q}{R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{q}{R_1} = \frac{Q}{R_2} \rightarrow q = \frac{QR_1}{R_2}. \text{ Cum } V_A = K\frac{Q-q}{R_2} = K\frac{Q - \frac{QR_1}{R_2}}{R_2} =$$

$$= K\frac{Q\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)}{R_2} = K\frac{Q(R_2 - R_1)}{R_2^2}. \text{ Dar } K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \text{ şi atunci :}$$

$V_A = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon R_2^2}$ .Capacitatea electrică a sistemului: $C = \frac{Q}{V_2 - V_1}$. Întrucât sfera de rază R_1 este legată la pământ $V_1 = 0$ şi atunci : $C = \frac{Q}{V_2}$.

Însă, $V_2 = V_A = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon R_2^2}$, încât $C = \frac{Q4\pi\varepsilon R_2^2}{Q(R_2 - R_1)} = \frac{4\pi\varepsilon R_2^2}{R_2 - R_1}$.

Cunoscând capacitatea electrică iniţială a sistemului, putem afla energia electrică iniţială cu relaţia: $W_i = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{2 \bullet 4\pi\varepsilon R_2^2} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon R_2^2}$.

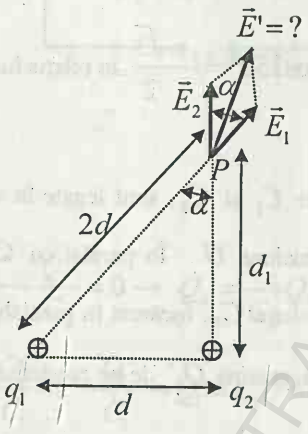
Scriem bilanţul energetic: $W_i = W_f + Q_{caldura}$. Cum sistemul prin scurtcircuitarea sferelor, cu un fir conductor, se descarcă complet $W_f = 0$, iar: $Q_{caldura} = W_i = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon R_2^2}$. Mărimile cerute în problemă sunt: potenţialul electric dintr-un punct A din interiorul sferei R_1: $V_A = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon R_2^2}$ şi variaţia energiei sistemului în urma conectării sferei cu un fir : $\Delta W = Q_{caldura} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon R_2^2}$.

BOJAI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

13. Două corpuri punctiforme fixe, situate în vid, la distanța d unul de altul, sunt încărcate cu sarcinile q_1 și q_2. Intensitatea câmpului rezultant într-un punct situat pe perpendiculara dusă pe dreapta ce unește cele două corpuri din punctul unde se află al doilea corp, astfel încât distanța de la acel punct la primul corp să fie dublă față de distanța până la cel de-al doilea corp, sunt:

(Teste, Medicină Iași, pag.309/1999)

Rezolvare:



a) $q_2 > 0$

Intensitatea câmpului electric în punctul P a sarcinii electrice q_1 este:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 4d^2} = \frac{q_1}{16\pi\varepsilon_0 d^2}$$ și a sarcinii q_2 este $E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 d_1^2}$

Din figură se vede că

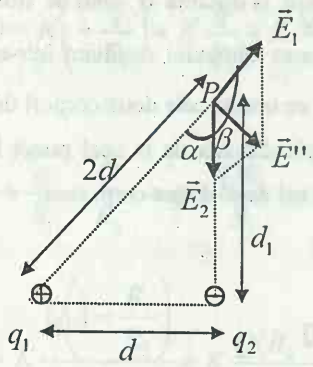
$$d_1^2 = 4d^2 - d^2 = 3d^2$$

Substituind $d_1^2 = 3d^2$ în relația E_2, obținem $E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 3d^2} = \frac{q_2}{12\pi\varepsilon_0 d^2}$.

Componentele intensității electrice rezultante în punctul P sunt: $E_1 = \frac{q_1}{16\pi\varepsilon_0 d^2}$ și $E_2 = \frac{q_2}{12\pi\varepsilon_0 d^2}$, încât: $E \sqrt{E_1^2 E_2^2 2E_1E_2\cos}$

, unde $\cos\alpha = \frac{d_1}{2d} = \frac{\sqrt{3}d}{2d} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha = 30^0$. Se substituie: E_1, E_2 și $\cos\alpha = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ în relația lui E'. $E' = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0 d^2}\sqrt{q_1^2 + 16q_2^2 + \frac{q_1 q_2}{\sqrt{3}}}$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



b) $q_2 < 0$

$$E''=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\beta}$$

unde $\beta = 180^0 - 30^0 = 150^0$, iar

$$\cos 150^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

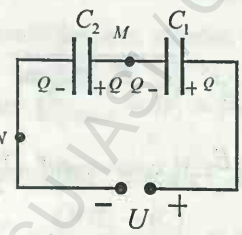
Se introduc valorile: E_1, E_2 și

$\cos\beta = \cos 150^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ în relația lui E''.

14. Două condensatoare, având capacitățile C_1 și C_2, sunt legate în serie. Ansamblului astfel format, i se aplică o tensiune U. În paralel cu C_2 se introduce un al treilea condensator de capacitate C_3, încărcat în prealabil tot sub tensiunea U. După conexiunea în circuit, sarcina Q_3' de pe condensatorul C_3 va fi dată de expresia :

(Teste, Medicină Iași, pag.310/1999)

Rezolvare:



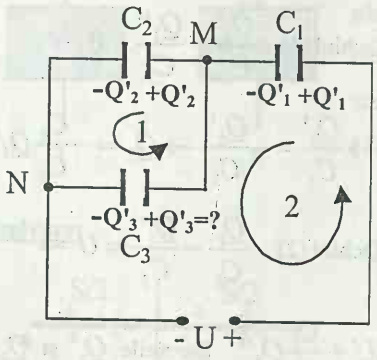
Capacitatea echivalentă a celor două condensatoare legate în serie : $\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{Q}{U}\rightarrow Q=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U$.

C_1 și C_2 fiind legați în serie se încarcă fiecare cu sarcina electrică $Q=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U$.

Condensatorul C_3 se încarcă separat cu sarcina electrică $Q_3 = C_3U$.

Legăm condensatorul C_3 la C_2 cu borna plus la plusul lui C_2, încât avem o

nouă distribuire a sarcinilor electrice în sistemul format:



Aplicăm legile lui Kirchhoff pentru rețea cu condensatoare.

Prima lege pentru nodul M:

$$-Q+Q+Q_3=-Q_1'+Q_2'+Q_3'\rightarrow$$

$$\rightarrow Q_3=-Q_1'+Q_2'+Q_3'.$$ Dar

$$Q_3=C_3U$$

și atunci: $C_3U=-Q_1'+Q_2'+Q_3'$ (1)

A doua lege pentru ochiul (1):

$$\frac{Q_2'}{C_2}-\frac{Q_3'}{C_3}=0\rightarrow Q_2'=\frac{C_2}{C_3}Q_3'$$ iar pentru ochiul (2) $$\frac{Q_1'}{C_1}+\frac{Q_3'}{C_3}=U\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{Q_1'}{C_1}=U-\frac{Q_3'}{C_3}\rightarrow Q_1'=C_1U-\frac{Q_3'C_1}{C_3}$$. Sarcinile Q_1' și Q_2' le substituim

în relația (1) și obținem: $$C_3U=-C_1U+\frac{C_1Q_3'}{C_3}+\frac{C_2}{C_3}Q_3'+Q_3'\rightarrow$$

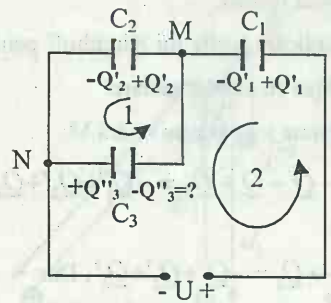
$$\rightarrow(C_3+C_1)U=Q_3'\left(\frac{C_1}{C_3}+\frac{C_2}{C_3}+1\right)\rightarrow(C_3+C_1)U=Q_3'\left(\frac{C_1+C_2+C_3}{C_3}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow Q_3'=\frac{C_3(C_3+C_1)U}{C_1+C_2+C_3}.$$ Sarcina electrică de pe C_3 este:

$$Q_3'=\frac{C_3(C_3+C_1)U}{C_1+C_2+C_3}.$$

După legarea lui C_3 la C_2 cu – la C_2:

BCUASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



În nodul M: $C_3U = -Q_1' + Q_2' - Q_3''$

Ochiul (1): $\frac{Q_2'}{C_2} + \frac{Q_3''}{C_3} = 0 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{Q_2'}{C_2} = -\frac{Q_3''}{C_3} \rightarrow Q_2' = -\frac{C_2}{C_3} Q_3''$

Ochiul (2): $\frac{Q_1'}{C_1} - \frac{Q_3''}{C_3} = U \rightarrow$

$\rightarrow \frac{Q_1'}{C_1} = U + \frac{Q_3''}{C_3} \quad \rightarrow Q_1' = C_1U + \frac{C_1}{C_3} Q_3''$. Sarcinile Q_1' și Q_2' le substituim în relația: $C_3U = -Q_1' + Q_2' - Q_3''$ și obținem:

$$C_3U = -C_1U - \frac{C_1}{C_3}Q_3'' - \frac{C_2}{C_3}Q_3'' - Q_3'' \rightarrow (C_3 + C_1)U = -Q_3''\left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_2}{C_3} + 1\right)$$

$$\rightarrow (C_3 + C_1)U = -Q_3''\left(\frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_3}\right) \rightarrow \frac{C_3(C_3 + C_1)U}{C_1 + C_2 + C_3} = -Q_3'' \rightarrow$$

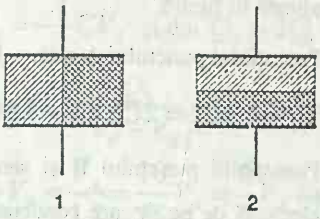
$$Q_3'' = -\frac{C_3(C_3 + C_1)U}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Sarcina de pe C_3 este: $Q_3'' = \frac{C_3(C_3 + C_1)U}{C_1 + C_2 + C_3}$.

Sarcinile electrice Q_3' și Q_3'' pentru legarea lui C_3 la C_2 odată cu + la C_2 și odată cu – la C_2, sunt: $Q_3' = \frac{C_3(C_3 + C_1)U}{C_1 + C_2 + C_3}$ și $Q_3'' = -\frac{C_3(C_3 + C_1)U}{C_1 + C_2 + C_3}$

15. Fie un condensator plan ce conține între plăci două substanțe izolatoare, de permitivități electrice relative ε_1 și ε_2, așezate în două moduri diferite, conform figurii alăturate.

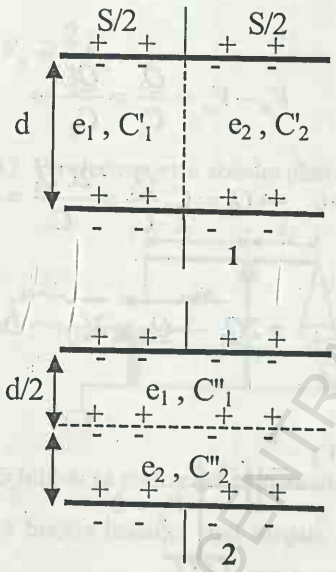
BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



Între capacitățile echivalente C_1 și C_2 ale condensatoarelor corespunzătoare celor două situații prevăzute, se poate scrie următoarea relație:

(Teste Medicină Iași, pag.310/1999)

Rezolvare:



În schema electrică (1)

C_1' și C_2' sunt legați în paralel:

$$C_1 = C_1' + C_2' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{S}{2}}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{2}}{d} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{2d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{2d} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \rightarrow$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

În schema electrică (2)

C_1'' și C_2'' sunt legați în serie:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1''} + \frac{1}{C_2''} = \frac{d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 S} + \frac{d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_2 S} =$$

$$= \frac{d}{2\varepsilon_0 S}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) = \frac{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2\varepsilon_0 S \varepsilon_1 \varepsilon_2} \rightarrow \quad C_2 = \frac{2\varepsilon_0 S \varepsilon_1 \varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}.$$

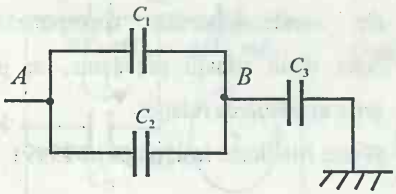
Facem raportul dintre C_1 și C_2 și obținem: $\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2d} \frac{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2\varepsilon_0 S \varepsilon_1 \varepsilon_2} =$

$$= \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2} \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Relația cerută este: $\frac{C_1}{C_2} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2}$.

BCU ACADEMIC CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

16. O rețea de condensatoare are forma indicată în figură:



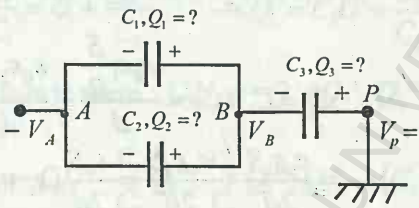
Potențialul punctului A este $-V_A$;

$C_1 = C; C_2 = 2C; C_3 = 1{,}5C$.

Potențialul punctului B și sarcina electrică de pe fiecare condensator sunt date de relațiile:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.310/1999)

Rezolvare:



$$V_B - V_A = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow$$

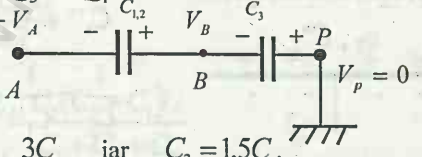
$$\rightarrow Q_2 = C_2 \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2CQ_1}{C} =$$

$$= 2Q_1 \rightarrow Q_2 = 2Q_1.$$ Dar

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \rightarrow Q_1 + 2Q_1 = Q_3 \rightarrow Q_3 = 3Q_1$$

Am obținut : $Q_2 = 2Q_1$ și $Q_3 = 3Q_1$

Schema echivalentă :

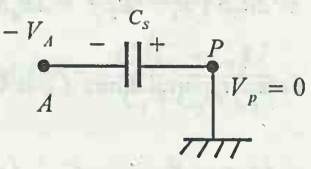


$C_{1,2}$ C_1 C_2 C $2C$ $3C$ iar $C_3 = 1{,}5C$.

Schema echivalentă :

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{3C} + \frac{1}{1{,}5C} = \frac{1+2}{3C} =$$

$$= \frac{3}{3C} = \frac{1}{C} \rightarrow C_s = C. \quad C_s = \frac{Q_3}{V_P - V_A}$$



$$C = \frac{Q_3}{0 - V_A} \rightarrow Q_3 = -CV_A. \quad \text{Din } Q_3 = 3Q_1 \rightarrow \quad -CV_1 = 3Q_1 \rightarrow$$

$Q_1 = -\frac{1}{3}CV_A$ şi din $Q_2 = 2Q_1 \rightarrow Q_2 = -\frac{2}{3}CQ_A$.

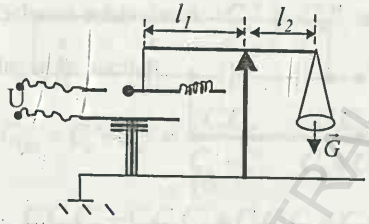
Cum $C_3 = \frac{Q_3}{V_P - V_B} \rightarrow \quad 1{,}5C = \frac{-CV_A}{0 - V_B} \rightarrow \quad 1{,}5 = \frac{-V_A}{-V_B} \rightarrow$

$\rightarrow V_B = \frac{V_A}{1{,}5} = \frac{10}{15}V_A = \frac{2}{3}V_A \rightarrow \quad V_B = \frac{2}{3}V_A$

Rezultatele problemei sunt: $Q_1 = -\frac{1}{3}CV_A, Q_2 = -\frac{2}{3}CQ_A$, $Q_3 = -3Q_A$ şi

$V_B = \frac{2}{3}V_A$.

17. Un electrometru absolut plan are schema indicată în figura alăturată:



Aceste instrumente se bazează pe atracţia dintre armăturile condensatorului când sunt supuse unei diferenţe de potenţial . Condensatorul are una din armături mobile şi fixată la unul din capetele pârghiei unei balanţe. Echilibru se realizează cu mase marcate puse pe talerul liber al balanţei. Ştiind că braţele balanţei sunt inegale, de lungimi l_1, respectiv l_2, distanţa dintre armăturile circulare de diametru D este d, iar greutatea maselor cu care s-a echilibrat balanţa este G, relaţia din care se calculează valoarea U a tensiunii electrice de măsură este:

(Teste Medicină Iaşi, pag.310/1999)

Rezolvare:

Pentru pârghie, la echilibru : $Gl_2 = Fl_1$ (1) iar la condensator:

$Fd = \frac{CU^2}{2} \rightarrow F = \frac{CU^2}{2d}$. Substituim pe F în (1) şi obţinem :

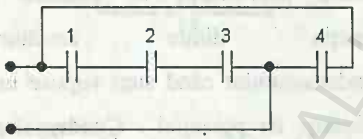
BCU ASTRA CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$Gl_2 = \frac{CU^2}{2d} l_1 \rightarrow U^2 = \frac{Gl_2 2d}{Cl_1} \rightarrow \quad U = \sqrt{\frac{Gl_2 2d}{Cl_1}} \quad (2).$$

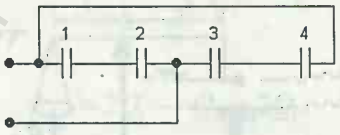
Cum $C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon}{d}\frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \varepsilon D^2}{4d} \rightarrow \quad C = \frac{\pi \varepsilon D^2}{4d}$ şi înlocuind pe C în (2) şi avem : $U = \sqrt{\frac{Gl_2 2d 4d}{\pi \varepsilon D^2 l_1}} = \frac{2d}{D}\sqrt{\frac{2Gl_2}{\pi \varepsilon l_1}}$.

Relaţia cu care se calculează tensiunea electrică: $U = \frac{2d}{D}\sqrt{\frac{2Gl_2}{\pi \varepsilon l_1}}$.

18. O baterie din patru condensatoare diferite C_1, C_2, C_3 şi C_4 se conectează după schemele următoare:



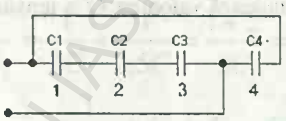
a)



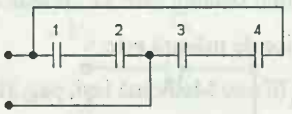
b)

Ce relaţie trebuie să existe între capacităţile C_1, C_2, C_3 şi C_4 astfel încât, la trecerea de la schema a) la schema b) , capacitatea echivalentă să rămână aceeaşi: (Teste Medicină Iaşi, pag.311/1999)

Rezolvare:



a)

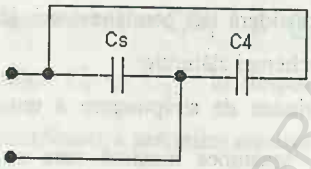


b)

Pentru schema a) : $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2C_3 + C_1C_2 + C_1C_3}{C_1C_2C_3} \rightarrow$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$C_s = \frac{C_1C_2C_3}{C_2C_3 + C_1C_2 + C_1C_3};$$



Schema echivalentă este:

C_s şi C_4 sunt legaţi în paralel:

$$C_{(a)} = C_s + C_4 \rightarrow$$

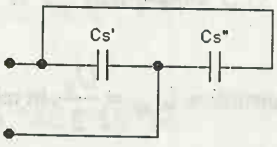
$$C_{(a)} = \frac{C_1C_2C_3}{C_2C_3 + C_1C_2 + C_1C_3} + C_4 = \frac{C_1C_2C_3 + C_2C_3C_4 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4}{C_2C_3 + C_1C_2 + C_1C_3} \rightarrow$$

$$\rightarrow C_{(a)} = \frac{C_1C_2C_3 + C_2C_3C_4 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4}{C_2C_3 + C_1C_2 + C_1C_3}$$

Pentru schema (b)

$$\frac{1}{C_s'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1C_2} \rightarrow C_s' = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} \text{ iar } C_s'' = \frac{C_3C_4}{C_3 + C_4}$$

Schema echivalenţă: C_s' şi C_s'' sunt legaţi în paralel:



$$C_{(b)} = C_s' + C_s'' = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3 + C_4} =$$

$$= \frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_3C_4C_1 + C_2C_3C_4}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)} \rightarrow \text{ Cum } C_{(a)} = C_{(b)} \text{ avem:}$$

$$\frac{C_1C_2C_4 + C_2C_3C_4 + C_1C_3C_4 + C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3} = \frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_3C_4C_1 + C_2C_3C_4}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}$$

Prin simplificarea numărătorilor obţinem:

$$C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3 = (C_1 + C_2)(C_3 + C_4) \rightarrow$$

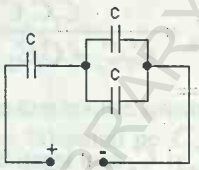
$$\rightarrow C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3 = C_1C_3 + C_2C_3 + (C_1 + C_2)C_4 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1C_2 = (C_1 + C_2)C_4 \rightarrow C_4 = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

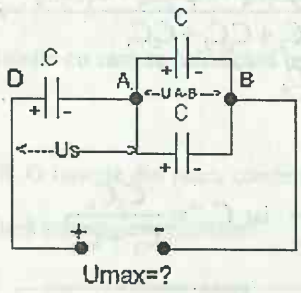
Relaţia dintre cele 4 condensatoare este: $C_4 = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$.

BCU IASI - LIBRARY UNIVERSITY

19. Se consideră trei condensatoare identice, legate conform schemei alăturate:



Dacă tensiunea de străpungere a unui condensator este U_S, tensiunea maximă care se poate aplica circuitului este: (Teste, Medicină Iaşi, pag.311/1999)



Rezolvare:

Din figură se vede: $U_{max} = U_S + U_{AB}$ (1)

$C_{AB} = \frac{q_{AB}}{U_{AB}}$ dar $C_{AB} = 2C$ şi

$q_{AB} = q_{DA} = CU_S$ şi atunci:

$2C = \frac{CU_S}{U_{AB}} \rightarrow U_{AB} = \frac{U_S}{2}$

Substituim $U_{AB} = \frac{U_S}{2}$ în relaţia (1): $U_{max} = U_S + \frac{U_S}{2} = \frac{3U_S}{2}$

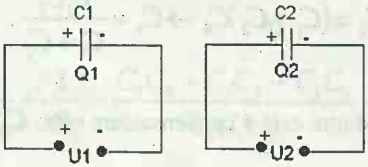
Tensiunea maximă ce se poate aplica circuitului este: $U_{max} = \frac{3U_S}{2}$.

20. Două condensatoare au capacitatea C_1 şi C_2 sunt încărcate la tensiunile U_1, respectiv U_2, şi apoi legate în paralel. Tensiunea la bornele bateriei de condensatoare şi sarcina fiecărui condensator după conectarea în paralel sunt egale cu: (Teste, Medicină Iaşi, pag.311/1999)

Rezolvare: Schema încărcării condensatoarelor C_1 şi C_2:

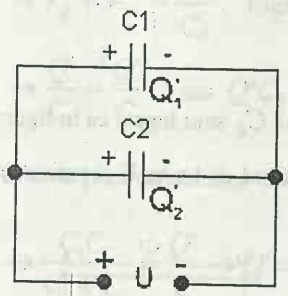
$C_1 = \frac{Q_1}{U_1} \rightarrow Q_1 = C_1U_1$

$C_2 = \frac{Q_2}{U_2} \rightarrow Q_2 = C_2U_2$



BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cei doi condensatori au sarcinile electrice: $Q_1 = C_1U_1$ şi $Q_2 = C_2U_2$. Conectarea în paralel a condensatoarelor C_1 şi C_2: În timpul conectării condensatorilor C_1 şi C_2 are loc o redistribuire a sarcinilor electrice în Q'_1 şi Q_2' pe fiecare condensator şi apare o tensiune electrică U comună celor doi condensatori grupaţi: Q_1'



$$C_1 = \frac{Q_1'}{U} \rightarrow Q_1' = C_1U \text{ şi}$$

$$C_2 = \frac{Q_2'}{U} \rightarrow Q_2' = C_2U.$$

Sarcinile electrice cu care se încarcă condensatorii C_1 şi C_2 sunt : $Q_1' = C_1U$ şi $Q_2' = C_2U$.

Aplicăm legea conservării sarcinilor electrice: $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$.

Substituim Q_1, Q_2, Q_1', Q_2' prin valorile găsite şi obţinem:

$$C_1U_1 + C_2U_2 = C_1U + C_2U \rightarrow C_1U_1 + C_2U_2 = U(C_1 + C_2) \rightarrow$$

$$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}.$$ Cunoscând pe U putem afla : $Q_1' = C_1U =$

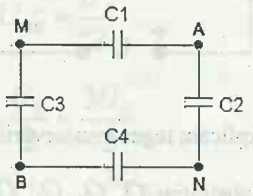
$$= C_1\frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} \text{ şi } Q_2' = C_2U = C_2\frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$$ După conectarea în paralel a condensatoarelor C_1 şi C_2 s-au obţinut următoarele rezultate:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tensiunea electrică la bornele bateriei: $U = \dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$, sarcinile electrice cu care se încarcă condensatoarele C_1 şi C_2 sunt: $Q_1' = C_1\dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$ şi $Q_2' = C_2\dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$.

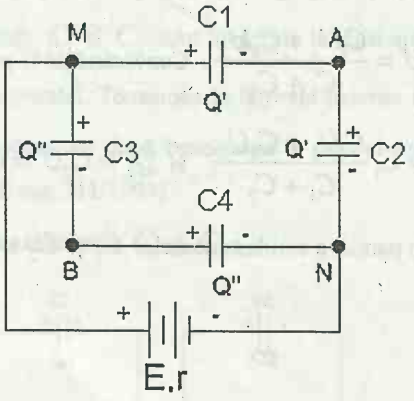
21. Patru condensatoare de capacităţi C_1, C_2, C_3 şi C_4 sunt legate ca în figura alăturată: Între punctele M şi N este conectată o sursă de t.e.m. E şi rezistenţa internă r. Relaţia ce trebuie să existe între C_1, C_2, C_3 şi C_4 pentru ca punctele A şi B să aibă acelaşi potenţial este:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.311 / 1999)



Rezolvare:

Între nodurile M şi N conectăm un generator electric spre a ne ajuta găsirea relaţiei între C_1, C_2, C_3 şi C_4 în ipoteza că punctele A şi B să aibă acelaşi potenţial. Condensatorii C_1 şi C_2 sunt legaţi în serie, se încarcă cu aceiaşi sarcină electrică Q' iar C_3 şi C_4 se încarcă cu sarcină electrică Q'', legaţi tot în serie. Capacitatea electrică:



BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$C_1 = \frac{Q'}{V_M - V_A} \rightarrow C_1(V_M - V_A) = Q' \rightarrow V_M - V_A = \frac{Q'}{C_1} \rightarrow$

$\rightarrow V_A = V_M - \frac{Q'}{C_1}$. Capacitatea electrică:

$C_3 = \frac{Q''}{V_M - V_B} \rightarrow C_3(V_M - V_B) = Q'' \rightarrow V_M - V_B = \frac{Q''}{C_3} \rightarrow$

$\rightarrow V_B = V_M - \frac{Q''}{C_3}$. Cum $V_A = V_B$ putem scrie: $V_M - \frac{Q}{C_1} = V_M - \frac{Q'}{C_3} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{Q'}{C_1} = \frac{Q''}{C_3}$ sau $Q'C_3 = Q''C_1$. (1) Condensatorii C_1 şi C_2 sunt legaţi în serie şi au capacitatea echivalentă: $C_{12} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q'}{V_M - V_N} = \frac{Q'}{E} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q'}{E} \rightarrow Q' = \frac{EC_1C_2}{C_1 + C_2}$. Condensatorii C_3 şi C_4 sunt legaţi în serie şi au capacitatea echivalentă: $\frac{C_3C_4}{C_3 + C_4} = \frac{Q''}{V_M - V_N} = \frac{Q''}{E} \rightarrow$

$\frac{C_3C_4}{C_3 + C_4} = \frac{Q''}{E} \rightarrow Q'' = \frac{EC_3C_4}{C_3 + C_4}$. Cunoscând pe $Q' = \frac{EC_1C_2}{C_1 + C_2}$ şi $Q'' = \frac{EC_3C_4}{C_3 + C_4}$ şi folosindu-ne de relaţia (1), obţinem:

$\rightarrow \frac{EC_1C_2}{C_1 + C_2}C_3 = \frac{EC_3C_4}{C_3 + C_4}C_1 \rightarrow \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_4}{C_3 + C_4} \rightarrow$

$\rightarrow C_2C_3 + C_2C_4 = C_4C_1 + C_4C_2 \rightarrow C_2C_3 = C_1C_4$

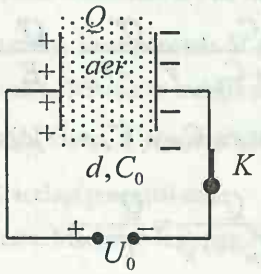
Relaţia dintre C_1, C_2, C_3 şi C_4 pentru că $V_A = V_B$ este $C_2C_3 = C_1C_4$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

22. Un condensator plan cu aer sub o tensiune U_0 şi apoi este deconectat de la sursă. Între plăci, paralel cu armăturile se introduce un strat de dielectric, de permitivitate relativă ε_r cu grosimea egală cu a n-a parte din distanţa dintre armăturile condensatorului. Noua tensiune dintre armăturile condensatorului este dată de relaţia: (Teste, Medicină Iaşi, pag.312 / 1999)

Rezolvare:

Iniţial considerăm condensatorul plan cu aer $\varepsilon_r = 1$ încărcat sub tensiunea U_0 pentru a calcula sarcina Q de pe armături.

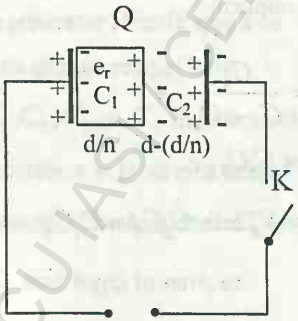


Capacitatea condensatorului plan

$$C_0 = \frac{Q}{U_0} \rightarrow Q = C_0 U_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U_0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Q = \frac{\varepsilon_0 S U_0}{d} \quad (1)$$

Condensatorul C_0 se deconectează de la tensiunea U_0 cu ajutorul întrerupătorului K şi apoi se introduce placa dielectrică de grosime $\frac{d}{n}$ modificându-se capacitatea electrică a sistemului format de două condensatoare C_1 şi C_2 legate în serie, tensiunea electrică devenind U, rămânând sarcina electrică Q, constantă. Condensatorul C_1 are capacitatea electrică: $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\frac{d}{n}} = \frac{n\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$ iar condensatorul electric C_2, are capacitatea electrică :



BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$C_2 = \frac{\varepsilon_0 1S}{d - \frac{d}{n}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{\varepsilon_0 Sn}{d(n-1)}$. Cei doi condensatori C_1 şi C_2 au capacităţile : $C_1 = \frac{n\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$ şi $C_2 = \frac{\varepsilon_0 Sn}{d(n-1)}$.

Cum C_1 şi C_2 sunt legaţi în serie, capacitatea echivalentă este:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{n\varepsilon_0\varepsilon_r S} + \frac{d(n-1)}{n\varepsilon_0 S} = \frac{d}{n\varepsilon_0 S}\left[\frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{n-1}{1}\right] =$$

$$= \frac{d}{n\varepsilon_0 S}\left[\frac{1+\varepsilon_r(n-1)}{\varepsilon_r}\right] \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{d\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}{n\varepsilon_0\varepsilon_r S} \rightarrow$$

$$\rightarrow C = \frac{n\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}.$$

Deci, capacitatea electrică a sistemului este: $C = \frac{n\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}$

Între capacitatea electrică C, sarcina electrică Q şi tensiunea electrică U, există relaţia: $C = \frac{Q}{U} \rightarrow \quad Q = CU$ (2) Din relaţia (1): $C = \frac{\varepsilon_0 SU_0}{d}$ şi substituind în relaţia (2) obţinem: $\frac{\varepsilon_0 SU_0}{d} = CU \rightarrow U = \frac{\varepsilon_0 SU_0}{Cd}$.

Cum $C = \frac{n\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}$ şi introducând în $U = \frac{\varepsilon_0 SU_0}{Cd}$ căpătăm:

$$U = \frac{\varepsilon_0 SU_0 d\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}{dn\varepsilon_0\varepsilon_r S} = \frac{U_0\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}{n\varepsilon_r}.$$

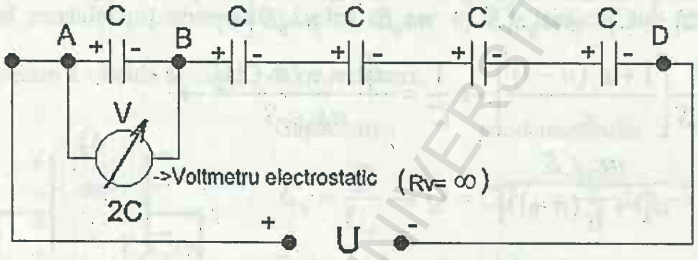
Noua tensiune electrică dintre armăturile condensatorului este:

$$U = \frac{U_0\left[1+\varepsilon_r(n-1)\right]}{n\varepsilon_r}.$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

23. În paralel cu unul din cinci condensatori identici legați în serie se leagă un voltmetru electrostatic ($R_V = \infty$) cu capacitatea de două ori mai mare decât a fiecărui condensator. Voltmetru indică tensiunea U_1. Tensiunea aplicată bateriei de condensatoare are valoarea:

(Teste, Medicină Iași, pag.312 / 1999)



Rezolvare:

Notăm tensiunea electrică dintre A și B cu U_1 și dintre B și D cu U_2 încât : $U = U_1 + U_2$.

Capacitatea echivalentă a condensatoarelor legate în serie între B și D este:

$\frac{1}{C_S} = \frac{4}{C} \rightarrow C_S = \frac{C}{4}$. Dar $C_S = \frac{Q_{BD}}{U_2} \rightarrow \frac{C}{4} = \frac{Q_{BD}}{U_2} \rightarrow U_2 = \frac{4Q_{BD}}{C}$.

Capacitatea electrică: $C_{AB} = \frac{Q_{AB}}{U_1}$. Dar $C_{AB} = C + 2C = 3C$, încât:

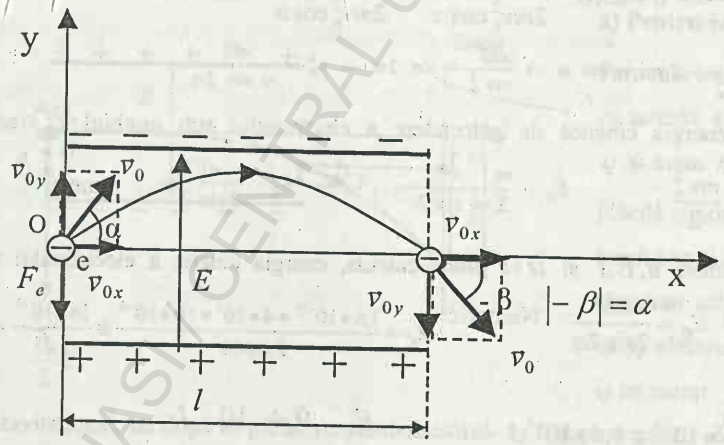
$3C = \frac{Q_{AB}}{U_1} \rightarrow Q_{AB} = 3CU_1 \rightarrow U_1 = \frac{Q_{AB}}{3C}$. S-a calculat: $U_2 = \frac{4Q_{BD}}{C}$ și $U_1 = \frac{Q_{AB}}{3C}$. Facem raportul: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{4Q_{BD}}{C}\frac{3C}{Q_{AD}}$. Cum $Q_{BD} = Q_{AB}$ ca fiind sarcinile electrice a condensatoarelor echivalente C_{AB} și C_{BD} legate în serie, obținem: $\frac{U_2}{U_1} = 12 \rightarrow U_2 = 12U_1$. Cum $U = U_1 + U_2 =$

$= U_1 + 12U_1 = 13U_1 \rightarrow \quad U = 13U_1$ Deci tensiunea aplicată bateriei de condensatoare are valoarea: $U = 13U_1$.

24. Un electron pătrunde între plăcile orizontale ale unui condensator astfel încât viteza va face, la intrare un unghi $\alpha = 30^0$ cu axa longitudinală a condensatorului iar la ieşire un unghi β, egal în modul cu α.

Electronul nu se ciocneşte de armături, cunoscând lungimea plăcilor $l = 10cm$ şi intensitatea câmpului electric între plăci $E = 4 \bullet 10^4 V/m$, energia cinetică a electronului la intrarea în condensator este: (se cunosc masa de repaus a electronului $m_0 = 9{,}1 \bullet 10^{-31} Kg$ şi sarcina electrică $e = 1{,}6 \bullet 10^{-19} C$). (Test, Medicină Iaşi, Pag.312/1999)

Rezolvare:



Componentele vitezei v_0 $\nearrow$ v_{0x} $v_0 \cos$

$\searrow$ v_{0y} $v_0 \sin$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Electronul după 0X are o mişcare uniformă: $l = v_{0x}t = v_0(\cos\alpha)t \rightarrow$

$\rightarrow t = \dfrac{l}{v_0 \cos \alpha}$, iar după oy are mişcarea uniform încetinită:

$y = v_{0y}t - \dfrac{at^2}{2} = (v_0 \sin \alpha)t - \dfrac{at^2}{2}$.

Menţionăm că greutatea electronului este foarte mică comparativ cu forţa electrică şi nu avem o aruncare în câmp gravitaţional a Pământului, ci o mişcare uniform încetinită sub un unghi α într-un câmp electric, iar forţa electrică se opune mişcării electronului, atribuindu-i o acceleraţie pe care o aflăm din legea a doua dinamicii: $ma = F_e = eE \rightarrow a = \dfrac{eE}{m}$. Ecuaţia de mişcare după oy devine: $y = (v_0 \sin\alpha)\dfrac{l}{v_0\cos\alpha} - \dfrac{eE}{2m}\dfrac{l^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$. În punctul A, y=0 şi atunci, obţinem: $0 = l\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \dfrac{eEl^2}{2mv_0^2\cos^2\alpha}$. Simplificăm cu $\cos\alpha$ şi l, încât avem: $0 = \sin\alpha - \dfrac{eEl}{2mv_0^2\cos\alpha} \rightarrow \dfrac{eEl}{2mv_0^2\cos\alpha} = \sin\alpha \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{eEl}{mv_0^2} = 2\sin\alpha\cos\alpha \rightarrow \dfrac{eEl}{mv_0^2} = \sin 2\alpha \rightarrow v_0^2 = \dfrac{eEl}{m\sin 2\alpha}$.

Cum energia cinetică de pătrundere a electronului sub unghiul α, este $E_C = \dfrac{mv_0^2}{2}$, $E_C \quad \dfrac{m}{2}\dfrac{eEl}{m\sin 2} \qquad E_C \quad \dfrac{eEl}{2\sin 2}$ atunci .

Cunoscând e, E, l şi α se poate calcula, energia cinetic a electronului cu relaţia: $E_C = \dfrac{eEl}{2\sin 2\alpha}$. Numeric: $E_C = \dfrac{1{,}6 \bullet 10^{-19} \bullet 4 \bullet 10^4 \bullet 10 \bullet 10^{-2}}{2\sin 60^0} \cong \dfrac{16 \bullet 10^{-7}}{2\dfrac{\sqrt{3}}{2}} =$

$= \dfrac{160}{17} \bullet 10^{-9} \cong 9{,}4 \bullet 10^{-7} J \rightarrow \qquad E_C \quad 9{,}4 \quad 10^{\ 7} J$

25. O particulă încărcată cu sarcină q şi de masă m, având energia cinetică W_C, pătrunde între armăturile plane şi orizontale ale unui condensator, care

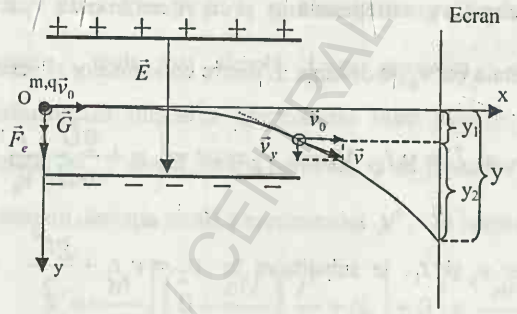
25. O particulă încărcată cu sarcină q şi de masă m, având energia cinetică W_C, pătrunde între armăturile plane şi orizontale ale unui condensator, care sunt supuse unei diferenţe de potenţial U. Distanţa dintre plăci este d, iar lungimea acestora l. La distanţa L de condensator se află un ecran . Orientarea intensităţii câmpului electric coincide cu orientarea forţei de greutate.

a) considerând direcţia vitezei iniţiale, paralelă cu armăturile condensatorului, să se determine poziţia în care particula loveşte ecranul;

b) dacă particula încărcată este un electron, să se determine abaterea pe verticală a cesteia faţă de direcţia iniţială, în momentul în care atinge ecranul.

(Test, Medicină Iaşi, Pag.312/1999)

Rezolvare:



a) Pentru m şi q Particula încărcată cu sarcina electrică q şi masa m, între plăcile condensatorului va fi supusă simultan atât la un câmp electric, cât şi la un câmp gravitaţional, iar după ce părăseşte condensatorul va fi supusă numai câmpului gravitaţional. În câmpul electric şi gravitaţional va fi deviată de la direcţia iniţială 0x, cu y_1 şi apoi în câmp gravitaţional va fi deviată cu y_2, încât pe ecran deviaţia totală va fi: $y = y_1 + y_2$. Trebuie calculate y_1 şi y_2 şi apoi însumate ne va da deviaţia totală care se cere în problema.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Calcularea lui y_1. După 0y mişcarea este uniform accelerată fără viteză iniţială: $y_1 = \frac{at^2}{2}$ iar după 0x, mişcarea este uniformă $l = v_0 t$.

Aflarea acceleraţiei mişcării particulei încărcate electric cu sarcina electrică q şi de masă m: $G + F_e = F \rightarrow mg + qE = ma \rightarrow$

$\rightarrow mg + q\frac{U}{d} = ma \rightarrow Q = q\frac{U}{md} + g$. Din $l = v_0 t \rightarrow t = \frac{l}{v_0}$.

Mărimile fizice a şi t le substituim în $y_1 = \frac{at^2}{2}$ şi găsim :

$$y_1 = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{1}{2}\frac{l^2}{v_0^2}.$$

Calcularea lui y_2. Particula de masă m şi sarcină q este sub acţiunea câmpului gravitaţional şi va avea o mişcare compusă: una după verticală uniform accelerată; cu acceleraţia gravitaţională g şi cu viteza iniţială v_y şi o a doua mişcare după orizontală cu v_0 pe distanţa L dintre condensator şi ecran.

Aşadar: $y_2 = v_y t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$ şi $L = v_0 t_1$. Viteza $v_y = at = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{l}{v_0}$ şi

$t_1 = \frac{L}{v_0}$. Mărimile fizice v_y şi t_1, le substituim în $y_2 = v_y t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$ şi

obţinem: $y_2 = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{l}{v_0}\frac{L}{v_0} + \frac{g}{2}\frac{L^2}{v_0^2} = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{lL}{v_0^2} + \frac{g}{2}\frac{L^2}{v_0^2}$.

Cum energia cinetică $W_c = \frac{mv_0^2}{2} \rightarrow v_0^2 = \frac{W_c}{m}$ şi substituim atât în y_1 cât şi

în y_2 şi vom găsi: $y_1 = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{1}{2}l^2\frac{m}{2W_c}$ şi

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$y_2 = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{1}{2}\frac{lLm}{W_c} + \frac{g}{2}\frac{L^2 m}{2W_c}$. Calculăm deviația totală: $y = y_1 + y_2 \rightarrow$

$$\rightarrow y = \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{1}{2}l^2\frac{m}{2W_c} + \left(g + \frac{qU}{md}\right)\frac{1}{2}\frac{lLm}{W_c} + \frac{g}{2}\frac{L^2 m}{2W_c} =$$

$$= \frac{m}{2W_c}\left[\left(g + \frac{qU}{md}\right)\left(\frac{l^2}{2} + lL\right) + \frac{gL^2}{2}\right].$$ Particula încărcată electric de sarcină electrică q şi masă m, va fi deviată de la direcţia iniţială 0x cu distanţa y măsurată pe ecran.

Relaţia de calcul a deviaţiei totale este:

$$y = \frac{m}{2W_c}\left[\left(g + \frac{qU}{md}\right)\left(\frac{l^2}{2} + lL\right) + \frac{gL^2}{2}\right].$$

b) Pentru electron. În cazul electronului, greutatea $G << F_e$ şi încât între plăcile condensatorului acţionează aspra lui numai F_e. Calculele de aflare a deviaţiei y_1' şi y_2' sunt asemănătoare, încât pe ecran se va obţine y' o relaţie mult mai simplă. Cum greutatea electronului $G = mg$, nu influenţează mişcarea electronului între plăcile condensatorului punem în relaţia lui y găsită pentru particula q şi masa m, condiţia $g = 0$ şi q=e şi obţinem deviaţia totală a electronului y'. În acest caz :

$$y' = \frac{m}{2W_c}\left[\left(0 + \frac{eU}{md}\right)\left(\frac{l^2}{2} + lL\right) + 0\right] = \frac{m}{2W_c}\left[\frac{eU}{md}\left(\frac{l^2}{2} + lL\right)\right] =$$

$$= \frac{eUl}{2W_c d}\left(\frac{l}{2} + L\right).$$ Deviaţia totală a electronului pe ecran este:

$$y' = \frac{eUl}{2W_c d}\left(\frac{l}{2} + L\right)$$. Cele două deviaţii sunt:

$$y = \frac{m}{2W_c}\left[\left(g + \frac{qU}{md}\right)\left(\frac{l^2}{2} + lL\right) + \frac{gL^2}{2}\right] \text{ şi } y' = \frac{eUl}{2W_c d}\left(\frac{l}{2} + L\right).$$

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

26. Un electron cu masa m şi sarcina electrică e pătrunde într-un câmp electric omogen de intensitate E, orientat pe verticală de jos în sus. Viteza electronului este v_0 şi este orientată paralel cu liniile de câmp, în acelaşi sens. Considerând axa 0y orientată pe direcţia şi sensul lui v_0, se cere;

a) ecuaţia de mişcare a electronului la un moment dat în timpul urcării;

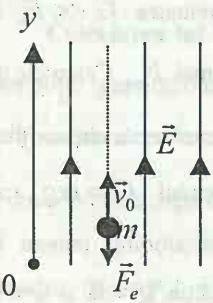
b) timpul după care electronul atinge înălţimea maximă în câmp ;

c) înălţimea maximă h atinsă de electron în câmp.

Se neglijează greutatea electronului în raport cu forţa electrică ($G << F_e$).

(Teste, Medicină Iaşi, pag.312/1999)

Rezolvare:



a) Mişcarea electronului pe verticală de jos în sus este uniform încetinită şi după un timp se va opri. Oprirea este cauzată de forţa electrică $\vec{F}_e$ ce se opune mişcării şi la un moment, viteza $\vec{v}_0$ devine nulă.

Ecuaţia de mişcare este $y = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ unde acceleraţia a se deduce din legea a doua a dinamicii: $F_e = ma \rightarrow eE = ma \rightarrow a = \frac{eE}{m}$, încât ecuaţia mişcării pe verticală de jos în sus este: $y = v_0 t - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$.

Este o funcţie de gr. II în t, se va reprezenta grafic printr-o parabolă şi va avea un maxim , deoarece coeficientul lui t^2 este negativ.

b) Scriem ecuaţia vitezei: $v = v_0 - at$ şi la momentul opririi, vitezei $v = 0$ şi atunci timpul de urcare va fi : $0 = v_0 - at_u \rightarrow at_u = v_0 \rightarrow t_u = \frac{v_0}{a}$ şi cum $a = \frac{eE}{m}$, atunci : $t_u = \frac{v_0 m}{eE}$;

ECU "ASTRA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) înălțimea maximă se calculează din ecuația mișcării substituind pe t cu t_u și obținem: $y_m = v_0 t_u - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_u^2 = v_0 \frac{v_0 m}{eE} - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{v_0^2 m^2}{e^2E^2} =$

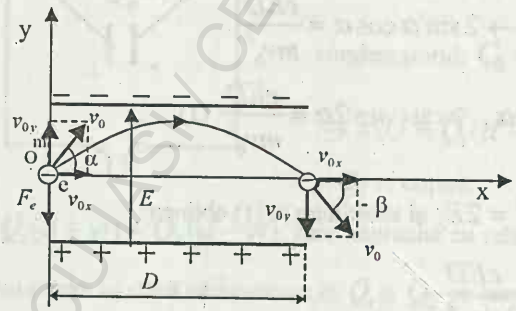
$= v_0^2 \frac{m}{eE} - \frac{1}{2}v_0^2 \frac{m}{eE} = \frac{m}{eE}v_0^2\left(1-\frac{1}{2}\right) = \frac{mv_0^2}{2eE} \rightarrow \quad y_m = \frac{mv_0^2}{2eE}.$

Mărimile fizice determinate sunt:

- ecuația de mișcare: $y = v_0 t - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$
- timpul de urcare : $t_u = \frac{v_0 m}{eE}$
- înălțimea maximă: $y_m = \frac{mv_0^2}{2eE}$

27. Un electron pătrunde într-un condensator plan sub un unghi α față de direcția câmpului electric dintre plăci și iese sub un unghi β. Dacă lungimea armăturilor este D și intensitatea câmpului electric E, atunci energia inițială a electronului se calculează cu relația: (Teste Medicină Iași, pag.313/1999)

Rezolvare:



Componentele vitezei v_0 sunt: după 0x:

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ și

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ după 0y

Electronul datorită forței electrice, ce se opune mișcării, va avea o mișcare încetinită până la

înălțimea maximă, după care va avea o mișcare de o aruncare pe orizontală după 0x cu viteza v_{0x} și va atinge punctul A unde coordonata $y=0$, iar unghiul ce-l face viteza cu 0x este β.

Ecuația mișcării electronului după 0y: $y=v_{0y}t-\frac{at^2}{2}$ iar după 0x: $D=v_{0x}t$. Trebuie calculată accelerația și ne folosim de legea a doua a dinamicii: $ma=F_e=eE\rightarrow a=\frac{eE}{m}$ din $D=v_{0x}t\rightarrow t=\frac{D}{v_{0x}}$.

Mărimile fizice : $a=\frac{eE}{m}$, $t=\frac{D}{v_{0x}}$ și $v_{0y}=v_0\sin\alpha$ le substituim în $y=v_{0y}t-\frac{at^2}{2}$ și obținem: $y=(v_0\sin\alpha)\frac{D}{v_{0x}}-\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{D^2}{v_{0x}^2}$.

În punctul A, $y=0$ și atunci: $0=(v_0\sin\alpha)\frac{D}{v_{0x}}-\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{D^2}{v_{0x}^2}$

Cum $v_{0x}=v_0\cos\alpha$, atunci: $(v_0\sin\alpha)\frac{D}{v_o\cos\alpha}=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{D^2}{v_0^2\cos^2\alpha}\rightarrow$

$\rightarrow\sin\alpha=\frac{eED}{2mv_0^2\cos\alpha}\rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{eED}{mv_0^2}$.

Dar $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2\alpha$, încât : $\sin 2\alpha=\frac{eED}{mv_0^2}$ (1)

Cum $E_c=\frac{mv_0^2}{2}\rightarrow mv_0^2=2E_c$ și substituim în (1) obținem:

$\sin 2\alpha=\frac{eED}{2E_c}\rightarrow E_c=\frac{eED}{2\sin 2\alpha}$

Deci energia cinetică inițială a electronului este: $E_c=\frac{eED}{2\sin 2\alpha}$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

28. O sarcină electrică Q este distribuită pe două condensatoare plane, identice conectate în paralel. La momentul $t = 0$, distanța între plăcile unui condensator începe să crească uniform după legea $d_1 = d + vt$, iar distanța între plăcile celuilalt începe să scadă uniform, conform relației $d_2 = d - vt$. Neglijând rezistențele firelor de legătură, să se determine:

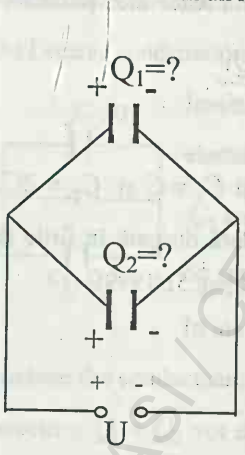
a) sarcinile pe cele două condensatoare, la momentul de timp t;

b) intensitatea curentului prin circuit când plăcile condensatorului se mișcă.

(Teste Medicină Iași, pag.313/1999)

Rezolvare:

a) Aflarea sarcinilor Q_1 și Q_2 de pe cele două condensatoare legate în paralel. Mai întâi întocmim un montaj electric:



Sarcina electrică totală este: $Q = Q_1 + Q_2$.

Pentru condensatorul

$$C_1 = \frac{Q_1}{U} \rightarrow \frac{\varepsilon S}{d + vt} = \frac{Q_1}{U}$$

$\rightarrow \varepsilon SU = Q_1(d + vt)$ (1). Iar pentru condensatorul: $C_2 = \frac{Q_2}{U} \rightarrow \frac{\varepsilon S}{d - vt} = \frac{Q_2}{U} \rightarrow$

$\rightarrow \varepsilon SU = Q_1(d - vt)$ (2). Din relațiile (1) și (2) se obține:

$Q_1(d + vt) = Q_2(d - vt)$ care împreună cu relația $Q = Q_1 + Q_2$ formează un sistem cu două necunoscute în Q_1 și Q_2 pe care trebuie să-l rezolvăm.

Sistemul obținut este: $\begin{cases} Q_1(d + vt) = Q_2(d - vt) \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{cases}$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvarea sistemului: $Q_2 = \frac{Q_1(d+vt)}{d-vt}$ şi substituind în ecuaţia a doua avem: $Q_1 + \frac{Q_1(d+vt)}{d-vt} = Q \rightarrow Q_1\left(1+\frac{d+vt}{d-vt}\right) = Q \rightarrow$

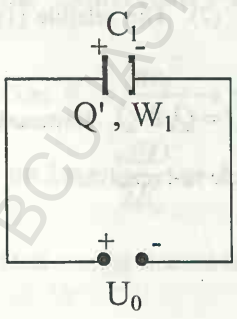
$\rightarrow Q_1\left(\frac{2d}{d-vt}\right) = Q \rightarrow Q_1 = \frac{Q(d-vt)}{2d}$. Cum $Q_2 = Q_1\frac{(d+vt)}{d-vt}$, atunci:

$Q_2 = \frac{d+vt}{d-vt}\frac{Q(d-vt)}{d-vt} = \frac{Q(d+vt)}{d-vt}$. Sarcinile electrice de pe cele două condensatoare C_1 şi C_2 sunt: $Q_1 = \frac{Q(d-vt)}{2d}$ şi $Q_2 = \frac{Q(d+vt)}{d-vt}$.

b) $I = \frac{Q}{t}$ unde $t = \frac{d}{v}$ şi atunci: $I = \frac{Q}{\frac{d}{v}} = \frac{Qv}{d}$. Intensitatea curentului electric este : $I = \frac{Qv}{d}$. Mărimile fizice calculate prin rezolvarea problemei sunt : $Q_1 = \frac{Q(d-vt)}{2d}$, $Q_2 = \frac{Q(d+vt)}{d-vt}$ şi $I = \frac{Qv}{d}$.

29. Dacă se leagă între ei doi condensatori de capacităţi $C_1 = C$ şi $C_2 = 2C$, încărcaţi sub aceiaşi tensiune U şi deconectaţi, căldura disipată în firile de legătură poate fi dată de relaţia: (Teste, Medicină Iaşi, pag.51/1999)

Rezolvare:



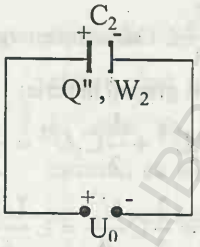
$W_1 = \frac{1}{2}C_1U_0^2$,

$C_1 = \frac{Q'}{U_0} \rightarrow Q' = C_1U_0 = CU_0$

$C_1 = C$ şi $C_2 = 2C$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$W_2 = \frac{1}{2}C_2U_0^2 = \frac{1}{2}2C_1U_0^2 = C_1U_0^2;$$



$$C_2 = \frac{Q''}{U_0} \rightarrow 2C_1 = \frac{Q''}{U_0} \rightarrow Q'' = 2C_1U_0 =$$

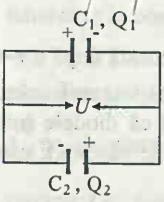
$$2Q' \text{ şi } W_i = \frac{1}{2}C_1U_0^2 + C_1U_0^2 = \frac{3C_1U_0^2}{2}$$

În starea iniţială avem: $Q' = C_1U_0 = CU_0$; $Q'' = 2C_1U_0 = 2CU_0 = 2Q'$

şi $W_i = \dfrac{3C_1U_0^2}{2} = \dfrac{3CU_0^2}{2}$.

a) Legarea condensatoarelor C_1 şi C_2 în paralel : Întrucât potenţialul $V_A = V_B$ iar $V_A - V_B = 0$, intensitatea curentului este nulă, ceea ce face ca şi cantitatea de căldură să fie nulă.

b) Legarea condensatoarelor C_1 şi C_2 în serie.



Înainte de a lega condensatorii în serie avem sarcinile electrice $Q' = CU_0$ şi $Q'' = 2CU_0$ adică condensatorul C_2 are acumulat un surplus de sarcina electrică faţă de C_1. Se vede din relaţia că $Q'' > Q'$.

În momentul legării în serie, diferenţa $Q'' - Q'$ trece prin ambele fire conductoare, ducând chiar la încălzirea firelor iar o parte de sarcini electrice $Q_1 + Q_2$ vor rămâne pe cele două condensatoare, încât putem scrie: $Q'' - Q' = Q_1 + Q_2$. Substituind $Q'' = 2CU_0$, $Q' = CU_0$, $Q_1 = CU$ şi $Q_2 = 2CU$ obţinem:

$$2CU_0 - CU_0 = CU + 2CU \rightarrow CU_0 = 3CU \rightarrow$$

ECU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow U = \frac{U_0}{3}$. Calculăm energia finală a sistemului format din cei doi condensatori grupați în serie:

$W_f = \frac{1}{2}C_1U^2 + \frac{1}{2}C_2U^2 = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}2CU^2 = \frac{3}{2}CU^2$. Cum $U = \frac{U_0}{3}$ atunci $W_f = \frac{3}{2}C\frac{U_0^2}{9} = C\frac{U_0^2}{6}$. Energia finală a celor doi condensatori este: $W_f = C\frac{U_0^2}{6}$. Căldura obținută în firele de legătură va fi: $Q_{caldura} = \Delta W =$

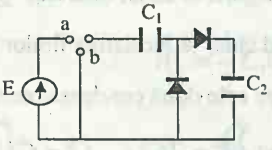
$= W_i - W_f = \frac{3}{2}CU_0^2 - \frac{CU_0^2}{6} = \frac{9CU_0^2 - CU_0^2}{6} = \frac{8CU_0^2}{6} = \frac{4CU_0^2}{3}$

sau $Q_{caldura} = \frac{4CU_0^2}{3}$. Cum $C = C_1$ atunci: $Q_{caldura} = \frac{4}{3}C_1U_0^2$

La legarea condensatoarelor în paralel: $Q_{caldura} = 0$, iar la legarea în serie $Q_{caldura} = \frac{4}{3}C_1U_0^2$. În mod asemănător se rezolvă și problema de la pagina 313 (Teste Medicină Iași) în care $C_1 = C$ și $C_2 = nC$.

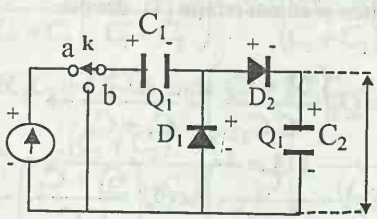
30. Tensiunea la bornele condensatorului C_2 din schema alăturată după a n-a comutare a întrerupătorului K de pe poziția a pe poziția b și înapoi, cunoscând capacitățile condensatoarelor și t.e.m. a sursei și știind faptul că diodele sunt ideale (permit transportul sarcinilor numai în sensul indicat de săgeată), este dată de relația: (Teste, Medicină Iași, pag.313/1999)

Rezolvare:



BCU IASI / CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Prima comutare a întrerupătorului K din b în a:



Se vede din figură, că atunci când întrerupătorul K este în poziția a) circuitul cu sursa electrică se închide, iar condensatoarele C_1 și C_2 se încarcă fiecare cu sarcina electrică Q_1, încât putem scrie:

$$E=\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_1}{C_2}=Q_1\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)=Q_1\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)\rightarrow Q_1=\frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}.$$

Tensiunea electrică U_2 de la bornele condensatorului C_2 este:

$U_2=\frac{Q_1}{C_2}=\frac{1}{C_2}\frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{EC_1}{C_1+C_2}$. La prima conectare a lui K pe (a), tensiunea la bornele lui C_2 va fi $U_2^{(1)}=\frac{EC_1}{C_1+C_2}$.

Trecând întrerupătorul K de pe poziția (a) pe poziția (b), condensatorul C_1 se descarcă prin dioda D_1, iar condensatorul C_2 rămâne încărcat cu sarcina Q_1, întrucât dioda D_2 este polarizată invers și nu permite descărcarea condensatorului C_2.

La a doua conectare: se trece din nou întrerupătorul de pe poziția (b) pe poziția (a) și fenomenul este asemănător celui de la prima conectare încât putem scrie: $E=\frac{Q_2}{C_1}+\frac{Q_1+Q_2}{C_2}=\frac{Q_2}{C_1}+\frac{Q_1}{C_2}+\frac{Q_2}{C_2}=Q_2\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)+\frac{Q_1}{C_2}=$

$=Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)+\frac{Q_1}{C_2}\rightarrow \qquad E=Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)+\frac{Q_1}{C_2}$ (1)

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dar $Q_1 = \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}$ de la prima comutare şi atunci relaţia (1) devine:

$$E = Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right) + \frac{1}{C_2}\frac{EC_1C_2}{C_1+C_2} = Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right) + \frac{EC_1}{C_1+C_2} \rightarrow$$

$$E - \frac{EC_1}{C_1+C_2} = Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right) \rightarrow E\left(1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right) = Q_2\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow Q_2 = \frac{EC_1C_2\left(1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)}{C_1+C_2}.$$ După a doua comutare pe (a) avem :

$C_2 = \frac{Q_1+Q_2}{U_2^{(2)}} \rightarrow \quad U_2^{(2)} = \frac{Q_1+Q_2}{C_2}$. Pentru aflarea $U_2^{(2)}$ ne trebuie

Q_1+Q_2. Dar $Q_1 = \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}$ de la prima comutare, iar

$Q_2 = \frac{EC_1C_2\left(1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)}{C_1+C_2}$ de la a doua comutare, încât : $Q_1+Q_2 =$

$$= \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2} + \frac{EC_1C_2\left(1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)}{C_1+C_2} = \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\left(1+1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right) =$$

$$= \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\left(2-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right).$$ Deci $U_2^{(2)}$ după a doua comutare a lui K în (a)

este $U_2^{(2)} = \frac{Q_1+Q_2}{C_2} = \frac{1}{C_2}\frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\left(2-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right) = \frac{EC_1}{C_1+C_2}\left(2-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)$

După a doua comutare a lui K pe (a) tensiunea electrică de la condensatorul

C_2 este: $U_2^{(2)} = \frac{EC_1}{C_1+C_2}\left(2-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right) = \frac{EC_1}{C_1+C_2}\left(2-\frac{2C_1+2C_2-C_1}{C_1+C_2}\right) =$

BCU "AL. I. CUZA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$= \frac{EC_1}{C_1+C_2}\left(\frac{C_1+2C_2}{C_1+C_2}\right) = \frac{EC_1\left(C_1^2+2C_2C_1\right)}{\left(C_1+C_2\right)^2}$. Ştim că $\left(C_1+C_2\right)^2 = C_1^2 +$

$+2C_1C_2+C_2^2$ de unde $C_1^2+2C_1C_2 = \left(C_1+C_2\right)^2 - C_2^2$, încât

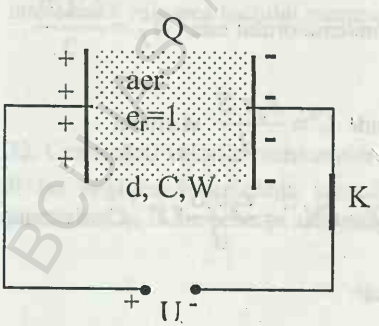
$$U_2^{(2)} = E\frac{\left(C_1+C_2\right)^2 - C_2^2}{\left(C_1+C_2\right)^2} = E\left[1-\frac{C_2^2}{\left(C_1+C_2\right)^2}\right] = E\left[1-\left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)^2\right]$$

Deci după a doua comutare a lui K pe (a) , tensiunea electrică de la bornele condensatorului C_2 este: $U_2^{(2)} = E\left[1-\left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)^2\right]$.

Generalizând pentru n comutaţii a lui K pe (a) obţinem că tensiunea $U_n^{(n)}$ se calculează cu relaţia : $U_n^{(n)} = E\left[1-\left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)^n\right]$.

31. Un condensator are plăci cu aria S şi distanţa dintre armături d. Condensatorul se încarcă de la o tensiune U şi apoi se deconectează . Lucrul mecanic ce trebuie efectuat pentru a introduce, cu viteza constantă o placă dielectrică de grosime d şi permitivitate electrică relativă ε_r, între armăturile condensatorului este dat de relaţia: (Teste, Medicină Iaşi, pag.313/1999)

Rezolvare:



Iniţial, condensatorul plan are suprafaţa S, distanţa dintre armături d, dielectric aerul, capacitatea C, energia electrică W_i şi încărcat la tensiunea electrică U:

Energia electrică iniţială:

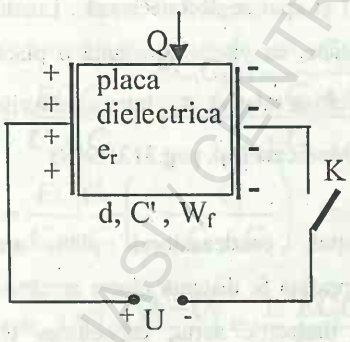
$W_i = \frac{1}{2}CU^2$ şi cum $C = \frac{\varepsilon_0 \bullet 1 \bullet S}{d}$,

atunci $W_i = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$. Sarcina electrică Q se află din $C = \frac{Q}{U} \rightarrow$

$\rightarrow Q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{d}U$. Cât timp condensatorul este conectat la tensiunea U

avem: $W_i = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$ şi $Q = \frac{\varepsilon_0 S}{d}U$.

După deconectare şi prin introducerea unei plăci dielectrice de grosime d, se efectuează un lucru mecanic L pe care trebuie să-l determinăm. Dar prin introducerea dielectricului se schimbă capacitatea electrică a condensatorului, tensiunea la armături, energia electrică însă sarcina electrică Q de pe armăturile condensatorului rămâne aceiaşi . Lucrul mecanic se obţine din relaţia: $L = \Delta W$ adică lucrul mecanic este egal cu variaţia energiei electrice a sistemului. Întocmim mai întâi o schemă electrică:



Întrerupătorul K este deschis cât timp se introduce placa dielectrică între armăturile condensatorului .

Energia electrică finală a condensatorului este: $W_f = \frac{C'U'^2}{2}$

unde $C' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$ şi atunci

$W_f = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}U'^2$. Sarcina electrică $Q' = C'U' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}U'$. Cum sarcina electrică $Q' = Q$ atunci $C'U' = CU$ încât:

ECU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}U'=\frac{\varepsilon_0 S}{d}U \rightarrow \varepsilon_r U'=U \rightarrow\ U'=\frac{U}{\varepsilon_r} \rightarrow$ unde U' este noua tensiune electrică , apărută în urma introducerii plăcii dielectrice între armăturile condensatorului, când acesta este deconectat de la sursa electrică (K deschis).

Cunoscând $U'=\frac{U}{\varepsilon_r}$ putem afla $W_f=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}\frac{1}{2}\frac{U^2}{\varepsilon_r^2}=\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d\varepsilon_r}$ sau $W_f=\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d\varepsilon_r}$. Energia finală a condensatorului este : $W_f=\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d\varepsilon_r}$ iar cea inițială : $W_i=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2$ şi se constată că energia finală s-a micşorat față de energia inițială a condensatorului electric şi aceasta pe seama lucrului mecanic. Cunoscând W_i şi W_f putem afla : $L=\Delta W$. Lucrul mecanic ca la orice sistem, poate fi pozitiv sau negativ şi aceasta depinde de valorile energiilor electrice finale ale condensatorului. Dacă luăm $L=W_i-W_f=$

$=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2-\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d\varepsilon_r}=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)=\frac{\varepsilon_0 S U(\varepsilon_r-1)}{2d\varepsilon_r}$ şi cum $\varepsilon_r>1$, rezultă : $L=\frac{\varepsilon_0 S U(\varepsilon_r-1)}{2d\varepsilon_r}>0$ (pozitiv).

Dacă luăm $L=W_f-W_i$ se obține L<0 (negativ).

În cazul calculării lucrului mecanic întotdeauna se ia în modul deoarece ne interesează valoarea lucrului mecanic şi nu faptul că este pozitiv sau negativ.

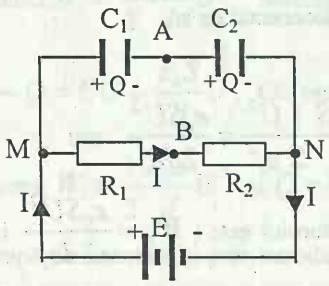
32. Cunoscând valorile rezistențelor R_1 şi R_2, capacităților C_1 şi C_2 şi t.e.m E (se neglijează rezistența internă a bateriei) diferența de potențial între punctele A şi B din schema alăturată este dată de relația :

BUASM CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină Iaşi, pag.314/1999)

Rezolvare:

Întocmim montajul electric, calculând mai întâi intensitatea curentului prin



rezistențele R_1 și R_2 legate în serie . Aplicăm ochiului format, a doua lege a lui Kirchhoff: $E = I(R_1 + R_2) \rightarrow$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Capacitatea electrică $C_1 = \frac{Q}{V_M - V_A}$ și

$C_2 = \frac{Q}{V_A - V_N}$, de unde: $Q = C_1(V_M - V_A)$ iar $Q = C_2(V_A - V_N) \rightarrow$

$C_1(V_M - V_A) = C_2(V_A - V_N)$ (1) Tot din figură scriem diferența de potențial: $V_M - V_B = IR_1 \rightarrow V_M = IR_1 + V_B$ și

$V_B - V_N = IR_2 \rightarrow V_N = V_B - IR_2$ pe care le substituim în (1) și obținem:

$$C_1(IR_1 + V_B) - C_1V_A = C_2V_A - C_2(V_B - IR_2) \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1IR_1 + C_1V_B - C_1V_A = C_2V_A - C_2V_B + C_2IR_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1IR_1 - C_2IR_2 = C_2V_A + C_1V_A - C_2V_B - C_1V_B \rightarrow$$

$$\rightarrow I(C_1R_1 - C_2R_2) = V_A(C_2 + C_1) - V_B(C_2 + C_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow I(C_1R_1 - C_2R_2) = (C_1 + C_2)(V_A - V_B) \rightarrow V_A - V_B = \frac{I(C_1R_1 - C_2R_2)}{C_1 + C_2}.$$

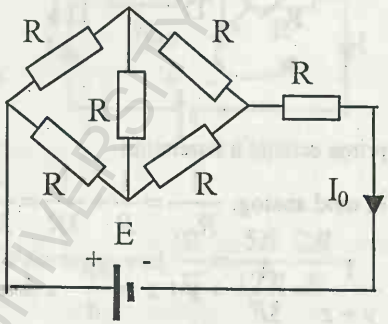
Cum $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$, găsim expresia: $V_A - V_B = \frac{E(C_1R_1 - C_2R_2)}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}$

Diferența de potențial dintre punctele A și B este:

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

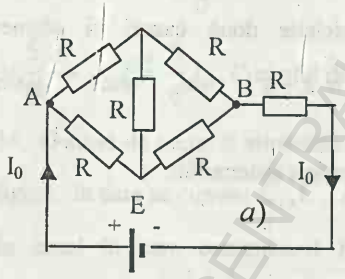
$$V_A - V_B = \frac{E(C_1R_1 - C_2R_2)}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}.$$

33. În circuitul din figura alăturată, I_0 este intensitatea curentului debitat de sursă când toate rezistoarele au rezistența R. Dacă două rezistoare de pe laturile opuse din circuit își dublează valoarea, curentul I debitat de sursă este dat de: (Teste, Medicină Iași, pag.314/1999)



Rezolvare:

Știm de la altă problemă din fizica de clasa X-a pag.131 că $R_{AB} = R$

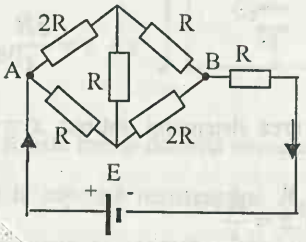


a)

încât: $I_0 = \frac{E}{R_{AB} + R} = \frac{E}{R + R} = \frac{E}{2R}.$

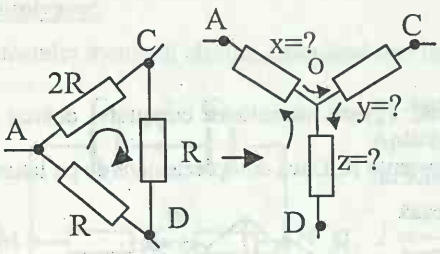
În schema (b): $I = \frac{E}{R'_{AB} + R}$

Pentru aflarea R'_{AB} folosim metoda trecerii a rezistențelor din triunghiul ACD în steaua AOCD:



b)

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



Pentru cele două montaje scriem:

$$\frac{1}{R_{AC}}=\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}=\frac{2}{2R}=\frac{1}{R}$$

şi $R_{AC}=x+y$, de unde prin substituire obţinem:

$$\frac{1}{x+y}=\frac{1}{R}\rightarrow x+y=R\rightarrow$$

prima ecuaţie a sistemului

În mod analog: $\frac{1}{R_{CD}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{3R}=\frac{4}{3R}$ şi $R_{CD}=y+z$, de unde căpătăm:

$$\frac{1}{y+z}=\frac{4}{3R}\rightarrow y+z=\frac{3R}{4}$$ a doua ecuaţie a sistemului.

Apoi, se procedează la fel ca în celelalte două cazuri şi obţinem $\frac{1}{R_{DA}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{3R}=\frac{4}{3R}$ şi $R_{DA}=z+x$, de unde găsim:

$$\frac{1}{z+x}=\frac{4}{3R}\rightarrow z+x=\frac{3R}{4}$$ a treia ecuaţie a sistemului:

Formăm sistemul:

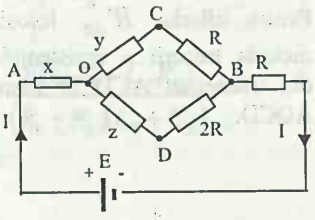
$$\begin{cases} x+y=R \\ y+z=\frac{3R}{4} \\ z+x=\frac{3R}{4} \end{cases}$$

Necunoscutele sunt: x,y şi z.

Prin rezolvarea sistemului obţinut $x=\frac{R}{2}$,

$y=\frac{R}{2}$ şi $z=\frac{R}{4}$

Schema b) devine:

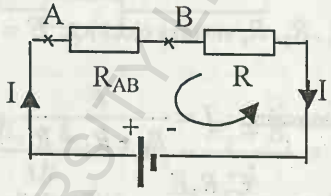


BCU IASI / CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Se vede din rețea că: $y+R=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$ și $z+2R=\frac{R}{4}+2R=\frac{9R}{4}$

încât $\frac{1}{R_{0B}}=\frac{2}{3R}+\frac{4}{9R}=\frac{10}{9R}\rightarrow\rightarrow R_{0B}=\frac{9R}{10}$.

Schema echivalentă este:



Din schemă rezultă: $R'_{AB}=x+R_{0B}=$

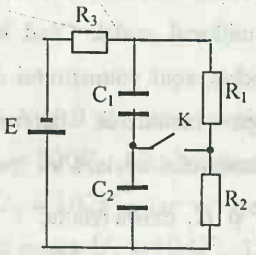
$=\frac{R}{2}+\frac{9R}{10}=\frac{14R}{10}=\frac{7R}{5}$, încât în final, intensitatea curentului electric este:

$$I=\frac{E}{R'_{AB}+R}=\frac{E}{\frac{7}{5}R+R}=\frac{5E}{12R}.$$ Facem raportul $\frac{I}{I_0}=\frac{5E}{12R}\frac{2R}{E}=$

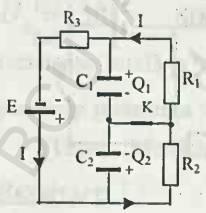
$=\frac{5}{6}\rightarrow\quad I=\frac{5}{6}I_0$. Curentul debitat de sursă este : $I=\frac{5}{6}I_0$.

34. O sursă de t.e.m. E alimentează circuitul din figură: în care se cunosc C_1, C_2, R_1, R_2 și R_3. În cazul în care comutatorul K este închis, sarcinile electrice de pe armăturile condensatorilor sunt:

(Teste, Medicină Iași, pag.314/1999)



Rezolvare:



Atunci când K este închis datorită tensiunilor electrice U_2 și U_1 de la capetele rezistențelor R_2 și R_1, cele două condensatoare se încarcă cu sarcinile electrice Q_2 și Q_1.

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

Pentru condensatorul : $C_2 = \frac{Q_2}{U_2} \rightarrow Q_2 = C_2U_2 = C_2IR_2$ iar

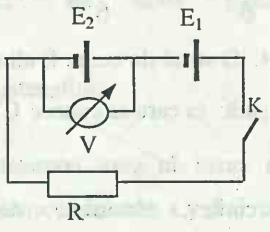
pentru condensatorul : $C_1 = \frac{Q_1}{U_1} \rightarrow Q_1 = C_1U_1 = C_1IR_1$.

Aplicăm legea a doua a lui Kirchhoff pe ochiul format cu rezistențele R_1, R_2, R_3 și sursa electrică: $E = I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$.

Cunoscând : $I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$ atunci $Q_1 = \frac{C_1R_1E}{R_1 + R_2 + R_3}$ și

$Q_2 = \frac{C_2R_2E}{R_1 + R_2 + R_3}$. Sarcinile electrice de pe armăturile condensatoarelor sunt: $Q_1 = \frac{C_1R_1E}{R_1 + R_2 + R_3}$ și $Q_2 = \frac{C_2R_2E}{R_1 + R_2 + R_3}$.

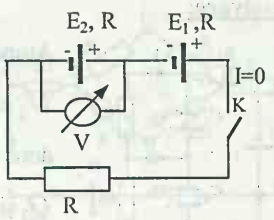
35. În circuitul alăturat, cele două elemente galvanice cu t.e.m. E_1 și E_2 au rezistențele interne egale cu R. Voltmetru V are rezistența foarte mare și diviziunea zero plasată la mijlocul scalei. Când întrerupătorul K este deschis, acul voltmetrului deviază spre dreapta. După închiderea întrerupătorului K, acul voltmetrului deviază tot spre dreapta, dacă între E_1 și E_2 există relația:



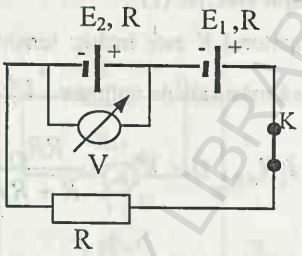
(Teste, Medicină Iași, pag.314/1999)

Rezolvare:

1) Când K este deschis intensitatea curentului în circuit este I=0 iar voltmetru legat la bornele generatorului de t.e.m. E_2 îi indică valoarea E_2.



2) Când K este închis intensitatea curentului I din circuit este diferită de zero şi se poate aplica ochiului, legea a doua a lui Kirchhoff:



$E_2 + E_1 = I(3R) \rightarrow I = \dfrac{E_2 + E_1}{3R}$ În acest caz voltmetru legat la bornele generatorului E_2 ne va indica tensiunea electrică $U = E_2 - IR$, încât: $U = E_2 - \dfrac{E_2 + E_1}{3R} R = E_2 - \dfrac{E_2 + E_1}{3} =$

$= \dfrac{3E_2 - E_2 - E_1}{3} = \dfrac{2E_2 - E_1}{3}$ sau: $U = \dfrac{2E_2 - E_1}{3}$.

Cum acul voltmetrului deviază tot către dreapta, rezultă că $U > 0$ adică $\dfrac{2E_2 - E_1}{3} > 0$, de unde $2E_2 - E_1 > 0$, încât $2E_2 > E_1$.

Pentru ca după închiderea lui K, acul voltmetrului să deviaze spre dreapta, trebuie ca $2E_2 > E_1$.

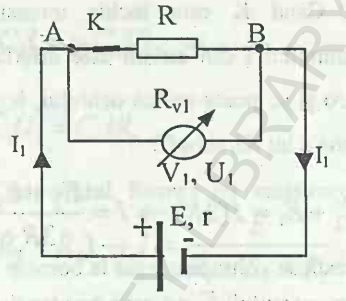
36. Un voltmetru V_1 conectat între două puncte A şi B ale unui circuit de curent continuu, indică o diferenţă de potenţial $U_1 = 100V$. Un alt voltmetru V_2 indică, între aceleaşi puncte tensiunea $U_2 = 102V$, iar al treilea voltmetru, a cărei rezistenţă internă R_3 este infinită indică $U_3 = 104V$. Dacă se întrerupe circuitul între cele două puncte, voltmetru al treilea indică $U_3' = 130V$. Ştiind că rezistenţa primului voltmetru este $R_{V1} = 13K\Omega$, rezistenţa totală a circuitului R_t, rezistenţa R a circuitului între cele două puncte şi rezistenţa voltmetrului al doilea R_{V2} sunt egale cu:

(Teste , Medicină Iaşi, pag.315/1999)

Rezolvare:

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Montajul electric (1)

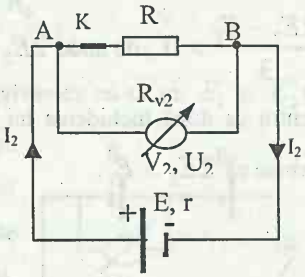


Întrerupătorul K este închis: tensiunea electrică măsurată de voltmetru V_1 este $U_1 = I_1 R_{AB}$. Dar $R_{AB} = \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}$ şi

$$I_1 = \frac{E}{r + R_{AB}} = \frac{E}{r + \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}}, \text{ încât:}$$

$$U_1 = \frac{E}{r + \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}} \cdot \frac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}.$$

Montajul electric (2)



Întrerupătorul K este închis: tensiunea electrică măsurată de voltmetru V_2 este $U_2 = I_2 R'_{AB}$. Dar $R'_{AB} = \dfrac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}$ şi

$$I_2 = \frac{E}{r + R'_{AB}} = \frac{E}{r + \dfrac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}}, \text{ încât } U_2 = \frac{E}{r + \dfrac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}} \cdot \frac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}.$$

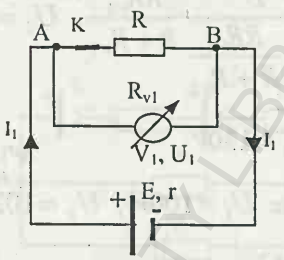
Tensiunile U_1 şi U_2 măsurate de ambele voltmetre V_1 şi V_2 pe aceiaşi rezistenţă R, când K este închis, au valorile: $U_1 = \dfrac{E}{r + \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}} \cdot \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}$ şi

$$U_2 = \frac{E}{r + \dfrac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}} \cdot \frac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}.$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Montajul electric (3)

Pentru K închis, tensiunea electrică măsurată de voltmetru V_3 este



$U_3 = I_3 R''_{AB}$

unde $I_3 = \dfrac{E}{r + \dfrac{RR_{v3}}{R + R_{v3}}}$, însă

$$\frac{RR_{v3}}{R + R_{v3}} = \frac{R}{\frac{R}{\infty} + 1} = \frac{R}{0 + 1} = R.$$

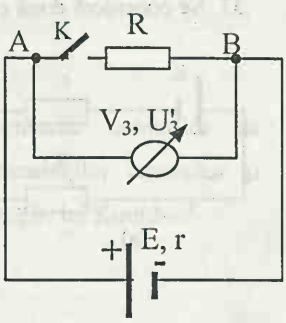
Aşadar $I_3 = \dfrac{E}{r + R}$ iar $U_3 = I_3 R''_{AB} = \dfrac{E}{r + R} R$. Deci, tensiunea măsurată cu voltmetru V_3 pentru $R_{v3} = \infty$ are valoarea : $U_3 = \dfrac{ER}{r + R}$.

Cele trei tensiuni electrice U_1, U_2 şi U_3 măsurate de cele trei voltmetre V_1, V_2 şi V_3 pe rezistenţa R, sunt : $U_1 = \dfrac{E}{r + \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}} \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}$,

$U_2 = \dfrac{E}{r + \dfrac{RR_{v2}}{R + R_{v2}}} \dfrac{RR_{v2}}{R + R_{v2}}$ şi $U_3 = \dfrac{ER}{r + R}$. Se cunosc $U_1 = 100V$, $U_2 = 102V$ şi $U_3 = 104V$. Dacă se întrerupe circuitul prin deschiderea lui K în montajul (3), voltmetru V_{R3} ne indică tensiunea electrică $U'_3 = 130V$.

Montajul electric (4)

Când K este deschis voltmetru V_3 ne indică t.e.m. E a generatorului electric şi ca atare $E = U_3' = 130V$.



BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Am obținut:

$$U_1=\frac{E}{r+\frac{RR_{V1}}{R+R_{V1}}}\cdot\frac{RR_{V1}}{R+R_{V1}},\quad U_2=\frac{E}{r+\frac{RR_{v2}}{R+R_{v2}}}\cdot\frac{RR_{v2}}{R+R_{v2}},\quad U_3=\frac{ER}{r+R}$$

și $E=U_3^{'}=130V$

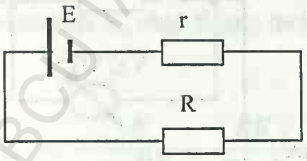
Se cunosc $U_1=100V$, $U_2=102V$, $U_3=104V$, $E=U_3^{'}=130V$ și $R_{v1}=13k\Omega$.

Necunoscute: R_t, R, R_{v2} și r, unde $R_t=R+r$.

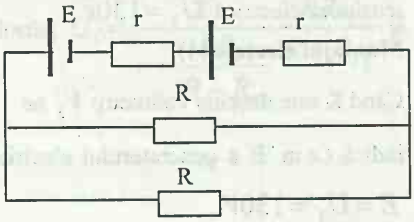
Numeric: $100=\frac{130}{r+\frac{R\bullet 13000}{R+13000}}\bullet\frac{R\bullet 13000}{R+13000}$, $102=\frac{130}{r+\frac{RR_{v2}}{R+R_{v2}}}\cdot\frac{RR_{v2}}{R+R_{v2}}$

$104=\frac{130\bullet R}{r+R}$. S-a obținut un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute: r, R, R_{v2}. Prin rezolvarea sistemului se află: r, R, R_{v2} și cu relația $R_t=R+r$ se află și rezistența totală a circuitului. S-au găsit valorile aproximative: $r\cong 0{,}65K\Omega, R\cong 2{,}65K\Omega, R_{v2}\cong 26{,}25K\Omega$ și $R_t\cong 3{,}25K\Omega$.

37. Se consideră două circuite (a) și (b) având elementele în schema alăturată:



a)

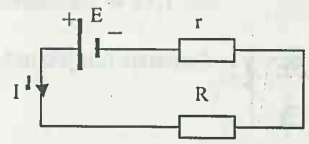


b)

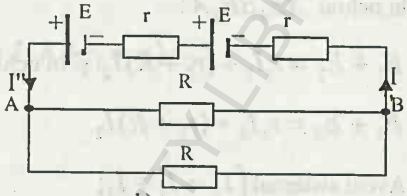
BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Între curenții de scurt circuit care se înregistrează prin aceste circuite există relația: (Test, Medicină Iași, pag.315/1999)

Rezolvare:



a)



b)

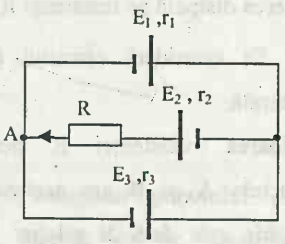
În schema (a) $I' = \frac{E}{R+r}$. La scurtcircuit $I'_{sc} = \frac{E}{r}$ deoarece R=0 .

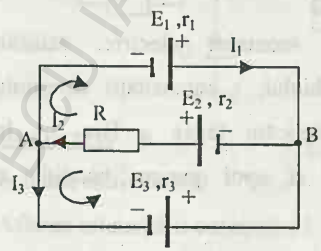
În schema (b) $I'' = \frac{2E}{R_{AB}+2r}$. La scurtcircuit : $I''_{sc} = \frac{2E}{2r} = \frac{E}{r}$, întrucât $R_{AB} = 0$. În ambele scheme: $I'_{sc} = I''_{sc} = \frac{E}{r}$.

La scurtcircuit atât în circuitul (a) cât și în (b) : $I'_{sc} = I''_{sc} = \frac{E}{r}$.

38. Se consideră circuitul din figura alăturată: Cunoscând E_1, E_2, E_3 , r_1, r_2, r_3 și R, tensiunea între punctele A și B și puterea disipată pe rezistorul R sunt date de relațiile:

(Teste, Medicină Iași, pag.315/1999)





Rezolvare:

Stabilim sensurile ochiurilor de rețea, a intensităților curenților și apoi aplică legile lui Kirchhoff

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

pentru a determina intensitățile curenților : I_1, I_2 și I_3.

În modul A: $I_2 = I_1 + I_3$;

în ochiul AE_1BE_2A:

$E_1 + E_2 = r_1 I_1 + (r_2 + R) I_2$ și în ochiul AE_3BE_2A:

$E_3 + E_2 = r_3 I_3 + (r_2 + R) I_2$

Avem sistemul: $\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3; \\ E_1 + E_2 = r_1 I_1 + (r_2 + R) I_2 \\ E_3 + E_2 = r_3 I_3 + (r_2 + R) I_2 \end{cases}$ Necunoscute sunt I_1, I_2, I_3.

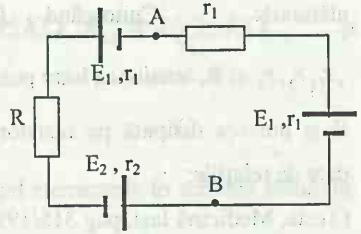
Prin rezolvarea acestui sistem sunt determinate intensitățile curenților I_1, I_2 și I_3. Tensiunea între punctele A și B se determină din relația:

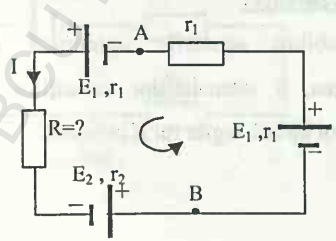
$E_2 = U_{AB} + I_2(R + r_2) \rightarrow U_{AB} = E_2 - I_2(R + r_2)$ Cum I_2 se cunoaște din rezolvarea sistemului, putem afla pe U_{AB}.

Puterea disipată pe rezistența R se află cu relația: $P = RI_2^2$.

39. Se consideră circuitul din figura alăturată:

Valoarea rezistenței R pentru care punctele A și B are același potențial electric este dată de relația: (Teste, Medicină Iași, pag.316/1999)





Rezolvare:

Întocmim montajul electric, stabilim sensul ochiului, a intensității curentului electric, aplicăm legea a II-a a lui Kirchhoff și apoi punem condiția ca

ROMANIAN CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$V_A = V_B$. $V_A - V_B + E_1 + E_2 = I(R + r_1 + r_2)$

Cum $V_A = V_B$ obținem: $E_1 + E_2 = I(R + r_1 + r_2)$ și din $V_A - V_B + E_1 = 2r_1 I$, avem: $E_1 = 2r_1 I$

Am obținut sistemul: $\begin{cases} E_1 + E_2 = I(R + r_1 + r_2) \\ E_1 = 2r_1 I \end{cases}$

Prin împărțire căpătăm :

$$\frac{E_1 + E_2}{E_1} = \frac{R + r_1 + r_2}{2r_1} \rightarrow 2r_1 E_1 + 2r_1 E_2 = E_1 R + r_1 E_1 + r_2 E_1 \rightarrow$$

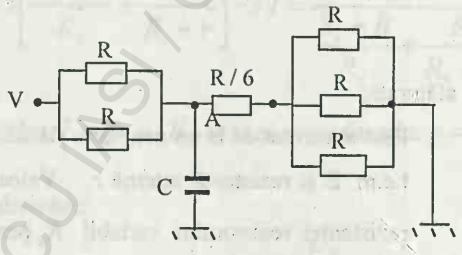
$$\rightarrow r_1 E_1 + 2r_1 E_2 - E_1 r_2 = E_1 R \rightarrow E_1(r_1 - r_2) + 2r_1 E_2 = E_1 R \rightarrow$$

$$\rightarrow R = \frac{E_1(r_1 - r_2) + 2r_1 E_2}{E_1}.$$

Valoarea rezistenței R pentru că $V_A = V_B$ este dată de relația :

$$R = \frac{E_1(r_1 - r_2) + 2r_1 E_2}{E_1}.$$

40. Se consideră circuitul din figura alăturată:



Potențialul punctului A și sarcina de pe condensator sunt date de:

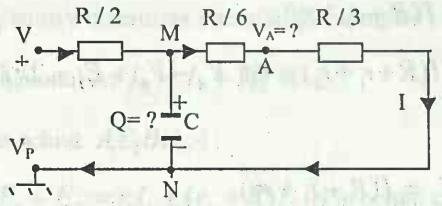
(Teste, Medicină Iași, pag.316/1999)

Rezolvare:

Schema echivalentă:

Aflarea intensității curentului I de-a lungul circuitului:

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY



$V - V_p = IR_t$.

Cum $V_p = 0$, iar

$$R_t = \frac{R}{2} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{3R + R + 2R}{6} = R,$$

obținem: $V = IR \rightarrow I = \frac{V}{R}$.

Din circuit se vede că: $V_A - V_p = I\frac{R}{3} \rightarrow V_A = I\frac{R}{3} = \frac{V}{R}\frac{R}{3} = \frac{V}{3}$.

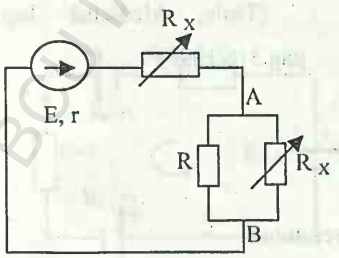
Potențialul electric a punctelor A este $V_A = \frac{V}{3}$. Sarcina electrică de pe armăturile condensatorului: $C = \frac{Q}{V_M - V_N}$. Dar $V_N = V_p = 0$ și atunci: $Q = CV_M$. Cum $V_M - V_A = I\frac{R}{6} \rightarrow V_M = I\frac{R}{6} + V_A = \frac{V}{R}\frac{R}{6} + \frac{V}{3} =$

$= \frac{V}{6} + \frac{V}{3} = \frac{V + 2V}{6} = \frac{V}{2}$. Cunoscând $V_M = \frac{V}{2}$ putem afla: $Q = CV_M =$

$= C\frac{V}{2}$. Condensatorul C se încarcă cu sarcina electrică $Q = \frac{CV}{2}$.

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $V_A = \frac{V}{3}$ și $Q = \frac{CV}{2}$.

41. Circuitul electric din figura alăturată:

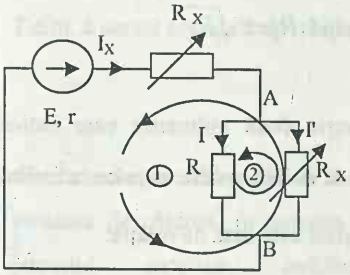


Este alimentat de la un generator de c.c. de t.e.m. E și rezistență internă r. Valoarea rezistenței rezistorului variabil R_x pentru care curentul prin rezistorul R este maxim se calculează din:

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină Iaşi , pag.316/1999)

Rezolvare:



Aplicăm legile Kirchhoff: pe ochiul (1):

$$E = I_x(R_x + r) + I'R_x \rightarrow$$

$$\rightarrow I_x = \frac{E - I'R_x}{R_x + r} \quad (1) \text{ şi}$$

pe ochiul (2): $0 = IR - I'R_x \rightarrow$

$$\rightarrow I' = \frac{IR}{R_x} \quad (2).$$ În nodul A:

$$I_x = I + I' \quad (3)$$

Relaţiile (1) şi (2) le substituim în (3) şi avem: $\frac{E - I'R_x}{R_x + r} = I + \frac{IR}{R_x}$ (4).

Cum $\rightarrow I' = \frac{IR}{R_x}$ şi înlocuim în (4), obţinem: $\frac{E - \frac{IR}{R_x}R_x}{R_x + r} = I\left(\frac{R_x + R}{R_x}\right) \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{E - IR}{R_x + r} = I\left(\frac{R_x + R}{R_x}\right) \rightarrow \frac{E}{R_x + r} - \frac{IR}{R_x + r} = I\frac{R_x + R}{R_x} \rightarrow \frac{E}{R_x + r} =$$

$$= I\left[\frac{R_x + R}{R_x} + \frac{R}{R_x + r}\right] \rightarrow I = \frac{\frac{E}{R_x + r}}{\frac{R_x + R}{R_x} + \frac{R}{R_x + r}} = \frac{ER_x}{R_x^2 + R_x(2R + r) + Rr}$$

Notăm $I = y$ şi $R_x = x$ şi avem funcţia: $y = \frac{Ex}{x^2 + x(2R + r) + Rr}$, pe care

o derivăm:

$$\left(\frac{x}{x^2 + x(2R + r) + Rr}\right)'_x = \frac{1 \bullet \left[x^2 + x(2R + r) + Rr\right] - x\left[2x + 2R + r\right]}{\left[x^2 + x(2R + r) + Rr\right]^2} = 0 \rightarrow$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow x^2+2Rx+xr+Rr=2x^2+2Rx+xr \rightarrow Rr=x^2 \rightarrow x=\sqrt{Rr}$

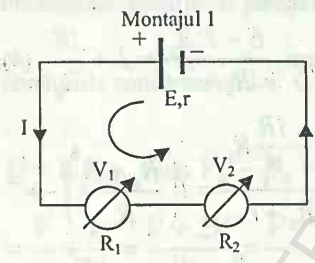
dar $x=R_x$, încât $R_x=\sqrt{Rr}$

Intensitatea curentului I prin R este maximă când $R_x=\sqrt{Rr}$.

42. La bornele unei surse se leagă în serie două voltmetre care indică tensiunile U_1 şi U_2. Dacă se leagă numai al doilea voltmetru, acesta indică tensiunea U_3. Tensiunea electromotoare a sursei este dată de relaţia:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.316/1999)

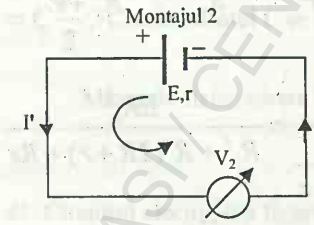
Rezolvare:



Aplicăm legea a II-a a lui Kirchhoff:

$E=U_1+U_2+Ir \rightarrow$

$r=\dfrac{E-U_1-U_2}{I}$ (1)



Aplicăm legea a II-a a lui Kirchhoff:

$E=U_3+I'r \rightarrow$

$\rightarrow r=\dfrac{E-U_3}{I'}$ (2).

Din (1) şi (2): $\dfrac{E-U_1-U_2}{I}=$

$=\dfrac{E-U_3}{I'} \rightarrow \dfrac{E-U_1-U_2}{E-U_3}=\dfrac{I}{I'}$ (3) Dar $U_2=IR_2$ şi $U_3=I'R_2$ şi

făcând raportul: $\dfrac{U_2}{U_3}=\dfrac{I}{I'}$ (4). Substituind relaţia (4) în (3):

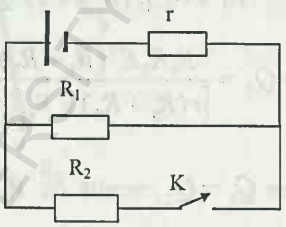
$\dfrac{E-U_1-U_2}{E-U_3}=\dfrac{U_2}{U_3} \rightarrow EU_3-U_1U_3-U_2U_3=EU_2-U_2U_3 \rightarrow$

ECU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$EU_3 - U_1U_3 = EU_2 \rightarrow E(U_3 - U_2) = U_1U_3 \rightarrow E = \frac{U_1U_3}{U_3 - U_2}.$$

T.e.m. a sursei este dată de relația: $E = \frac{U_1U_3}{U_3 - U_2}$.

43. În schema alăturată se degajă aceiași cantitate de căldură, în unitatea de timp, pe circuitul exterior, indiferent dacă întrerupătorul K este închis sau deschis. Acesta se realizează dacă rezistența internă a sursei r are valoarea:

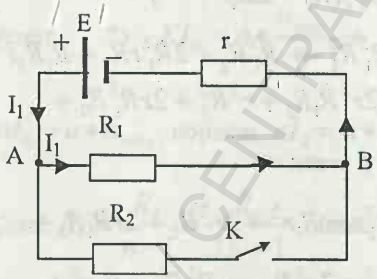


(Teste, Medicină Iași, pag.317/1999)

B.C.U. „I.I. EMINESCU" IAȘI
FIZICĂ

Rezolvare:

a) întrerupătorul K deschis:



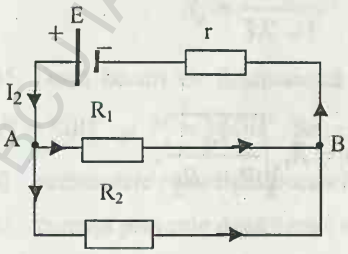
Aplicăm legea Joule:

$$Q_1 = R_1 I_1^2 t.$$

Cum $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$, obținem:

$$Q_1 = R_1 \frac{E^2}{(R_1 + r)^2} t$$

b) întrerupătorul K închis:



Aplicăm legea lui Joule:

$$Q_2 = R_{AB} I_2^2 t. \text{ Cum } R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

atunci $Q_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2^2 t$ (1)

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dar $I_2 = \dfrac{E}{r + R_{AB}} = \dfrac{E}{r + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \dfrac{E(R_1 + R_2)}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$, încât relația (1)

prin substituirea lui I_2 devine:

$$Q_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{E^2 (R_1 + R_2)^2}{\left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2} t = R_1 R_2 \frac{E^2 (R_1 + R_2)}{\left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2} t \rightarrow$$

$$\rightarrow Q_2 = \frac{R_1 R_2 E^2 (R_1 + R_2) t}{\left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2}.$$

Cum $Q_1 = Q_2$, rezultă că: $R_1 \dfrac{E^2}{(R_1 + r)^2} t = \dfrac{R_1 R_2 E^2 (R_1 + R_2) t}{\left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{1}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 (R_1 + R_2)}{\left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2} \rightarrow R_2 (R_1 + R_2)(R_1 + r)^2 =$$

$$= \left[r(R_1 + R_2) + R_1 R_2\right]^2 \rightarrow (R_1 R_2 + R_2^2)(R_1^2 + 2R_1 r + r^2) =$$

$$r_2^2 (R_1 + R_2)^2 + 2rR_1 R_2 (R_1 + R_2) + R_1^2 R_2^2 \rightarrow R_1^3 R_2 + 2R_1^2 rR_2 + R_1 R_2 r^2$$
$$+ R_1^2 R_2^2 + 2R_1 R_2^2 r + r^2 R_2^2 = R_1^2 r^2 + 2r^2 R_1 R_2 + r^2 R_2^2 + 2rR_1^2 R_2 +$$

$2rR_1 R_2^2 + R_1^2 R_2^2$. Se simplifică cu R_1 și avem:

$$R_1^2 R_2 + 2R_2 R_1 r + R_2 r^2 + R_1 R_2^2 + 2R_2^2 r = R_1 r^2 + 2r^2 R_2 + 2rR_1 R_2 +$$

$$2rR_2^2 + R_1 R_2^2 \rightarrow R_1^2 R_2 + R_2 r^2 = R_1 r^2 + 2r^2 R_2 \rightarrow R_1^2 R_2 = R_1 r^2 +$$
$$2r^2 R_2 - r^2 R_2 \rightarrow R_1^2 R_2 = R_1 r^2 + r^2 R_2 \rightarrow R_1^2 R_2 = r^2 (R_1 + R_2) \rightarrow$$

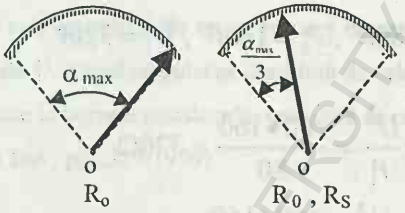
$$r = R_1 \sqrt{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}.$$

Rezistența internă r a sursei electrice este: $r = R_1 \sqrt{\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$.

44. Un ampermetru cu rezistență internă R_0 poate măsura un curent maxim I_0. Valoarea șuntului pentru care ampermetrul indică un curent KI_0 (K>1) la o treime din scara ampermetrului este dată de relația:

(Teste, Medicină Iași, pag.317/1999)

Rezolvare:



1) Înainte de a introduce pe R_S 2) După introducerea lui R_S

Pentru 1) $nI_0 = a \bullet \alpha_{max}$ unde a=const și constituie un factor de proporționalitate

Pentru 2) $KI_0 = a \bullet \frac{\alpha_{max}}{3} \rightarrow \alpha_{max} = \frac{3KI_0}{a}$ și substituind în $nI_0 = a \bullet \alpha_{max}$, obținem: $nI_0 = a \bullet \frac{3KI_0}{a} \rightarrow nI_0 = 3KI_0 \rightarrow n = 3K$

Cum: $R_s = \frac{R_0}{n-1} = \frac{R_0}{3K-1}$, încât $R_s = \frac{R_0}{3K-1}$.

Valoarea șuntului pentru care ampermetrul indică un curent KI_0 este:

$$R_s = \frac{R_0}{3K-1}$$

45. Două becuri ce funcționează normal la tensiunea de 160V au puterile $P_1 = 80W$ și $P_2 = 160W$. Se cere:

a) rezistențele celor două becuri în condiții normale de funcționare:

b) curenții prin cele două becuri în condiții normale de funcționare

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) dacă cele două becuri sunt legate în serie şi sunt alimentate de o tensiune de 320V, pentru a asigura o funcţionare normală a acestora, trebuie legat în paralel cu unul dintre ele un şunt .

Să se precizeze cu care din cele două becuri trebuie legat şuntul şi care este valoarea acestuia? (Teste, Medicină Iaşi, pag.317/1999)

Rezolvare:

$U = 160V$, $P_1 = 80W$, $P_2 = 160W$, $U_1 = 320V$

a) R_1 şi $R_2 = ?$

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \rightarrow R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{160 \bullet 160}{80} = 320\Omega$$

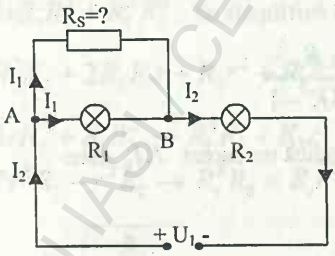
$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{160 \bullet 160}{160} = 160\Omega$$

b) I_1 şi $I_2 = ?$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{160}{320} = 0{,}5A$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{160}{160} = 1A$$

c) $R_s = ?$



Şuntul R_s trebuie legat în paralel cu becul de rezistenţă electrică R_1, iar intensitatea curentului prin el este I_1 ca şi prin becul respectiv şi care adunate împreună, să ne dea I_2. Deci:

$R_s = \frac{U_{AB}}{I_1}$. Dar $U_{AB} = 160V$ şi $I_1 = 0{,}5A$, atunci

$$R_s = \frac{160}{0{,}5} = \frac{1600}{5} = 320\Omega .$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezultatele problemei sunt: a) $R_1 = 320\Omega$ şi $R_2 = 160\Omega$

b) $I_1 = 0{,}5A$ şi $I_2 = 1A$

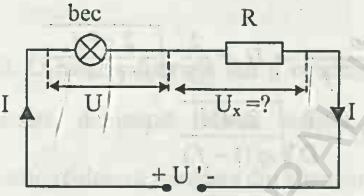
c) $R_s = 320\Omega$

46. Un bec electric este legat în serie cu un rezistor de rezistenţa R. Tensiunea la bonele becului este U. Ştiind că puterea absorbită de cele două elemente este P, căderea de tensiune la bornele rezistorului este dată de relaţia:

(Teste, Medicină Iaşi , pag.317/1999)

Rezolvare:

Întocmim montajul electric:



Puterea totală: $P = U'I$, însă $U' = U + U_x$, încât: $P = (U + U_x)I$

Cum $U_x = IR$ iar $I = \frac{U_x}{R}$ vom obţine:

$$P = (U + U_x)\frac{U_x}{R} \rightarrow PR = UU_x + U_x^2 \rightarrow U_x^2 + UU_x - PR = 0$$

ec. de gradul II în U_x pe care trebuie s-o rezolvăm:

$$U_x = \frac{-U \pm \sqrt{U^2 + 4PR}}{2} = \frac{-U}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{U^2\left(1 + \frac{4PR}{U^2}\right)} = \frac{-U}{2} \pm \frac{U}{2}\sqrt{1 + \frac{4PR}{U^2}}$$

Convine soluţia cu + din faţa rădăcinii pătrate, încât:

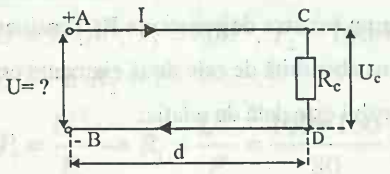
$$U_x = \frac{U}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{4PR}{U^2}} - 1\right]$$

Căderea de tensiune la bornele rezistorului R este dată de relaţia: $U_x = \frac{U}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{4PR}{U^2}} - 1\right]$.

47. Sub ce tensiune electrică trebuie transmisă o putere electrică P, la distanța d, prin conductoare de diametru D și rezistivitate ρ, pentru ca pierderile de tensiune să fie de cel mult f% din tensiunea generatorului?
(Teste, Medicină Iași, pag..317/1999)

Rezolvare

Montajul electric:



Din figură se vede: $U = U_l + U_c$

unde $U_l = fU$ iar $U_c = \frac{P}{I}$, încât obținem:

$$U = fU + \frac{P}{I} \rightarrow U(1-f) = \frac{P}{I} \quad (1).$$

Dar

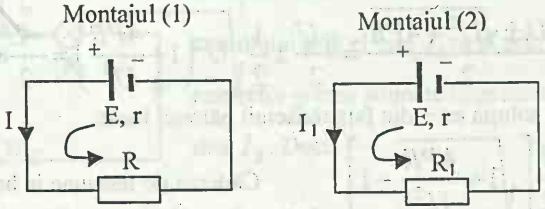
$$I = \frac{U_l}{R_l} = \frac{fU}{\frac{\rho 2d4}{\pi D^2}} = \frac{fU\pi D^2}{8\rho d}.$$ Substituim $I = \frac{fU\pi D^2}{8\rho d}$ în (1):

$$U(1-f) = \frac{P8\rho d}{fU\pi D^2} \rightarrow U^2 = \frac{8P\rho d}{\pi D^2 f(1-f)} \rightarrow U = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\rho Pd}{\pi f(1-f)}}.$$

Tensiunea electrică a generatorului este: $U = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\rho Pd}{\pi f(1-f)}}$.

48. Dacă rezistența exterioară a unui circuit alimentat de o baterie crește de n ori, tensiunea la bornele circuitului crește de k ori. Raportul dintre rezistența exterioară inițială a circuitului și rezistența interioară a sursei este dată de:
(Teste, Medicină Iași, pag. 317/1999)

Rezolvare



În montajul (1): $U = IR$ iar $E = I(R+r) \rightarrow I = \frac{E}{R+r}$, încât $U = \frac{ER}{R+r}$.

ECU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În montajul (2): $U_1 = I_1 R_1$, iar $E = I_1(R_1 + r) = I_1(nR + r) \rightarrow I_1 = \frac{E}{nR + r.}$

Din $U_1 = I_1 R_1$ avem : $U_1 = \frac{ER_1}{nR + r}$, dar $R_1 = nR$ şi atunci: $U_1 = \frac{EnR}{nR + r}$.

Facem raportul: $\frac{U}{U_1} = \frac{ER}{R + r} \frac{nR + r}{EnR} = \frac{nR + r}{(R + r)n}$. Cum $U_1 = kU$, atunci:

$$\frac{U}{kU} = \frac{nR + r}{(R + r)n} \rightarrow \frac{1}{k} = \frac{nR + r}{(R + r)n} \rightarrow nkR + kr = Rn + nr \rightarrow nkR - Rn =$$

$$nr - kr \rightarrow Rn(k - 1) = r(n - k) \rightarrow \frac{R}{r} = \frac{n - k}{n(k - 1)}.$$

Raportul dintre R şi r este: $\frac{R}{r} = \frac{n - k}{n(k - 1)}$.

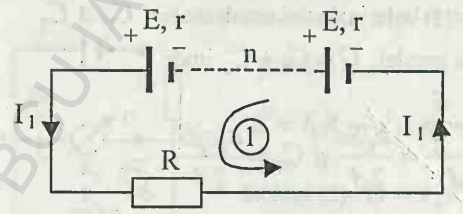
49. O baterie formată din n elemente identice legate în serie, de rezistenţă r fiecare, debitează într-un rezistor un curent de intensitate I_1. Dacă se scurtcircuitează jumătate din elemente, curentul devine I_2.

Înlocuind, în acest din urmă caz, rezistorul cu un condensator plan format din două armături de arie comună S cu distanţa d între ele, în care se găseşte o placă dielectrică de grosime d şi arie S/2, condensatorul se încarcă cu sarcina Q. Permitivitatea relativă ε_r a lamelei dielectrice este dată de relaţia:

(Teste, medicină Iaşi, pag.317/1999)

Rezolvare

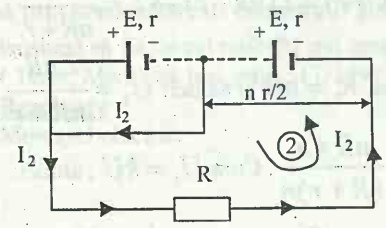
Montajul (1):



Pentru montajul (1):

$nE = I_1(R + nr)$ (1).

Montajul (2):



Pentru montajul (2):

$$\frac{nE}{2} = I_2\left(R + \frac{nr}{2}\right) \text{ sau}$$

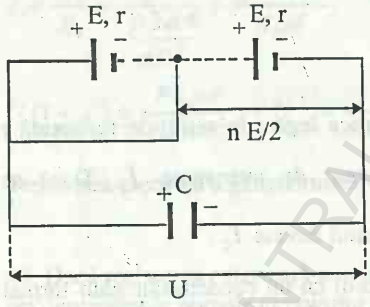
$$nE = I_2(2R + nr) \quad (2)$$

Din (1) și (2) obținem:

$$I_1(R + nr) = I_2(2R + nr) \rightarrow I_1R + I_1nr = 2I_2R + I_2nr \rightarrow nr(I_1 - I_2) =$$

$$R(2I_2 - I_1) \rightarrow R = \frac{nr(I_1 - I_2)}{2I_2 - I_1} \quad (3).$$

Montajul (3):



Pentru montajul (3):

$C = \frac{Q}{U}$. Dar $U = \frac{nE}{2}$ și atunci:

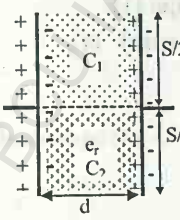
$C = \frac{2Q}{nE}$. Substituim pe nE din relația (1) și obținem: $C = \frac{2Q}{I_1(R + nr)}$ (4).

Înlocuim pe R din relația (3) în (4) și avem:

$$C = \frac{2Q}{I_1\left[\frac{nr(I_1 - I_2)}{2I_2 - I_1} + nr\right]} = \frac{2Q}{nrI_1\left[\frac{I_1 - I_2}{2I_2 - I_1} + 1\right]} = \frac{2Q}{nrI_1\left(\frac{I_1 - I_2 + 2I_2 - I_1}{2I_2 - I_1}\right)} =$$

$$= \frac{2Q(2I_2 - I_1)}{nrI_1I_2} \rightarrow C = \frac{2Q(2I_2 - I_1)}{nrI_1I_2} \quad (5).$$

Schema bateriei a celor doi condensatori C_1 și C_2:



S-a format o baterie de doi condensatori C_1 și C_2 grupați în paralel: $C = C_1 + C_2$ unde

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\frac{S}{2}}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} \text{ și } C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{2d}.$$

RUSSIAN CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{2d} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_r + 1) \rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon_r + 1)}{2d} \quad (6)$$

Substituim pe (6) în (5) şi obţinem:

$$\frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon_r + 1)}{2d} = \frac{2Q(2I_2 - I_1)}{nrI_1 I_2} \rightarrow \varepsilon_r + 1 = \frac{4dQ(2I_2 - I_1)}{\varepsilon_0 SnrI_1 I_2}$$

$$\varepsilon_r = \frac{4dQ(2I_2 - I_1)}{\varepsilon_0 SnrI_1 I_2} - 1.$$

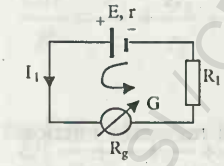
Permitivitatea relativă ε_r a lamei dielectrice este dată de relaţia:

$$\varepsilon_r = \frac{4dQ(2I_2 - I_1)}{\varepsilon_0 SnrI_1 I_2} - 1.$$

50. O sursă cu t. e. m. E şi rezistenţa r se leagă în serie cu un rezistor R_1 şi un galvanometru care indică un curent de valoare I_1. Se schimbă rezistorul cu altul a cărui valoare este $R_2 (R_2 < R_1)$ şi se leagă o rezistenţă de valoare R_s în paralel cu galvanometrul. Ce rezistenţă proprie trebuie să aibă galvanometrul pentru ca prin el să treacă acelaşi curent ca şi în primul caz?

(Teste, Medicină Iaşi, pag. 318/1999)

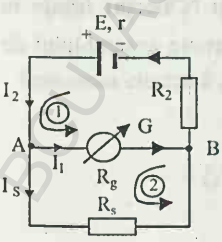
Rezolvare



Schema electrică (1):

Aplicăm legea a doua a lui Kirchhoff:

$$E = I_1(R_g + R_1 + r) \quad (1)$$



Schema electrică (2):

Ochiul (1):

$$E = I_1 R_g + I_2(R_2 + r) \rightarrow \quad I_2 = \frac{E - I_1 R_g}{R_2 + r}$$

Ochiul (2): $O = I_S R_S - I_1 R_g \rightarrow$

$\rightarrow R_S = \frac{I_1 R_g}{R_S}$. În nodul A: $I_2 = I_1 + I_S$. Am obținut

sistemul de ecuații: $\begin{cases} E = I_1 R_g + I_2 (R_2 + r) \rightarrow I_2 = \frac{E - I_1 R_g}{R_2 + r} \\ I_S R_S = I_1 R_g \rightarrow I_S = \frac{I_1 R_g}{R_S} \\ I_2 = I_1 + I_S \end{cases}$

Substituim I_2 și I_S în $I_2 = I_1 + I_S$ și obținem:

$\frac{E - I_1 R_g}{R_2 + r} = I_1 + \frac{I_1 R_g}{R_S}$ (2) Relația (1) o introducem în : (2) și avem :

$\frac{I_1 (R_g + R_1 + r) - I_1 R_g}{R_2 + r} = I_1 + \frac{I_1 R_g}{R_S} \rightarrow \frac{R_g + R_1 + r - R_g}{R_2 + r} = 1 + \frac{R_g}{R_S} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{R_1 + r}{R_2 + r} = 1 + \frac{R_g}{R_S} \rightarrow -\frac{R_g}{R_S} = 1 - \frac{R_1 + r}{R_2 + r} = \frac{R_2 + r - R_1 - r}{R_2 + r} =$

$= \frac{R_2 - R_1}{R_2 + r} \rightarrow \frac{R_g}{R_S} = \frac{-R_2 + R_1}{R_2 + r} \rightarrow R_g = \frac{R_S (R_1 - R_2)}{R_2 + r}$

Rezistența proprie a galvanometrului este : $R_g = \frac{R_S (R_1 - R_2)}{R_2 + r}$.

Dacă nu eliminăm pe E și I_1 din relațiile sistemului, atunci pentru R_g, găsim valoarea: $R_g = \frac{R_S [E - I_1 (R_2 + r)]}{I_1 (R_2 + r + R_S)}$.

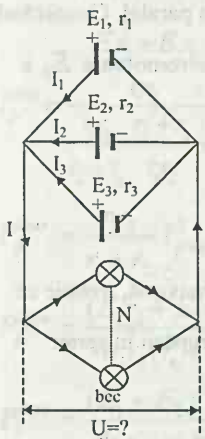
51. Trei generatoare electrice cu t.e.m. E_1, E_2 și E_3 și rezistența interioară r_1, r_2 și r_3, grupate în paralel, alimentează un grup și N becuri legate în paralel, fiecare bec având rezistența R. Tensiunea la bornele ansamblului de generatoare este:

(Teste, Medicină, Iași, pag.318/1999)

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare:

Considerăm montajul electric:



Scriem pentru fiecare ramură în parte:

$$E_1 = U + I_1 r_1 \rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U}{r_1} = \frac{E_1}{r_1} - \frac{U_1}{r_1}$$

$$E_2 = U + I_2 r_2 \rightarrow I_2 = \frac{E_2 - U}{r_2} = \frac{E_2}{r_2} - \frac{U_2}{r_2}$$

$$E_3 = U + I_3 r_3 \rightarrow I_3 = \frac{E_3 - U}{r_3} = \frac{E_3}{r_3} - \frac{U_3}{r_3}$$

Din montaj se vede $I = \frac{U}{R_t}$ unde $R_t = \frac{R}{N}$ iar

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E_1}{r_1} - \frac{U}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} - \frac{U}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - \frac{U}{r_3} =$$

$$= \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - U\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right) \rightarrow I = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} -$$

$$-U\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right) \quad \text{Cum } I = \frac{U}{R_t} \text{ atunci:}$$

$$\frac{U}{R_t} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - U\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right) \quad \text{unde } R_t = \frac{R}{N} \text{ şi atunci avem:}$$

$$\frac{UN}{R} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - U\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)$$

$$U\left(\frac{N}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} \rightarrow U = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{N}{R}}.$$

Tensiunea electrică de la bornele ansamblului de generatoare:

$$U = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{N}{R}}.$$

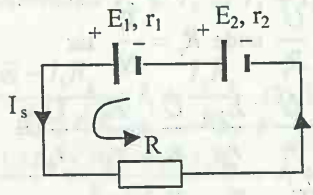
BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

52. Două surse cu rezistențele interne r_1 și r_2 transferă aceiași putere maximă circuitului exterior, fie că sunt legate în serie, fie că sunt în paralel. Cunoscând tensiunea electromotoare a primei surse E_1, tensiunea electromotoare E_2 a celei de a doua surse este dată de relația:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.318/1999)

Rezolvare:

1. Grupare în serie:



Pentru ca puterea să fie maximă, trebuie ca $R_{ext} = r_{ind}$ și în cazul grupării în serie:

$$R = r_1 + r_2$$

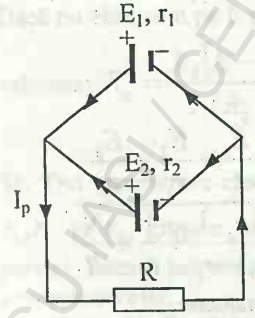
$$P_s^{max} = RI_s^2 \rightarrow P_s^{max} = (r_1 + r_2)I_{s\max}^2$$

unde $I_{s\max} = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + r_1 + r_2} = \dfrac{E_1 + E_2}{2(r_1 + r_2)}$, încât

$$P_s^{max} = (r_1 + r_2)\frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)^2} = \frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)} \rightarrow P_s^{max} = \frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)}$$

1. Grupare în paralel:

Formula puterii electrice în R:



$P_p = RI_p^2$. Când $R = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ puterea în circuitul electric este maximă: $P_p^{max} = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} I_{p\max}^2$

Tensiunea electrică: $U = I_p R = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{R}} \rightarrow$

$$\rightarrow I_p = \frac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{R\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{R}\right)} = \frac{\dfrac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2}}{R\left(\dfrac{r_2 + r_1}{r_1 r_2} + \dfrac{1}{R}\right)} = \frac{\dfrac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2}}{R\dfrac{r_2 + r_1}{r_1 r_2} + 1}.$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru ca I_p să fie maxim trebuie ca $R=\frac{r_2r_1}{r_1+r_2}$ şi în acest caz:

$$I_p^{max}=\frac{\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}}{\frac{r_1r_2}{r_2+r_1}\frac{r_2+r_1}{r_1r_2}+1}=\frac{\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}}{2}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{2r_1r_2}\rightarrow I_p^{max}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{2r_1r_2}.$$

$$P_p^{max}=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}I_{p\,max}^2=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}\frac{(E_1r_2+E_2r_1)^2}{4r_1^2r_2^2}=\frac{(E_1r_2+E_2r_1)^2}{4r_1r_2(r_1+r_2)}\rightarrow$$

$$P_p^{max}=\frac{(E_1r_2+E_2r_1)^2}{4r_1r_2(r_1+r_2)}$$ Cele două puteri maxime sunt :

$$P_S^{max}=\frac{(E_1+E_2)^2}{4(r_1+r_2)}\text{ şi }P_P^{max}=\frac{(r_2E_1+r_1E_2)^2}{4r_1r_2(r_1+r_2)}$$

Pentru a afla E_2, trebuie ca: $P_S^{max}=P_P^{max}$, încât vom avea :

$$\frac{(E_1+E_2)^2}{4(r_1+r_2)}=\frac{(r_2E_1+r_1E_2)^2}{4r_1r_2(r_1+r_2)}\rightarrow(E_1+E_2)^2r_1r_2=(r_2E_1+r_1E_2)^2\rightarrow$$

$$\rightarrow E_1^2r_1r_2+2E_1E_2r_1r_2+E_2^2r_1r_2=r_1^2E_1^2+2r_1r_2E_1E_2+r_1^2E_2^2\rightarrow$$

$$\rightarrow E_1^2r_1r_2+E_2^2r_1r_2=r_1^2E_1^2+r_1^2E_2^2\rightarrow E_1^2r_2(r_1-r_2)=E_2^2r_1(r_1-r_2)\rightarrow$$

$$\rightarrow E_1^2r_2=E_2^2r_1\rightarrow E_2=E_1\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}.$$

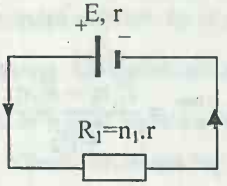
53. O baterie de t.e.m. E şi rezistenţă interioară r este conectată la o rezistenţă $R_1=n_1r$, în acest caz randamentul bateriei este η_1. Paralel cu rezistorul R_1 se conectează un alt rezistor de rezistenţă $R_2=n_2r$. Randamentul bateriei în acest caz va fi η_2. Să se calculeze η_2/η_1 (n_1 şi n_2 cunoscute).

(Teste, Medicină Iaşi, pag.318/1999)

Rezolvare

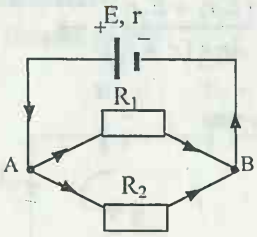
BCU IAŞI / CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Montajul electric (1)



Randamentul electric : $\eta_1 = \frac{R_1}{R_1 + r} = \frac{n_1 r}{n_1 r + r} =$

$= \frac{n_1}{n_1 + 1}$



Randamentul electric : $\eta_2 = \frac{R_{AB}}{R_{AB} + r}$ unde

$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ Cum $R_1 = n_1 r$ şi $R_2 = n_2 r$

avea: $R_{AB} = \frac{n_1 r n_2 r}{n_1 r + n_2 r} = \frac{n_1 r n_2}{n_1 + n_2}$. Calculăm

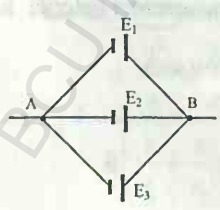
$$\eta_2 = \frac{\frac{n_1 r n_2}{n_1 + n_2}}{\frac{n_1 r n_2}{n_1 + n_2} + r} = \frac{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}{\frac{n_1 n_2 + n_1 + n_2}{n_1 + n_2}} = \frac{n_1 n_2}{n_1 n_2 + n_1 + n_2}$$

Cele două randamente sunt: $\eta_1 = \frac{n_1}{n_1 + 1}$ şi $\eta_2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 n_2 + n_1 + n_2}$.

Facem raportul: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{n_1 n_2}{n_1 n_2 + n_1 + n_2} \frac{n_1 + 1}{n_1} = \frac{n_2 (n_1 + 1)}{n_1 n_2 + n_1 + n_2}$.

Raportul: $\frac{\eta_2}{\eta_1}$ se calculează cu relația : $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{n_2 (n_1 + 1)}{n_1 n_2 + n_1 + n_2}$.

54. Trei surse de t.e.m. constante E_1, E_2, E_3 şi rezistenţe r_1, r_2, r_3 sunt dispuse în plan paralel între punctele A şi B ca în figura:



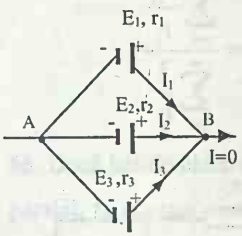
Diferența de potențial $V_A - V_B$ este dată de relația:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.318/1999)

Rezolvare

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Considerăm montajul electric:



$V_A - V_B = ?$

Pentru fiecare ramură (latură) a circuitului electric scriem :

$$E_1 = U_{AB} + r_1 I_1 \rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{r_1} = \frac{E_1}{r_1} - \frac{U_{AB}}{r_1}$$

$$E_2 = U_{AB} + r_2 I_2 \rightarrow I_2 = \frac{E_2 - U_{AB}}{r_2} = \frac{E_2}{r_2} - \frac{U_{AB}}{r_2}$$

$$E_3 = U_{AB} + r_3 I_3 \rightarrow I_3 = \frac{E_3 - U_{AB}}{r_3} = \frac{E_3}{r_3} - \frac{U_{AB}}{r_3}$$

Adunăm intensităţile curenţilor de pe fiecare ramură / latură :

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E_1}{r_1} - \frac{U_{AB}}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} - \frac{U_{AB}}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - \frac{U_{AB}}{r_3} \rightarrow$$

$$\rightarrow I = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - \frac{U_{AB}}{r_1} - \frac{U_{AB}}{r_2} - \frac{U_{AB}}{r_3} \quad (1)$$

Cum la bornele A şi B nu este legat consumator electric atunci , curentul electric I=0, iar relaţia (1) devine: $0 = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} - \frac{U_{AB}}{r_1} - \frac{U_{AB}}{r_2} - \frac{U_{AB}}{r_3}$

$$\rightarrow U_{AB}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}$$ încât:

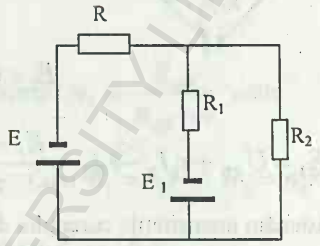
$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

În rezolvarea acestei probleme, nu am folosit legile Kirchhoff căci ar fi fost calcule matematice mai anevoioase. Această metodă se foloseşte când t.e.m. de pe fiecare ramură este diferită, ajungându-se la rezultate mai rapide şi cu calcule matematice mai simple.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aflarea tensiunii electrice se poate generaliza: $U = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{r_i}}$.

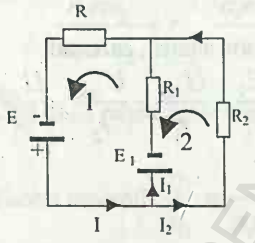
55. În circuitul din figură se cunosc: E, R_1 şi R_2. Neglijând rezistenţele interne ale surselor, valoarea lui E_1 pentru care curentul prin rezistenţa R este zero se află din relaţia:



(Teste , Medicină Iaşi, pag.318/1999)

Rezolvare

Considerăm circuitul electric:
Aplicăm legile lui Kirchhoff:



- nod A: $I = I_1 + I_2$
- ochiul (1): $E - E_1 = I_1 R_1 + IR$
- ochiul (2): $E_1 = R_2 I_2 - I_1 R_1$

Punem condiţia ca prin R să nu treacă curent electric I=0 şi obţinem:

$$\begin{cases} 0 = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = -I_1 \\ E - E_1 = I_1 R_1 \end{cases}$$

$E_1 = R_2 I_2 - I_1 R_1 \quad -I \rightarrow -E_1 = I_1 R_1 - R_2 I_2 = I\left|R_1 + I_1 R_1 \rightarrow\right.$

$\rightarrow -E_1 = I_1(R_1 + R_2)$ care împreună cu $E - E_1 = I_1 R_1$ se formează sistemul:

$$\begin{cases} E - E_1 = I_1 R_1 \\ -E_1 = I_1(R_2 + R_1) \end{cases}$$. Se împart ecuaţiile şi avem:

$$\frac{E - E_1}{-E_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow -\frac{E}{E_1} + 1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{E}{E_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{R_1 + R_2 - R_1}{R_1 + R_2} = \frac{E}{E_1} \rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{E}{E_1} \rightarrow E_1 = \frac{E(R_1 + R_2)}{R_2}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea lui E_1 pentru ca prin R să nu treacă curent electric este:

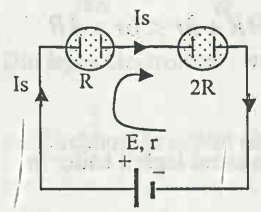
$$E_1 = \frac{E(R_1 + R_2)}{R_2}.$$

56. Două băi de electroliză cu rezistențele R și 2R sunt legate în serie, apoi în paralel, la aceeași sursă de t.e.m. și rezistență internă r. Aceeași cantitate de substanță se depune mai repede în cazul montării băilor în serie dacă:

(Teste, Medicină Iași, pag.318/1999)

Rezolvare

1. Gruparea în serie a băilor electrolitice:

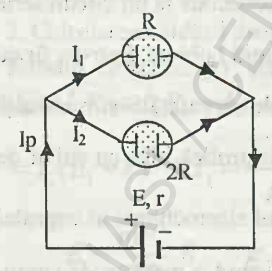


Băile fiind legate în serie, trece același curent I_S, în același timp t_S și depunerea pe ambii catozi va fi: $m_S = 2m = 2KI_S t_S$

Din ochiul respectiv prin aplicarea legii a II-a a lui Kirchhoff, obținem: $E = I_S(3R + r) \rightarrow$

$\rightarrow I_S = \frac{E}{3R + r}$, încât depunerea la catozi va fi $\rightarrow m_S = 2k\frac{E}{3R + r}t_S$.

2. Gruparea în paralel a băilor electrolitice:



Substanța depusă va fi: $\rightarrow m_p = KI_p t_p =$

$$= K(I_1 + I_2)t_p = K\left(\frac{U}{R} + \frac{U}{2R}\right)t_p =$$

$$= KU\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)t_p = KU\left(\frac{2+1}{2R}\right)t_p =$$

$$= \frac{3}{2}K\frac{U}{R}t_p.$$ Aflarea tensiunii electrice U:

$$E = U + I_p r \rightarrow I_p = \frac{E-U}{r} \rightarrow \quad I_1 + I_2 = \frac{E-U}{r} \rightarrow$$

$$\frac{U}{R} + \frac{U}{2R} = \frac{E}{r} - \frac{U}{r} \rightarrow \frac{U}{R} + \frac{U}{2R} + \frac{U}{r} = \frac{E}{r} \rightarrow U\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{r}\right) = \frac{E}{r} \rightarrow$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \frac{U(3r+2R)}{2Rr} = \frac{E}{r} \rightarrow U = \frac{2RE}{3r+2R}$. Cunoscând U şi substituind în

$m_p = \frac{3}{2} K \frac{U}{R} t_p$, obţinem : $m_p = \frac{3}{2} K \frac{1}{R} \frac{2RE}{3r+2R} t_p \rightarrow m_p = \frac{3kE}{3r+2R} t_p$

Cele două mase de substanţe depuse sunt: $\rightarrow m_s = \frac{2kE}{3R+r} t_S$ şi

$\rightarrow m_p = \frac{3kE}{3r+2R} t_p$, din care $t_S = \frac{m_s(3R+r)}{2KE}$ şi $t_p = \frac{m_p(3r+2R)}{3KE}$

Din condiţia $t_S < t_p$ obţinem: $\frac{m_s(3R+r)}{2KE} < \frac{m_p(3r+2R)}{3KE}$

Întrucât $m_s \cong m_p$, rezultă: $\frac{3R+r}{2} < \frac{3r+2R}{3} \rightarrow 9R+3r < 6r+4R$

$\rightarrow 5R < 3r \rightarrow R < \frac{3}{5} r$

Aceiaşi cantitate de substanţă se depune mai repede în cazul legării băilor în serie dacă: $R < \frac{3}{5} r$.

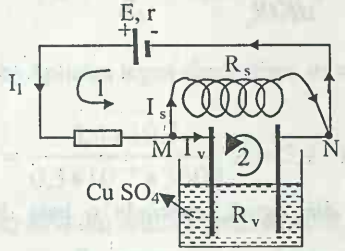
57. O baterie cu t.e.m. E şi rezistenţă internă r este conectată la un circuit serie alcătuit dintr-un rezistor cu rezistenţa R_1 şi un solenoid bobinat dintr-un fir cu diametrul d , într-un singur strat, care are N spire, de suprafaţă S şi rezistenţă R_s. În paralel cu solenoidul se leagă un vas de electroliză plin cu sulfat de cupru care are rezistenţa R_v. Cunoscând echivalentul elecrochimic al cuprului şi faptul că într-un timp de t secunde se depune la catod o masă m de cupru, fluxul magnetic care străbate solenoidul şi căldura disipată pe rezistorul R_1 sunt date de relaţiile:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.318/1999)

Rezolvare

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Schema electrică conform datelor din problemă:



Se cer: Fluxul magnetic ϕ ce străbate bobina şi căldura Q disipată pe rezistorul R_1.

1. Aflarea fluxului magnetic ϕ:

$\phi = NBS$ unde $B = \frac{\mu N I_s}{l}$, încât:

$\phi = N\frac{\mu N I_s}{l}S = \frac{\mu N^2 I_s}{l}S$. Dar $l = Nd$ şi atunci:

$\phi = \frac{\mu N^2 I_s}{Nd}S = \frac{\mu N I_s}{d}S \rightarrow \quad \phi = \frac{\mu N I_s}{d}S$ (1).

Din legea electrolizei : $m = KI_v t \rightarrow I_v = \frac{m}{Kt}$ şi din aplicarea legii a doua a lui Kirchhoff în ochiul (2) avem: $0 = I_s R_s - I_v R_v \rightarrow I_s = \frac{I_v R_v}{R_s}$ şi substituind pe I_v, obţinem: $I_s = \frac{m}{Kt}\frac{R_v}{R_s}$ pe care o introducem în relaţia (1) :

$\phi = \frac{\mu N}{d}S\frac{mR_v}{KtR_s}$

2. Calcularea căldurii disipată pe R_1: $Q = R_1 I_1^2 t$ (2). Trebuie aflat I_1 şi ne folosim de ochiul (1), scriind legea a doua a lui Kirchhoff:

$E = I_1 R_1 + I_s R_s + I_1 r \rightarrow E = I_1(R_1 + r) + I_s R_s \rightarrow E - I_s R_s =$

$= I_1(R_1 + r) \rightarrow I_1 = \frac{E - I_s R_s}{R_1 + r}$. Dar $I_s = \frac{mR_v}{KtR_s}$ şi atunci:

$$I_1 = \frac{E - \frac{mR_v}{KtR_s}R_s}{R_1 + r} = \frac{E - \frac{mR_v}{Kt}}{R_1 + r} = \frac{\frac{EKt - mR_v}{Kt}}{R_1 + r} = \frac{EKt - mR_v}{Kt(R_1 + r)} \rightarrow$$

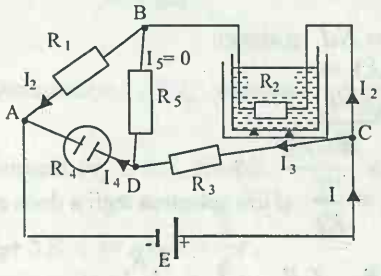
$\rightarrow I_1 = \frac{EKt - mR_v}{Kt(R_1 + r)}$. Substituind pe I_1 în relaţia (2): $Q = R_1\left[\frac{EKt - mR_v}{Kt(R_1 + r)}\right]^2$.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $\phi = \dfrac{\mu NSmR_v}{dKtR_s}$ şi

$$Q = R_1\left[\frac{EKt - mR_v}{Kt(R_1 + r)}\right]^2.$$

58. Un circuit alcătuit conform schemei din figură, cuprinde o baie de electroliză cu rezistenţa R_4 şi un calorimetru în care este introdusă o rezistenţă $R_2 = 8\Omega$. Ştiind că rezistenţele R_1 şi R_2 sunt egale cu 4Ω, se cere:



a) valoarea rezistenţei R_4 pentru care punctele B şi D au acelaşi potenţial;

b) intensitatea curentului care străbate baia de electroliză în care se găseşte sulfat de nichel, cu echivalentul electrochimic k=0,3 mg/C dacă timp de o oră, la catod se depun 5,4 g. nichel;

c) ştiind că din căldura degajată pe rezistorul R_2, în timpul depunerii a 5,4 g. de nichel, 60% încălzeşte apa de la 0 grade celsius la 100 grade celsius, iar 20% se pierde, capacitatea calorică a vasului şi accesorilor sale este: ;

d) în timpul încălzirii apei până la temperatura de fierbere, procentul din masa de aer care iese prin orificiile calorimetrului este: .

(Teste, Medicină Iaşi, pag.319/1999)

Rezolvare

Din schema electrică:

a) Întrucât V_B şi V_D sunt egale, atunci $V_B - V_D = 0$ şi prin R_5 nu trece curent electric şi că puntea este echilibrată şi la echilibru $R_1R_3 = R_4R_2 \rightarrow$

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow R_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2}$. Numeric: $R_4 = \frac{4 \bullet 4}{8} = 2\Omega$.

b) Aplicăm legea electrolizei $m = KI_3 t \rightarrow I_3 = \frac{m}{Kt} =$

$$= \frac{5{,}4 \bullet 10^{-3}}{0{,}3 \bullet 10^{-6} \bullet 3600} A = 5A \rightarrow \qquad I_3 = I_4 = 5A$$

c) 60% din căldura produsă de R_2 o reține apa din calorimetru, 20% se pierde în mediu exterior iar 20 % o reține calorimetru ce-şi ridică temperatura de la $0^0 C$ la $100^0 C$ încât putem scrie : $\frac{20}{100} R_2 I_2^2 t = C(100 - 0^0 C) \rightarrow$

$0{,}2 R_2 I_2^2 t = 100C \rightarrow \quad C = \frac{0{,}2 R_2 I_2^2 t}{100}$. Trebuie calculat I_2.

$$I_2 = \frac{U_{AC}}{R_1 + R_2} = \frac{I_3(R_4 + R_3)}{R_1 + R_2} = \frac{5(2+4)}{4+8} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2{,}5A.$$

Cunoscând pe $I_2 = 2{,}5A$, putem afla $C = \frac{0{,}2 \bullet 8 \bullet 6{,}25 \bullet 3600}{100} = 360 \frac{j}{K}$

Capacitatea calorică a vasului calorimetrului este: $C = 360 \frac{j}{K}$.

d) Aerul din calorimetru are inițial parametri: p, V, T_1, m_1 iar în starea finală parametrii p, V, T_2, m_2. Presiunea aerului din calorimetru nu se modifică, deoarece capacul calorimetrului este găurit, ceea ce permite păstrarea aceleiaşi presiuni p în timpul încălzirii până la temperatura de fierbere de 373K.

Aplicăm în cele două stări inițiale şi finale ecuația Clapeyron-Mendeleev: $pV = \frac{m_1}{\mu_{aer}} RT_1$ şi $pV = \frac{m_2}{\mu_{aer}} RT_2 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{m_1}{\mu_{aer}} RT_1 = \frac{m_2}{\mu_{aer}} RT_2 \rightarrow m_1 RT_1 = m_2 RT_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1}$ aplicăm proprietatea proporției:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\frac{m_1 - m_2}{m_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \rightarrow \frac{\Delta m}{m_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$. Cum $T_2 = 373K$ şi $T_1 = 273K$, vom avea: $\frac{\Delta m}{m_2} = \frac{373-273}{273} = \frac{100}{273} = 0,36 = 36\%$.

Procentul din masa de aer ce iese prin orificiile calorimetrului este de 36%.

59. La bornele unui generator cu tensiunea electromotoare E=24V şi rezistența interioară $r = 0,5\Omega$ se leagă în serie un vas de electroliză cu rezistența $R_1 = 2\Omega$ şi un rezistor cu rezistența $R_3 = 3,5\Omega$. Se cere:

a) Intensitatea curentului prin circuit;

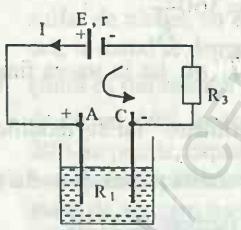
b) Tensiunea electrică la bornele circuitului;

c) Masa de substanță depusă la catod în 10 ore dacă în vas se află azotat de argint cu k=4,025 g/Ah.

(Teste, Medicină Iaşi, pag.319/1999)

Rezolvare

Înlocuim în circuitul electric:



a) Aplicăm a doua lege a lui Kirchhoff ochiului:

$E = I(R_1 + R_3 + r) \quad I = \frac{E}{R_1 + R_3 + r}$

Numeric: $I = \frac{24}{2+3,5+,5} = \frac{24}{6} = 4A$

Intensitatea curentului este: $I = 4A$

b) Tensiunea electrică la bornele circuitului:

$U = I(R_1 + R_3) = 4(2+3,5) = 4 \bullet 5,5 = 22V$

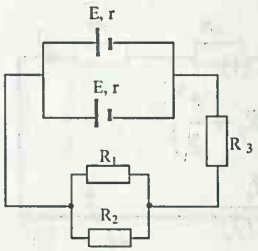
Tensiunea electrică este : $U = 22V$

c) Masa de substanță depusă la catod: $m = KIt$

Numeric: $m = 4,025\frac{g}{Ah} \bullet 4A \bullet 10h = 161g = 0,161kg$

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $I = 4A, U = 22V$ şi m=161g= =0,161Kg.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



60. Două generatoare identice de rezistență r, alimentează o rețea formată in trei rezistoare legate ca în figura alăturată:

Cunoscând intensitatea I a curentului care străbate rezistorul R_3, valorile rezistențelor R_1 și R_3 și tensiunea U_1 la bornele rezistorului R_1 se cere:

a) rezistența rezistorului R_2

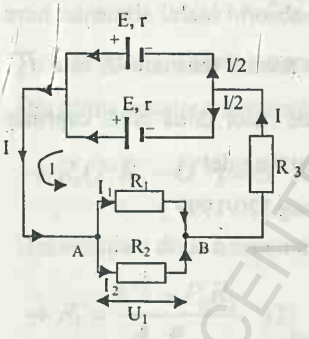
b) tensiunea la bornele bateriei;

c) tensiunea electromotoare a unui element.

(Teste, Medicină Iaşi, pag.319/1999)

Rezolvare

Considerăm schema electrică indicată în problemă:



a) Din schema electrică se vede că:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \text{ şi } I_2 = \frac{U_1}{R_2}$$

$$I_1 + I_2 = U_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$I = U_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \rightarrow \frac{I}{U_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow$$

$$\frac{R_1 I - U_1}{U_1 R_1} = \frac{1}{R_2} \rightarrow R_2 = \frac{U_1 R_1}{R_1 I - U_1}$$

b) Tensiunea de la bornele bateriei se află cu relația:

$$U = I(R_{AB} + R_3) \text{ unde } R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow U = I\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3\right)$$

unde: $R_2 = \frac{U_1 R_1}{R_1 I - U_1}$, încât: $U = I\left(\frac{\frac{U_1 R_1^2}{R_1 I - U_1}}{R_1 + R_2} + R_3\right) =$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$= I\left(\frac{U_1 R_1^2}{(R_1+R_2)(R_1 I - U_1)} + R_3\right).$$

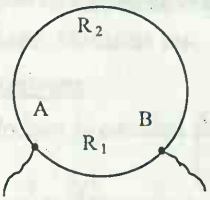
c) Aplicăm teorema a doua a lui Kirchhoff în ochiul (1):

$$E = I_1 R_1 + IR_3 + \frac{I}{2}r = U_1 + IR_3 + \frac{Ir}{2} = U_1 + I\left(R_3 + \frac{r}{2}\right)$$

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $R_2 = \frac{U_1 R_1}{R_1 I - U_1}$,

$$U = I\left(\frac{U_1 R_1^2}{(R_1+R_2)(R_1 I - U_1)} + R_3\right) \text{ şi } E = U_1 + I\left(R_3 + \frac{r}{2}\right).$$

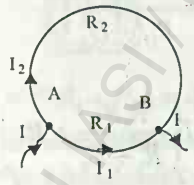
61. Dintr-un fir conductor se realizează un inel circular. Aplicând între punctele A şi B o tensiune U, puterea consumată pe inel este P_1. Puterea minimă pe care o poate absorbi inelul alimentat între două puncte ale sale, la aceiaşi tensiune U, este P_0. Rezistenţele electrice ale celor două arce, cuprinse între punctele A şi B sunt date de:



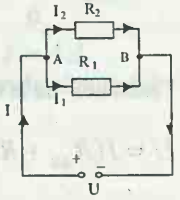
(Teste, Medicină Iaşi, pag.320/1999)

Rezolvare

Realizăm montajul electric:



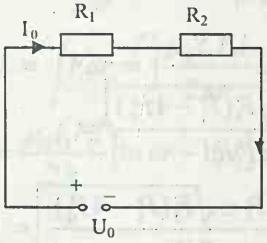
Schema echivalentă: rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel:



Puterea electrică: $P_1 = \frac{U^2}{R_{AB}}$, unde $R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, încât $P_1 = \frac{U^2(R_1+R_2)}{R_1 R_2}$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Schema echivalentă cu rezistoarele R_1 şi R_2 legate în serie :



Puterea în circuitul electric este $P_0 = \frac{U^2}{R_{AB}}$

unde $R_{AB} = R_1 + R_2$, încât,

$P_0 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \rightarrow$ P_0 are valoarea minimă.

Am obţinut sistemul: $\begin{cases} P_1 = \frac{U^2(R_1+R_2)}{R_1R_2} \\ P_0 = \frac{U^2}{R_1+R_2}. \end{cases}$ Necunoscute R_1 şi R_2.

Trebuie rezolvat acest sistem pentru a determina valorile R_1 şi R_2.

Din prima ecuaţie a sistemului: $P_1R_1R_2 = U^2R_1 + U^2R_2 \rightarrow$

$\rightarrow R_1(P_1R_2 - U^2) = U^2R_2 \rightarrow R_1 = \frac{U^2R_2}{P_1R_2 - U^2}$ (1)

Din ecuaţia a doua a sistemului: $P_0R_1 + P_0R_2 = U^2 \rightarrow$

$\rightarrow R_1 = \frac{U^2 - P_0R_2}{P_0}$ (2). Din (1) şi (2) avem: $\frac{U^2R_2}{P_1R_2 - U^2} = \frac{U^2 - P_0R_2}{P_0} \rightarrow$

$\rightarrow P_0U^2R_2 = P_1R_2U^2 - P_1P_0R_2^2 - U^4 + U^2P_0R_2 \rightarrow$

$\rightarrow 0 = P_1R_2U^2 - P_1P_0R_2^2 - U^4 \rightarrow \quad P_1P_0R_2^2 - P_1U^2R_2 + U^4 = 0$

S-a obţinut o ecuaţie de gradul II în R_2 şi care trebuie rezolvată:

$$R_2 = \frac{P_1U^2 \pm \sqrt{P_1^2U^4 - 4P_1P_0U^4}}{2P_1P_0} = \frac{P_1U^2 \pm \sqrt{U^4(P_1^2 - 4P_1P_0)}}{2P_1P_0} =$$

$$= \frac{P_1U^2 \pm U^2\sqrt{P_1(P_1 - 4P_0)}}{2P_1P_0} = \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1 - 4P_0)}\right].$$

BCU CLUJ-CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea R_2 este $R_2 = \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right]$

Aflarea R_1 se face folosindu-ne de relația (2):

$$R_1 = \frac{U^2 - P_0R_2}{P_0} = \frac{U^2}{P_0} - R_2 = \frac{U^2}{P_0} - \frac{U^2\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right]}{2P_1P_0} =$$

$$= \frac{U^2}{P_0}\left[1 - \frac{\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right]}{2P_1}\right] = \frac{U^2}{P_0}\left[\frac{2P_1 - P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}}{2P_1}\right] =$$

$$= \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right].$$

Valoarea R_1 este : $R_1 = \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right]$

Cele două valori căutate sunt: $R_1 = \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right]$ și

$$R_2 = \frac{U^2}{2P_1P_0}\left[P_1 \pm \sqrt{P_1(P_1-4P_0)}\right].$$

Din expresiile R_1 și R_2 se constată că $R_1 = R_2$ și pentru a fi soluții reale, trebuie ca $P_1 - 4P_0 \geq 0$.

62. Două conductoare liniare, de lungime infinită, se găsesc în vid, la distanța d unul de celălalt. Conductoarele sunt parcurse de curenți electrici de același sens și de valori $I_1 = 1A$ și $I_2 = 1A$. Să se determine lucrul mecanic efectuat pe unitate de lungime a conductorilor, pentru a le îndepărta la distanța e.d.

(Teste, Medicină Iași, pag.320/1999)

Rezolvare

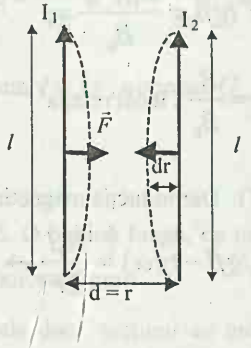
Între conductoarele paralel, de lungime l, prin care trec curenții I_1 și I_2 de același sens aflați la distanța d se manifestă o forță de atracție :

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$ care efectuează un lucru mecanic:

$$L = \int_r^{e.r} F dr = \int_r^{e.r} \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \int_r^{e.r} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \left| \ln r \right|_r^{e.r} =$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \left[\ln er - \ln r \right] = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{er}{r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln e .$$



Dar $\ln e = 1$ şi atunci : $L = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}$ iar

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} .$$

Numeric

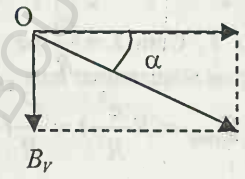
$$\frac{L}{l} = \frac{4 \bullet \pi \bullet 10^{-7} \bullet 1 \bullet 2}{2\pi} = 4 \bullet 10^{-7} \frac{j}{m} .$$

Răspunsul este: $\frac{L}{l} = 4 \bullet 10^{-7} \frac{j}{m}$.

63. Un conductor circular de rază r este aşezat într-un plan orizontal, într-un loc în care componenta orizontală a inducţiei magnetice terestre este Bo. În mijlocul spirei, în planul meridianului magnetic, se atârnă un magnet mic care se înclină cu un unghi α faţă de planul orizontal, dacă spira nu este parcursă de curent electric.

Să se determine intensitatea I a curentului ce trece prin spiră, situaţie în care magnetul formează cu planul orizontal un unghi $\beta \left(\alpha < \beta < \frac{\pi}{2} \right)$.

(Teste, Medicină Iaşi, pag.320/1999)



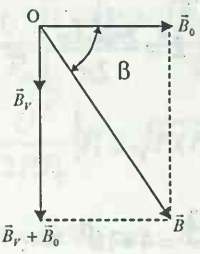
Rezolvare

Desenul reprezintă inducţiile magnetice $\vec{B}_v$ şi $\vec{B}_o$ ale câmpului magnetic terestru, când prin spiră nu trece curentul electric, iar $\vec{B}$ este rezultanta lor, ce înclină magnetul sub un unghi α.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din figură se vede că $tg\alpha = \frac{B_v}{B_0}$.

Când spira este parcursă de curentul electric, atunci pe direcția verticală mai apare un câmp magnetic al spirei, încât figura de compunere a inducțiilor magnetice devine:



Direcția acului magnetic formează cu $\vec{B}_0$ un unghi $\beta > \alpha$ încât putem scrie: $tg\beta = \frac{B_v + B}{B_0} =$

$= \frac{B_v}{B_0} + \frac{B}{B_0}$, unde $tg\alpha = \frac{B_v}{B_0}$, încât relația devine:

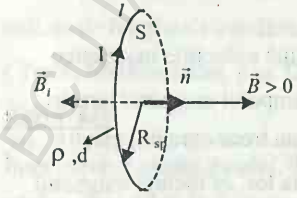
$B_0(tg\beta - tg\alpha) = B$ (1). Dar inducția magnetică la o spiră: $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$, atunci relația (1) devine: $B_0(tg\beta - tg\alpha) = \frac{\mu_0 I}{2r} \rightarrow$

$I = \frac{2rB_0(tg\beta - tg\alpha)}{\mu_0}$.

64. Dintr-un fir de cupru cu lungimea l, diametrul d și rezistivitatea ρ se realizează o spiră circulară care se introduce într-un câmp magnetic uniform, normala la planul spirei fiind paralelă cu liniile de câmp magnetic. Știind că valoarea câmpului magnetic crește în timp cu viteza constantă a, căldura degajată în unitate de timp în spiră este dată de:

(Teste, Medicină Iași, pag.320/1999)

Rezolvare



Construim o spiră, străbătură de un câmp magnetic crescător și cu viteză constantă a.

Căldura $Q_{cald} = RI^2 t$. Cum $I = \frac{|e|}{R}$ iar

$I^2 = \frac{e^2}{R^2}$, atunci: $Q_{cald} = R\frac{e^2}{R^2}t = \frac{e^2}{R}t$.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde $|e| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = S\frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi R_{sp}^2 a$. Cum $l = 2\pi R_{sp} \rightarrow R_{sp} = \frac{l}{2\pi}$, încât

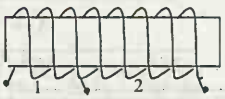
$|e| = \pi \frac{l^2}{4\pi^2} a = \frac{al^2}{4\pi} \rightarrow |e| = \frac{al^2}{4\pi}$.

Rezistența electrică: $R = \frac{\rho l}{S_f} = \frac{4\rho l}{\pi d^2} \rightarrow R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$. Cunoscând pe

$|e| = \frac{al^2}{4\pi}$ și $R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$, atunci : $Q_{cald} = \frac{e^2}{R} t = \frac{a^2 l^4}{16\pi^2} \frac{\pi d^2}{4\rho l} = \frac{a^2 l^3 d^2 t}{64\pi\rho}$.

Cum $t = 1s$, obținem $Q_{cald} = \frac{a^2 l^3 d^2}{64\pi\rho}$.

65. O bobină lungă, cu un singur strat, este despărțită în două secțiuni 1 și 2 conform figurii:

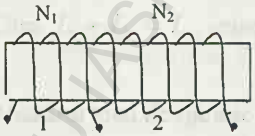


Cele două secțiuni au inductanțele L_1, respectiv L_2. Știind că prima secțiune are N_1 spire, inductanța întregii bobine și numărul de spire din întreaga bobină sunt egale cu:

(Teste, Medicină Iași, pag.320/1999)

Rezolvare

Schema bobinei:
Bobina este cu un singur strat, însă despărțită în secțiuni 1 și 2 , așa cum se vede din figură.



Știm că fluxul magnetic este o mărime aditivă și ca atare $\phi = \phi_1 + \phi_2$. Cum $\phi = LI$, $\phi_1 = L_1 I$ și $\phi_2 = L_2 I$ atunci : $LI = L_1 I + L_2 I$ încât : $L = L_1 + L_2$ (1) unde L reprezintă inductanța întregii bobinei iar L_1 și L_2 sunt inductanțele secțiunilor 1 și 2.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cunoscând pe $L=\frac{\mu N^2 S}{l}$, $L_1=\frac{\mu N_1^{\ 2} S}{l_1}$ şi $L_2=\frac{\mu N_2^{\ 2} S}{l_2}$ şi

substituind în (1) obţinem : $\frac{\mu N^2 S}{l}=\frac{\mu N_1^{\ 2} S}{l_1}+\frac{\mu N_2^{\ 2} S}{l_2}\rightarrow$

$\rightarrow \frac{N^2}{l}=\frac{N_1^{\ 2}}{l_1}+\frac{N_2^{\ 2}}{l_2}$ (2). Facem raportul: $\frac{L_1}{L_2}=\frac{\mu N_1^{\ 2} S}{l_1}\frac{l_2}{\mu N_2^{\ 2} S}=$

$=\frac{N_1^{\ 2} l_2}{N_2^{\ 2} l_1}\rightarrow l_2=\frac{L_1 l_1 N_2^{\ 2}}{L_2 N_1^{\ 2}}$. Valorile lui l_2 şi $l=l_1+l_2$ le înlocuim în (2) şi

avem : $\frac{N^2}{l_1+l_2}=\frac{N_1^{\ 2}}{l_1}+\frac{N_2^{\ 2} L_2 N_1^{\ 2}}{L_1 l_1 N_2^{\ 2}}\rightarrow \frac{N^2}{l_1+l_2}=\frac{N_1^{\ 2}}{l_1}+\frac{L_2 N_1^{\ 2}}{L_1 l_1}\rightarrow$ (3).

În relaţia (3) substituim pe $l_2=\frac{L_1 l_1 N_2^{\ 2}}{L_2 N_1^{\ 2}}$ şi căpătăm:

$\frac{N^2}{l_1+\frac{L_1 l_1 N_2^{\ 2}}{L_2 N_1^{\ 2}}}=\frac{N_1^{\ 2}}{l_1}\left(1+\frac{L_2}{L_1}\right)$. Se simplifică cu l_1 şi avem:

$\frac{N^2}{1+\frac{L_1 N_2^{\ 2}}{L_2 N_1^{\ 2}}}=N_1^{\ 2}\left(1+\frac{L_2}{L_1}\right)\rightarrow \frac{N^2 L_2 N_1^{\ 2}}{L_1 N_2^{\ 2}+L_2 N_1^{\ 2}}=N_1^{\ 2}\left(\frac{L_1+L_2}{L_1}\right)\rightarrow$

$\rightarrow \frac{N^2 L_2}{L_1 N_2^{\ 2}+L_2 N_1^{\ 2}}=\frac{L_1+L_2}{L_1}$ Cum $L_1+L_2=L$, obţinem:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \frac{N^2 L_2}{L_1 N_2^2 + L_2 N_1^2} = \frac{L}{L_1}$ (4). Dar $N = N_1 + N_2$, încât $N_2 = N - N_1$ şi pe care o substituind în (4), avem: $\frac{N^2 L_2}{L_1 (N - N_1)^2 + L_2 N_1^2} = \frac{L}{L_1} \rightarrow$

$L_1 L_2 N^2 = L L_2 N_1^2 + L L_1 (N - N_1)^2 \rightarrow L_1 L_2 N^2 = L L_2 N_1^2 +$

$+ L L_1 (N^2 - 2 N_1 N + N_1^2) \rightarrow L_1 L_2 N^2 = L L_2 N_1^2 + L L_1 N^2 - 2 N_1 L L_1 N +$

$+ L L_1 N_1^2 \rightarrow$

$\rightarrow N^2 (L_1 L_2 - L L_1) = -2 N_1 N L L_1 + N_1^2 L (L_2 + L_1) \rightarrow L_1 N^2 (L_2 - L) +$

$+ 2 N_1 L L_1 N - N_1^2 L^2 = 0 \quad | \quad -1 \rightarrow \quad L_1 (L - L_2) N^2 - 2 N_1 L L_1 N +$

$+ N_1^2 L^2 = 0 \rightarrow$ ecuaţie de gradul II în N pe care trebuie s-o rezolvăm:

$$N = \frac{N_1 L L_1 \pm \sqrt{N_1^2 L^2 L_1^2 - N_1^2 L^2 L_1 (L - L_2)}}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L L_1 \pm \sqrt{N_1^2 L^2 (L_1^2 - L_1 L + L_1 L_2)}}{L_1 (L - L_2)} =$$

$$= \frac{N_1 L L_1 \pm L N_1 \sqrt{L_1^2 - L_1 L + L_1 L_2}}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L (L_1 \pm \sqrt{L_1^2 - L_1 L + L_1 L_2})}{L_1 (L - L_2)} =$$

$$= \frac{N_1 L (L_1 + \sqrt{L_1^2 - L_1 L + L_1 L_2})}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L (L_1 + \sqrt{L_1 (L_1 + L_2 - L)})}{L_1 (L - L_2)}.$$

Cum $L_1 + L_2 = L$, şi substituind în relaţia lui N avem:

$$N = \frac{N_1 L (L_1 + \sqrt{L_1 (L - L)})}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L (L_1 + 0)}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L L_1}{L_1 (L - L_2)} = \frac{N_1 L}{L - L_2}.$$

Cum $L_1 + L_2 = L$, atunci: $N = \frac{N_1 (L_1 + L_2)}{L_1 + L_2 - L_2} = \frac{N_1 (L_1 + L_2)}{L_1}$.

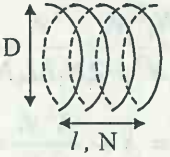
Numărul total de spire se află relaţia: $N = \frac{N_1 (L_1 + L_2)}{L_1}$.

66. Un solenoid cu aer, de diametru D=4cm., are inductanţa L=2mH şi este format dintr-o singură înfăşurare cu spirele una lângă alta, firul conductor

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

având diametrul d=0,4mm. Cunoscând valoarea $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\, N/A^2$, numărul de spire ale solenoidului este egal cu:
(Teste, Medicină Iaşi, pag.321/1999)

Rezolvare



Inductanța bobinei $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$ unde $S = \frac{\pi D^2}{4}$,

încât: $L = \frac{\mu_0 N^2}{l}\frac{\pi D^2}{4}$. Dar $l = Nd$ şi atunci:

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{Nd}\frac{\pi D^2}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow N = \frac{4Ld}{\mu_0 \pi D^2}. \text{ Numeric: } N \cong 507 spire.$$

67. Printr-un solenoid cu N_1 spire trece un curent de intensitate I_1. Ce intensitate I_2 trebuie să aibă curentul printr-un alt solenoid cu aceleaşi dimensiuni, dar având N_2 spire, pentru a se obține acelaşi flux magnetic ca şi primul?

(Teste, Medicină Iaşi, pag.321/1999)

Rezolvare

Fluxurile magnetice ale bobinelor: $\phi_1 = N_1 B_1 S_1$ şi $\phi_2 = N_2 B_2 S_2$

Cum $\phi_1 = \phi_2 \rightarrow N_1 B_1 S_1 = N_2 B_2 S_2 \rightarrow N_1 B_1 = N_2 B_2$.

Dar $B_1 = \frac{\mu I_1 N_1}{l_1}$ şi $B_2 = \frac{\mu I_2 N_2}{l_2}$,obținem: $N_1 \frac{\mu I_1 N_1}{l_1} = N_2 \frac{\mu I_2 N_2}{l_2}$

$$\rightarrow N_1^2 I_1 = N_2^2 I_2 \rightarrow I_2 = \frac{N_1^2 I_1}{N_2^2}$$

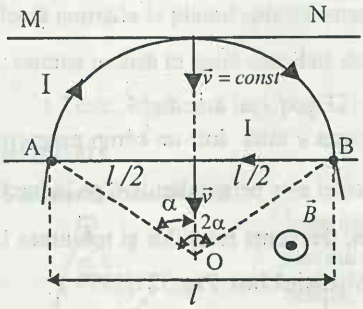
Intensitatea curentului I_2 prin cel de al doilea solenoid este: $I_2 = \frac{N_1^2 I_1}{N_2^2}$.

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

68. Un conductor, având rezistența pe unitate de lungime R_0, este îndoit sub forma unui semicerc. Peste acesta se deplasează, cu viteza constantă v, un alt conductor AB, având aceeași rezistență pe unitate de lungime. Conturul astfel format, se află într-un câmp magnetic de inducție B, perpendicular pe suprafața sa. Dependența curentului prin contur I de unghi α este următoarea:

(Teste, Medicină Iași, pag.321/1999)

Rezolvare



Întocmim schema electrică pentru aflarea intensității curentului electric I: Notăm cu MN poziția inițială a conductorului, după un anumit timp, cu viteza constantă $\vec{v}$, ajunge în poziția AB, luând naștere un curent indus mediu I pe baza fenomenului de inducție electromagnetică. Conductorul fiind liniar, intersectând liniile câmpului magnetic normal, la capetele lui va lua naștere o t.e.m. indusă care se calculează cu relația:

$|e| = Bvl$ (1) iar $I = \frac{|e|}{R}$ unde R este rezistența electrică a întregului circuit format de $\overset{\frown}{AB}$ și conductorul AB.

Din analiza figurii se vede: $\sin\alpha = \frac{\frac{l}{2}}{a} = \frac{l}{2a} \rightarrow l = 2a\sin\alpha$ pe care o substituim în relația (1) și obținem $|e| = Bv2a\sin\alpha$.

Rezistența electrică, a întregului circuit: $R = R_0(\overset{\frown}{AB} + l)$.

Nu se cunoaște $\overset{\frown}{AB}$, îl putem afla din figură: $2\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB}}{a} \rightarrow \overset{\frown}{AB} = 2\alpha$, încât $R = R_0(2\alpha a + l)$. Aflarea intensității curentului: $I = \frac{|e|}{R} = \frac{Bv2a\sin\alpha}{R_0(2\alpha a + l)}$.

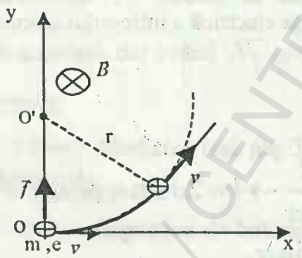
Din $l = 2a\sin\alpha \rightarrow a = \dfrac{l}{2\sin\alpha}$ şi atunci:

$$I = \frac{Bv2\dfrac{l}{2\sin\alpha}\sin\alpha}{R_0\left(2\dfrac{\alpha l}{2\sin\alpha}+l\right)} = \frac{Bv}{R_0\left(\dfrac{\alpha}{\sin\alpha}+1\right)} = \frac{Bv\sin\alpha}{R_0(\sin\alpha+\alpha)}.$$

Intensitatea curentului electric de-a lungul circuitului se calculează cu relaţia: $I = \dfrac{Bv\sin\alpha}{R_0(\sin\alpha+\alpha)}$

69. O particulă cu sarcina q, masa m şi viteza v intră într-un câmp magnetic uniform de inducţie . Ştiind că viteza particulei este perpendiculară pe inducţia B se cer expresiile pentru raza traiectoriei, frecvenţa rotaţiilor şi tensiunea la care a fost accelerată particula. (Teste, Medicină Iaşi. Pag.321/1999)

Rezolvare



Particula de sarcină electrică q, de masă m, de viteză $\vec{v}$ şi intrând perpendicular pe liniile unui câmp de inducţie magnetică $\vec{B}$, asupra ei va acţiona forţa lorentziană $\vec{f}$, jucând rolul unei forţe centripete:

$f = qvB = \dfrac{mv^2}{r} \rightarrow r == \dfrac{mv}{qB} \rightarrow$ raza circumferinţei cu centru în O'.

Cum $v = \omega r = 2\pi\upsilon r \rightarrow \upsilon = \dfrac{v}{2\pi r} = \dfrac{vqB}{2\pi mv} = \dfrac{qB}{2\pi m}$.

Din egalitatea $W_e = W_c$, obţinem $qU = \dfrac{mv^2}{2} \rightarrow U = \dfrac{mv^2}{2q}$.

Rezultatele problemei: $r = \dfrac{mv}{qB} \rightarrow$ raza traiectoriei.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m} \rightarrow \text{frecvența rotațiilor}$$

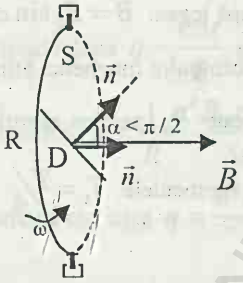
$$U = \frac{mv^2}{2q} \rightarrow \text{tensiunea de accelerare a particulei}$$

70. O spiră circulară cu diametrul D şi rezistența R este plasată într-un câmp de inducție B , orientat perpendicular pe planul spirei. Dacă spira este rotită, astfel încât normala la planul spirei formează cu câmpul magnetic un unghi $\alpha < 90^0$, sarcina indusă în spiră este dată de:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.321/1999)

Rezolvare

Schema dispozitivului.



Între intensitatea medie a curentului indus în spiră sarcina electrică q şi intervalul de timp Δt există relația:

$I = \frac{q}{\Delta t}$, dar $I = \frac{e}{R}$, încât $\frac{q}{\Delta t} = \frac{e}{R} \rightarrow q = \frac{e\Delta t}{R}$

unde R reprezintă rezistența electrică a spirei de diametru D. T.e.m. indusă o determinăm din legea Faraday:

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BS\cos\alpha)}{\Delta t} = -BS\frac{\Delta(\cos\alpha)}{\Delta t}.$$

$\Delta(\cos\alpha) = \cos\alpha - \cos 0^0 = \cos\alpha - 1 \rightarrow \Delta(\cos\alpha) = \cos\alpha - 1$,

relație ce o substituim în $e = -\frac{BS\Delta(\cos\alpha)}{\Delta t} = -\frac{BS(\cos\alpha - 1)}{\Delta t} =$

$= \frac{BS}{\Delta t}(1 - \cos\alpha) \rightarrow e = \frac{BS(\cos\alpha - 1)}{\Delta t}$ iar $S = \frac{\pi D^2}{4}$, încât

$e = \frac{B\pi D^2}{4}\frac{1-\cos\alpha}{\Delta t}$. Cunoscând expresia lui $e = \frac{B\pi D^2}{4}\frac{1-\cos\alpha}{\Delta t}$ şi

înlocuind-o în $q = \frac{e\Delta t}{R}$ obținem : $q = \frac{1}{R}\frac{B\pi D^2}{4}\frac{1-\cos\alpha}{\Delta t}\Delta t$ de unde :

$$q = \frac{B\pi D^2(1-\cos\alpha)}{4R}.$$

Relația găsită pentru sarcina electrică este : $q = \frac{B\pi D^2(1-\cos\alpha)}{4R}$

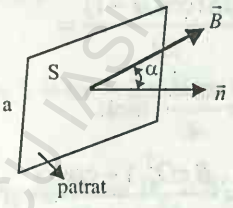
Cum $1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$ atunci, expresia lui q se mai poate scrie:

$$q = \frac{\pi D^2 B \sin^2\frac{\alpha}{2}}{2R}.$$

71. O spiră pătratică conductoare, de latură a, este plasată într-un câmp magnetic uniform, a cărei inducție variază în timp după legea: $B = B_0 \sin\omega t$. Normala la planul spirei face un unghi α cu liniile câmpului magnetic. Știind că rezistența pe unitate de lungime a conductorului este R_0, sarcina electrică care străbate secțiunea conductorului spirei, între momentele $T_1 = T/4$ și $T_2 = T/2$, este dată de:

(Teste, Medicină Iași, pag.321/1999)

Rezolvare



Cum $I = \frac{q}{\Delta t}$ iar $I = \frac{e}{R}$ rezultă :

$\frac{e}{R} = \frac{q}{\Delta t} \rightarrow q = \frac{e\Delta t}{R}$ unde $q \rightarrow$ sarcina electrică, $e \rightarrow$ *t.e.m.* indusă, $R \rightarrow$ rezistența electrică a spirei sub formă de pătrat și $\Delta t \rightarrow$ intervalul de timp de variație a inducției magnetice.

Pentru aflarea t.e.m. induse, ne folosim de legea lui Faraday: $e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} =$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$= -\frac{\Delta(BS\cos\alpha)}{\Delta t} = -S\cos\alpha\frac{\Delta B}{\Delta t} = -a^2(\cos\alpha)\frac{\Delta B}{\Delta t}$. Dar

$B = B_0 \sin\omega t = B_0 \sin\frac{2\pi}{T}t$, încât ne permite să determinăm:

$$\Delta B = B_f - B_i = B_0 \sin\frac{2\pi}{T}t_2 - B_0 \sin\frac{2\pi}{T}t_1 =$$

$$= B_0\left(\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} - \sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{4}\right) = B_0\left(\sin\pi - \sin\frac{\pi}{2}\right) = B_0(0-1) = -B_0$$

Deci : $\Delta B = -B_0$. Cunoscând $\Delta B = -B_0$ şi substituind în

$e = -a^2(\cos\alpha)\frac{\Delta B}{\Delta t}$, găsim : $e = -a^2(\cos\alpha)\frac{-B_0}{\Delta t} = \frac{a^2(\cos\alpha)B_0}{\Delta t}$

Expresia t.e.m. induse este: $e = \frac{a^2(\cos\alpha)B_0}{\Delta t}$.

Ştiind relaţia $q = \frac{e\Delta t}{R}$ şi înlocuind pe $e = \frac{a^2 B_0\cos\alpha}{\Delta t}$, determinăm sarcina

electrică: $q = \frac{1}{R}\frac{a^2 B_0\cos\alpha}{\Delta t}\Delta t = \frac{a^2 B_0\cos\alpha}{R}$. Dar $R = 4aR_0$, încât

sarcina electrică $q = \frac{a^2 B_0\cos\alpha}{4aR_0} = \frac{aB_0\cos\alpha}{4R_0}$.

Sarcina electrică q are relaţia : $q = \frac{aB_0\cos\alpha}{4R_0}$.

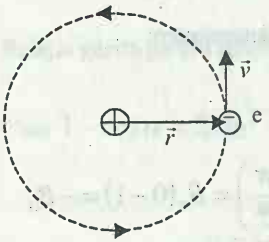
72. Un atom de hidrogen este format dintr-un proton şi un electron care poate fi considerat că se mişcă în jurul protonului, pe o traiectorie circulară de rază r, cu viteza liniară v. Inducţia magnetică creată de mişcarea electronului în apropierea protonului, este obţinută din relaţia:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.321/1999)

Rezolvarea

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Plecăm de la definiția lui $I = \frac{q}{t} = \frac{e}{t}$. Dar $T = \frac{2\pi r}{v}$, încât $I = \frac{ev}{2\pi r}$

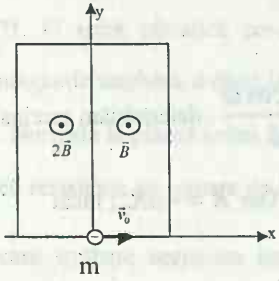


La curenți circulari:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0}{2r}\frac{ev}{2\pi r} = \frac{\mu_0 ev}{2\pi r^2}$$

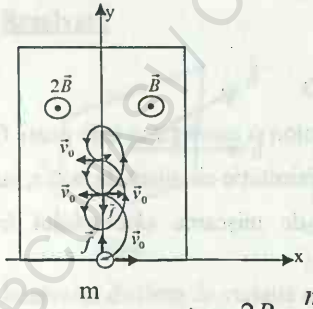
Inducția magnetică B are formula $B = \frac{\mu_0 ev}{2\pi r^2}$.

73. Se consideră o regiune a spațiului în care, de-a lungul axei OY și perpendicular pe OX, există o suprafață de separare între două zone în care acționează câmpul de inducție B și $2B$, orientate ca în figură. Perpendicular pe suprafața de separație a celor două zone pătrunde un electron cu viteza v_o. Viteza medie cu care electronul se deplasează de-a lungul axei OY este dată:



(Teste, Medicină Iași, pag. 322/1999)

Rezolvare



Traiectoria electronului constă în semicercuri de rază r, respectiv semicercuri de rază $r/2$

Pentru primul semicerc:

Forța Lorentz $\rightarrow f = f_{cf} \rightarrow$

$$\rightarrow ev_0 B = \frac{mv_0^2}{r} \rightarrow \qquad r = \frac{mv_0}{eB}$$

Pentru al doilea semicerc: $f' = f'_{cf} \rightarrow$

$$\rightarrow ev_0 2B = \frac{mv_0^2}{r'} \rightarrow r' = \frac{mv_0}{2eB}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Facem raportul: $\frac{r}{r'}=\frac{mv_0}{eB}\frac{2eB}{mv_0}\rightarrow\frac{r}{r'}=2\rightarrow r'=\frac{r}{2}$

Al doilea semicerc are raza $r'=\frac{r}{2}$ şi totul se continuă periodic, încât traiectoria construită de-a lungul axei OY, apare sub formă de semicercuri. Ni se cere viteza medie v_y după OY a electronului.

Pentru primele două semicercuri $r=v_y t$ unde $t=t_1+t_2=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}=$

$=\frac{1}{2}\frac{2\pi r}{v_0}+\frac{1}{2}\frac{2\pi r'}{v_0}=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi r}{v_0}+\frac{2\pi r'}{v_0}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi r}{v_0}+\frac{2\pi r}{2v_0}\right)=\frac{1}{2}\frac{2\pi r}{v_0}(2+1)=$

$=\frac{3\pi r}{2v_0}$. Cunoscând timpul $t=\frac{3\pi r}{2v_0}$ pentru efectuarea a două semicercuri, electronul s-a ridicat după OY cu distanţa $r=v_y t$, încât

$v_y=\frac{r}{t}=\frac{r2v_0}{3\pi r}=\frac{2v_0}{3\pi}$. Viteza medie cu care electronul se deplasează de-a lungul axei OY este dată de relaţia: $v_y=\frac{2v_0}{3\pi}$.

74. Într-un nod al unei reţele electrice, intensităţile instantanee a doi curenţi sunt: $i_1=5\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)$ şi $i_2=5\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$. Intensitatea maximă a curentului electric $i_0=i_1+i_2$ şi faza iniţială sunt:

(Teste, Medicină Iaşi, 322/1999)

Rezolvare

Se dau $\begin{cases} i_1=5\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right) \text{ unde } i_0=i_1+i_2\rightarrow\text{valori instantanee} \\ i_2=5\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right) \text{ şi se cer : } I_0 \text{ mediu şi faza iniţială } \varphi \end{cases}$

Se ştie că $I_0=\sqrt{I_{m1}^2+I_{m2}^2+2I_{m1}I_{m2}\cos\Delta\varphi}$ unde $I_{m1}=5A$,

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$I_{m2} = 5A$ iar $\Delta\varphi = \omega t + \frac{\pi}{3} - \omega t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$.

Cunoscând valorile I_{m1}, I_{m2} şi $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$, aflăm:

$$I_0 = \sqrt{25 + 25 + 2 \bullet 25 \bullet \cos\frac{\pi}{6}} = 5\sqrt{2 + 2 \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}} = 5\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cong 9{,}5A$$

$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}} \rightarrow$ formula de la compunerea oscilaţiilor mecanice: $tg\varphi = \frac{5\sin 30^0 + 5\sin 60^0}{5\cos 30^0 + 5\cos 60^0} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = 1 \rightarrow$

$\varphi = \frac{\pi}{4}$.

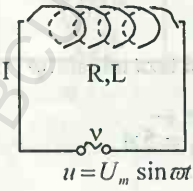
Mărimile fizice cerute în problemă au valorile: $I_0 \cong 9{,}5A$ şi $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

74. O bobină de inductanţă L, realizată dintr-un fir cu diametru d şi rezistivitate ρ, este înfăşurată pe un miez magnetic cilindric cu permeabilitatea μ şi diametrul D. Cunoscând faptul că înfăşurarea bobinei are N spire şi că este alimentată la tensiunea u = $U_m \sin\omega t$, atunci intensitatea efectivă a curentului electric prin bobină este:

(Teste, Medicină Iaşi, 322/1999)

Rezolvare

Desenăm o bobină cu elementele prevăzute în problemă, formând circuitul electric:



Scriem legea Ohm în curent alternativ: $I = \frac{U}{Z}$,

unde $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}$, încât:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

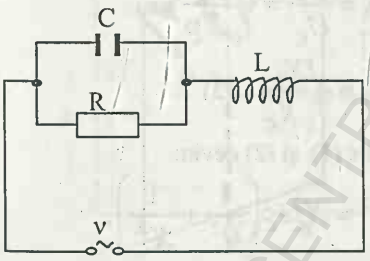
$$I = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + X_L{}^2}} \quad (1) \text{ dar: } R = \rho\frac{l_f}{S_f} = \frac{\rho N \pi D}{\frac{\pi d}{4}} = \frac{4\rho ND}{d} \text{ şi } X_L = \omega L$$

Substituind pe R şi X_L în relaţia (1): $I = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}\sqrt{\left(\dfrac{4\rho ND}{d}\right)^2 + (\omega L)^2}}$

Intensitatea efectivă a curentului prin bobină este dată de relaţia:

$$I = \frac{U_m}{\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{4\rho ND}{d}\right)^2 + (\omega L)^2}}.$$

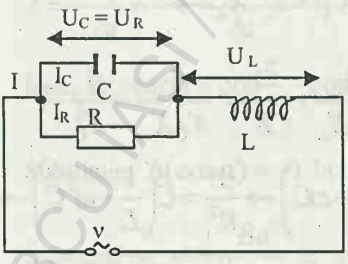
75. Un circuit electric format dintr-un condensator, un rezistor şi o bobină ideală legate ca în schema alăturată este alimentată în curent alternativ. Fiind cunoscute L, C şi ω, valoarea rezistenţei pentru care curentul este în fază cu tensiunea este dată de relaţia:



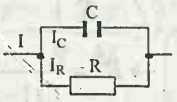
(Teste, Medicină Iaşi, pag.322/1999)

Rezolvare

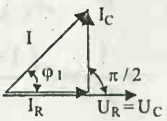
Întocmim circuitul de curent alternativ indicând mărimile fizice necesare determinării rezistenţei electrice R pentru care curentul este în fază cu tensiunea.



1)



Reprezentarea fazorială



Din reprezentarea fazorială: $I^2 = I_R^2 + I_L^2 = \frac{U_R^2}{R^2} + \frac{U_R^2}{X_C^2} = U_R^2\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}\right)$

Dar $U_R = U_C = X_C I_C$ încât: $I^2 = X_C^2 I_C^2\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}\right)$.

Apoi $\sin\varphi_1 = \frac{I_C}{I}$ (1) unde φ_1 este defazajul dintre I_R şi I.

2)

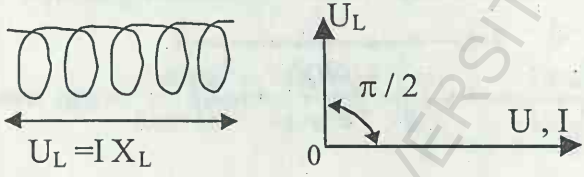
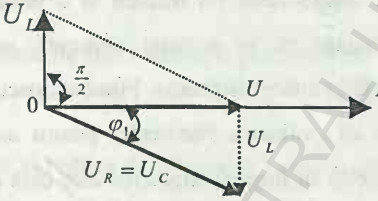


Diagrama fazorială a întregului circuit dat este:



Din figură se vede:

$\sin\varphi_1 = \frac{U_L}{U_C} = \frac{IX_L}{I_C X_C}$ sau

$\sin\varphi_1 = \frac{IX_L}{I_C X_C}$ (2)

Relaţiile (1) şi (2) devin:

$\frac{I_C}{I} = \frac{IX_L}{I_C X_C} \rightarrow I^2 X_L = I_C{}^2 X_C$ (3) Cum $I^2 = X_C^2 I_C^2\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}\right)$,

atunci relaţia (3) devine: $X_C^2 I_C^2\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}\right)X_L = I_C{}^2 X_C \rightarrow$

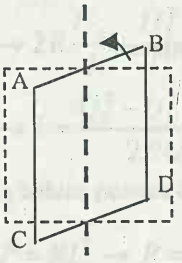
$$\rightarrow X_C\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}\right)X_L = 1 \rightarrow \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2} = \frac{1}{X_C X_L} \rightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{1}{X_C X_L} - \frac{1}{X_C^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{1}{X_C}\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right) \rightarrow \frac{1}{R^2} = \omega C\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \rightarrow \frac{1}{R^2} = C\left(\frac{1}{L} - \omega^2 C\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{R^2} = C\left(\frac{1-\omega^2 LC}{L}\right) \rightarrow R^2 = \frac{L}{C(1-\omega^2 LC)} \rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{C(1-\omega^2 LC)}}.$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

76. Un cadru pătrat cu latura a, realizat dintr-un conductor cu rezistivitatea ρ și secțiunea transversală S, este parcurs de un curent cu intensitatea I. Cadrul este plasat într-un câmp magnetic omogen de inducție B, perpendicular pe acesta. Cadrul este rotit cu un unghi $\pi/2$ în sensul indicat pe figură. Se cere:

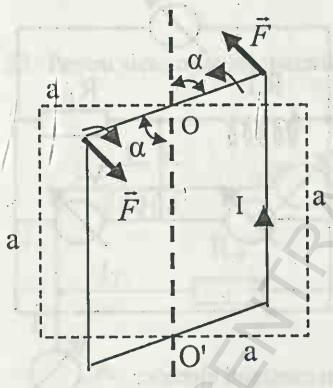


a) lucrul mecanic cheltuit pentru rotirea cadrului;

b) sarcina electrică indusă în cadru.

(Teste, Medicină Iași, pag.322/1999)

Rezolvare



a) Datorită forțelor $\vec{F}$, rotirea cadrului pătratic, de latură a are loc în jurul axei 00', efectuându-se un lucru mecanic:

$$L = 2F\frac{a}{2} = Fa$$

Dar $F = BIa$ și atunci: $L = BIa^2$

b) Sarcina electrică q

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{e}{R} \rightarrow q = \frac{e\Delta t}{R}$$

Ne folosim de legea Faraday:

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BS\cos\alpha)}{\Delta t} = -\frac{BS\Delta(\cos\alpha)}{\Delta t} = -\frac{Ba^2\Delta(\cos\alpha)}{\Delta t} \quad (1).$$

Însă, $\Delta(\cos\alpha) = \cos\frac{\pi}{2} - \cos 0^0 = 0 - 1 = -1$.

Substituim $\Delta(\cos\alpha) = -1$ în relația (1) și obținem: $e = +\frac{Ba^2}{\Delta t}$

Înlocuind pe $e = +\frac{Ba^2}{\Delta t}$ în $q = \frac{e\Delta t}{R} = \frac{1}{R}\frac{Ba^2}{\Delta t}\Delta t = \frac{Ba^2}{R}$.

BCUIAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezistența electrică a cadrului se calculează cu relația: $R = 4\rho\frac{l}{S} =$

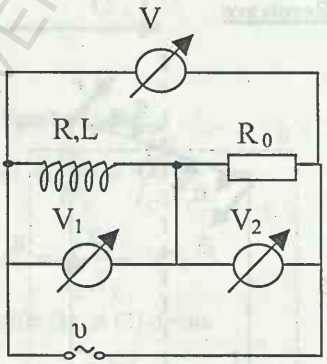
$= 4\rho\frac{a}{a^2} = \frac{4\rho}{a}$. Introducem $R = 4\frac{\rho}{a}$ în $q = \frac{Ba^2}{R}$ și obținem:

$q = \frac{Ba^2}{4\frac{\rho}{a}} = \frac{Ba^3}{4\rho} \rightarrow q = \frac{Ba^3}{4\rho}$.

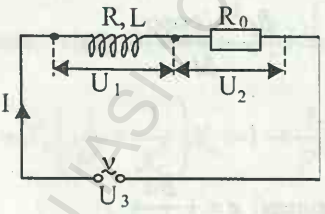
Mărimile fizice aflate sunt: $L = BIa^2$ și $q = \frac{Ba^3}{4\rho}$.

77. Pentru determinarea puterii degajate de un curent alternativ pe o bobină reală se poate folosi metoda celor trei voltmetre legate conform schemei alăturate. Pe cele trei voltmetre de rezistențe proprii forte mari se citesc tensiunile U_1, U_2 și U_3. Se cere puterea disipată în bobină.

(Teste, Medicină Iași, pag.323/1999)



Rezolvare



Considerăm montajul electric:

Din montaj: $U_1 = I\sqrt{R^2 + X_L^2} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{U_1^2}{I^2} - R^2 = X^2$ (1) iar

$U_3 = I\sqrt{(R+R_0)^2 + X_L^2} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{U_3^2}{I^2} - (R+R_0)^2 = X_L^2$ (2). Din relațiile (1) și (2), și după anumite calcule matematice, ajungem la relația: $2RR_0 + R_0^2 = \frac{U_3^2}{I^2} - \frac{U_1^2}{I^2}$ (3).

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cum $U_2 = IR_0 \rightarrow R_0 = \frac{U_2}{I}$ şi substituind în relaţia (3):

$$\rightarrow 2R\frac{U_2}{I} + \frac{U_2^2}{I^2} = \frac{U_3^2}{I^2} - \frac{U_1^2}{I^2} \rightarrow 2R\frac{U_2}{I} = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{I^2} \rightarrow$$

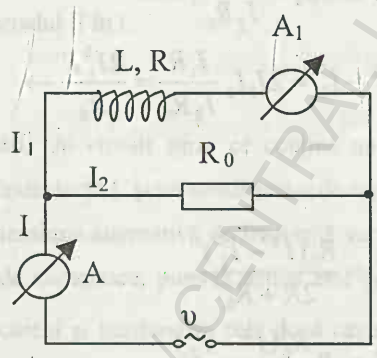
$$\rightarrow I = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2RU_2}.$$

În bobină puterea disipată este:

$$P = RI^2 \rightarrow P = R\frac{\left(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2\right)^2}{4R^2U_2} = \frac{\left(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2\right)^2}{4RU_2}.$$

Puterea disipată în bobină se calculează cu relaţia: $P = \frac{\left(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2\right)^2}{4RU_2}$.

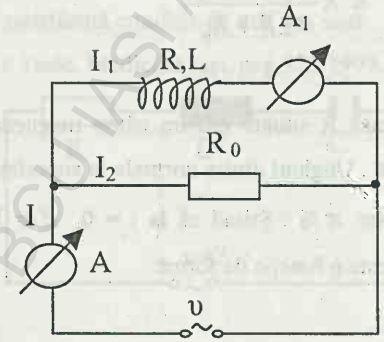
78. Pentru determinarea puterii degajate de un curent alternativ pe o bobină reală se poate utiliza metoda celor trei ampermetre montate ca în figura alăturată. Dacă pe cele trei ampermetre se citesc valorile intensităţilor curenţilor I_1, I_2, şi I puterea disipată pe bobină este dată de relaţia:



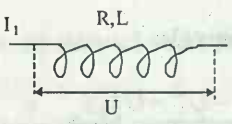
(Teste, Medicină Iaşi, pag.323/1999)

Rezolvare

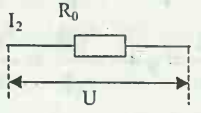
Pentru a afla puterea disipată în bobină întocmim montajul electric:



BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1) 

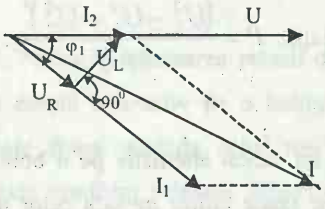
$$\cos\varphi_1 = \frac{U_R}{U} = \frac{I_1 R}{I_2 R_0} \rightarrow$$

2) 

$$\rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{I_1 R}{I_2 R_0}.$$

$$U = I_2 R_0$$

Diagrama fazorială a întregului circuit electric:



Din figură:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos\varphi_1$$

Dar $\cos\varphi_1 = \frac{I_1 R}{I_2 R_0}$, încât

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \frac{I_1 R}{I_2 R_0} \rightarrow I^2 - I_1^2 - I_2^2 = 2I_1 I_2 \frac{I_1 R}{I_2 R_0} = \frac{2I_1^2 R}{R_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_0 I^2 - R_0 I_1^2 - R_0 I_2^2 = 2I_1^2 R \rightarrow$$

$$\rightarrow R_0(I^2 - I_2^2) = 2I_1^2 R + R_0 I_1^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_0(I^2 - I_2^2) = I_1^2(2R + R_0) \rightarrow I_1^2 = \frac{R_0(I^2 - I_2^2)}{2R + R_0}.$$

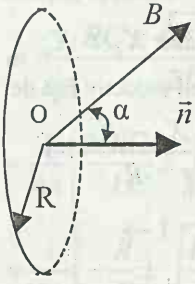
Puterea disipată în bobină este: $P = RI_1^2 = R\frac{R_0(I^2 - I_2^2)}{2R + R_0}$.

79. Într-o spiră circulară metalică de rază R situată într-un câmp magnetic variabil în timp se induce o t.e.m. $e = \omega t$. Unghiul dintre normala la suprafața spirei și vectorul inducției magnetice este $\pi/6$. Știind că la t = 0, $B = 0$ dependența inducției magnetice de timp este o funcție de formă:

(Teste, Medicină Iași, pag.323/1999)

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare



Considerăm spira:

Ne folosim de legea Faraday:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS\cos\omega t) = \omega BS\sin\omega t =$$

$$= \omega BS\sin\alpha = \omega B\pi R^2\sin\alpha .$$

Expresia pentru e este $e = \omega B\pi R^2\sin\alpha$ (1)

Pentru $\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^0$, obținem $e = \omega B\pi R^2\frac{1}{2}$.

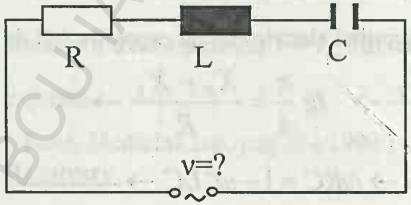
Cum $e = \alpha t$ atunci avem: $\alpha t = \omega B\pi R^2\frac{1}{2}$ și substituind pe $\alpha = \omega t$, găsim:

$$\omega t^2 = \omega B\pi R^2\frac{1}{2} \rightarrow t^2 = B\pi R^2\frac{1}{2} \rightarrow B = \frac{2t^2}{\pi R^2}$$

Expresia inducției magnetic B în funcție de t este: $B = \frac{2t^2}{\pi R^2} \rightarrow$ o funcție de gradul II în t.

80. Un circuit serie ce conține un rezistor de rezistență R, o bobină de inductanță L și un condensator de capacitate C este alimentat la un generator de tensiune alternativă de frecvență variabilă. Pentru două frecvențe ale tensiunii de alimentare, puterea activă este egală cu puterea reactivă. Defazajul dintre curent și tensiune în cele două cazuri și frecvențele $\upsilon_1 și \upsilon_2$ pentru care este satisfăcută condiția de mai sus sunt:

(Teste, Medicină Iași, pag.323/1999)



Rezolvare

Montajul cu R, L, C serie:

Din condiția dată $P_a \cong P_r$ avem:

$UI\cos\varphi = UI\sin\varphi \rightarrow$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$tg\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$, defazajul dintre U şi I, respectiv u şi i.

Pentru studiu avem două cazuri 1) când $X_L > X_C$ şi 2) când $X_C > X_L$

1) când $X_L > X_C \rightarrow$ predomină în circuitul electric efectul inductiv faţă de cel capacitiv. Ştim că $tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$ şi atunci $tg\frac{\pi}{4} = \frac{X_L - X_C}{R} \rightarrow$

$$\rightarrow R = X_L - X_C \rightarrow R = \omega L - \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega RC = \omega^2 LC - 1 \rightarrow$$

$\rightarrow \omega^2 LC - \omega RC - 1 = 0 \rightarrow$ este o ecuaţie de gradul II în ω. Rezolvând ecuaţia $\omega = \frac{RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} = \frac{1}{2}\left[\frac{RC}{LC} \pm \sqrt{\frac{R^2C^2 + 4LC}{L^2C^2}}\right] =$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2}\left(1 + \frac{4L^2}{R^2LC}\right)}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{R}{L}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4L^2}{R^2LC}}\right]. \text{ Cum } \omega = 2\pi\nu \text{ vom avea:}$$

$$2\pi\upsilon = \frac{1}{2}\frac{R}{L}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4L^2}{R^2LC}}\right] \rightarrow \upsilon = \frac{R}{4\pi L}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4L}{R^2C}}\right]$$

Întrucât $\upsilon > 0$ se ia cu $+$ în faţa rădăcinii pătrate:

$$\upsilon_1 = \frac{R}{4\pi L}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right]$$

Prima frecvenţă υ_1 are relaţia : $\upsilon_1 = \frac{R}{4\pi L}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right]$.

2) când $X_C > X_L \rightarrow$ predomină în circuitul electric efectul capacitiv faţă de cel inductiv şi atunci $tg\varphi = \frac{X_C - X_L}{R} \rightarrow \quad tg\frac{\pi}{4} = \frac{X_C - X_L}{R} \rightarrow$

$$1 = \frac{X_C - X_L}{R} \rightarrow \rightarrow R = \frac{1}{\omega C} - \omega L \rightarrow \omega RC = 1 - \omega^2 LC \rightarrow$$

BCUIASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \omega^2 LC + \omega RC - 1 = 0 \rightarrow$ este o ecuație de gradul II în ω. Rezolvând ecuația, obținem:

$$\omega = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \rightarrow \upsilon = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{LC}\right] =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{RC}{LC} \pm \sqrt{\frac{R^2C^2}{L^2C^2} + \frac{4LC}{L^2C^2}}\right] = \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}\right] =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2}\left(1 + \frac{4L^2}{LCR^2}\right)}\right] = \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{R}{L} \pm \frac{R}{L}\sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right] =$$

$$= \frac{R}{4\pi L}\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right]. \text{ Convine numai soluția cu } + \text{ în fața rădăcinii}$$

pătrate încât: $\upsilon_2 = \frac{R}{4\pi L}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right]$.

A doua frecvență υ_2 are relația: $\upsilon_2 = \frac{R}{4\pi L}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right]$

Cele două frecvențe pentru care $P_a = P_r$ sunt:

$$\upsilon_1 = \frac{R}{4\pi L}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4L^2}{R^2LC}}\right] \text{ și } \upsilon_2 = \frac{R}{4\pi L}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{R^2C}}\right].$$

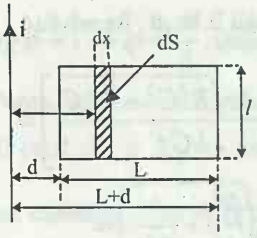
81. Se consideră o spiră dreptunghiulară așezată coplanar cu un conductor rectiliniu foarte lung, într-un mediu cu permeabilitatea μ. Dacă prin conductor trece un curent $i = I_m \sin \omega t$, t.e.m. maximă indusă în spiră are expresia:

(Teste, Medicină Iași, pag.324/1999)

Rezolvare

Întocmim desenul cu datele problemei:

POLITEHNICA UNIVERSITY LIBRARY



Din desen: $dS = ldx$ iar

$$d\phi = BdS = \frac{\mu i}{2\pi x} ldx .$$

Prin integrare: $\phi = \int_d^{d+L} \frac{\mu i}{2\pi x} dx = \frac{\mu i}{2\pi} \int_d^{d+L} \frac{dx}{x} =$

$$= \frac{\mu i l}{2\pi} \left| \ln x \right|_d^{d+L} = \frac{\mu i l}{2\pi} \left[\ln(d+L) - \ln d \right] = \frac{\mu i l}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d} \right) =$$

$$= \frac{\mu l}{2\pi} \left(I_m \sin \omega t \right) \ln \frac{d+L}{d} = \frac{\mu l I_m}{2\pi} \left(\sin \omega t \right) \ln \frac{d+L}{d} .$$

Am aflat $\phi = \frac{\mu l I_m}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d} \sin \omega t$.

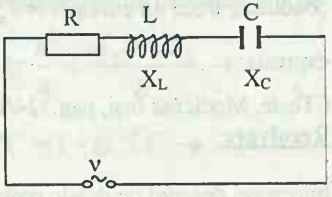
Facem derivata ϕ în raport cu t şi obţinem: $\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu l I_m}{2\pi} \omega \ln \frac{d+L}{d} \cos \omega t$

Cum $e = \frac{-d\phi}{dt}$, atunci $e = -\frac{\mu l I_m \omega}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d} \cos \omega t$. Pentru ca e să fie e_m, trebuie ca $-\cos \omega t = 1$ şi atunci avem: $e_m = \frac{\mu l I_m \omega}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$.

Tensiunea maximă indusă are expresia: $e_m = \frac{\mu l I_m \omega}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$.

82. Un circuit serie de curent alternativ având cunoscute valorile parametrilor de circuit R, L, C este alimentat cu o tensiune alternativă dată de $u = U_m \sin \omega t$. Frecvenţele pentru puterea reactivă au valori extreme şi sunt date de relaţiile:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.324/1999)



Rezolvare

Schema circuitului electric:

Formula puterii reactive: $P_r = Ptg\varphi$ şi pentru a fi maximă trebuie ca $tg\varphi = 1$

BUCUREŞTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

iar $\varphi = \frac{\pi}{4}$ Avem două cazuri: când $X_L > X_C$ şi $X_C > X_L$ şi pe care le vom trata pe rând în aflarea frecvenţelor ν_1 şi ν_2 a sursei electrice alternative de la bornele circuitului electric.

1) $X_L > X_C \rightarrow$ efectul inductiv în circuit îl predomină pe cel capacitiv.

Plecăm de la relaţia $tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$ şi cum $tg\varphi = 1$, atunci:

$$1 = \frac{X_L - X_C}{R} \rightarrow R = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \rightarrow RC\omega = LC\omega^2 - 1 \rightarrow$$

$\rightarrow LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0$, ec. de gr. II în ω.

$\omega = \frac{RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \rightarrow \upsilon = \frac{RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC}$. Deoarece υ trebuie să fie pozitiv, atunci se ia soluţia cu $+$ în faţa rădăcinii pătrate:

$$\upsilon_1 = \frac{RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC}$$

Se pot face în continuare şi alte calcule matematice şi se găseşte pentru υ_1 şi o altă expresie. (vezi problema 80)

2) $X_C > X_L \rightarrow$ efectul capacitiv din circuit îl predomină pe cel inductiv.

Vom pleca de la relaţia $tg\varphi = \frac{X_C - X_L}{R}$, unde $tg\varphi = 1$ şi vom avea:

$$1 = \frac{X_C - X_L}{R} \rightarrow R = X_C - X_L = \frac{1}{\omega C} - \omega L \rightarrow RC\omega = 1 - LC\omega^2 \rightarrow$$

$\rightarrow LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0 \rightarrow$ ecuaţie de gradul II în ω şi o rezolvăm:

$\omega = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$ şi cum $\omega = 2\pi\upsilon$, vom avea:

$$2\pi\upsilon = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \rightarrow \upsilon = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC}.$$

Convine fizic numai soluţia cu $+$ în faţa rădăcinii pătrate, încât

$\upsilon_2 = \frac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC}$. Se pot face şi alte calcule matematice şi se găseşte pentru υ_2 şi o altă expresie (vezi problema 80).

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

Cele două frecvențe cerute în condiția ca P_r să fie maximă sunt:

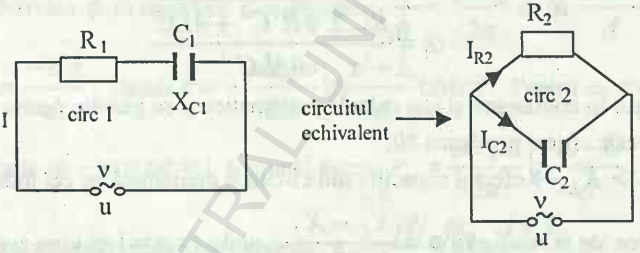
$$\upsilon_1 = \frac{RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC} \text{ și } \upsilon_2 = \frac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{4\pi LC}.$$

83. Se consideră un circuit serie alcătuit dintr-un rezistor de valoare R_1 și un condensator cu capacitatea C_1. Parametrii R_2 și C_2 ai elementelor unui circuit paralel de curent alternativ echivalent cu circuitul serie sunt dați de relațiile:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.324/1999)

Rezolvare

Întocmim schemele electrice:



Circuitul serie Circuitul paralel

Două circuite de curent alternativ sunt echivalente când puterile active din ambele circuite electrice sunt egale şi puterile reactive deasemenea trebuie să fie egale.

1) $P'_{activa} = P''_{activa} \rightarrow R_1 I^2 = R_2 I_{R_2}^2$ unde $I = \frac{U}{Z_1}$ şi $I_2 = \frac{U}{R_2}$, încât:

$$R_1 \frac{U^2}{Z_1^2} = R_2 \frac{U^2}{R_2^2} \rightarrow \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{1}{R_2} \rightarrow R_2 = \frac{Z_1^2}{R_1}. \text{ Însă } \rightarrow Z_1^2 = R_1^2 + X_{C_1}^2$$

şi atunci: $R_2 = \frac{R_1^2 + X_{C_1}^2}{R_1} = \frac{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}{R_1} \rightarrow R_2 = \frac{R_1^2 \omega^2 C_1^2 + 1}{R_1 \omega^2 C_1}.$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2) $P'_{reactiva} = P''_{reactiva} \rightarrow X_{C_1} I^2 = X_{C_2} I_{C_2}^2$ unde $I = \frac{U}{Z_1}$ şi $I_{C_2} = \frac{U}{X_{C_2}}$,

încât:

$$X_{C_1} \frac{U^2}{Z_1^2} = X_{C_2} \frac{U^2}{X_{C_2}^2} \rightarrow \frac{X_{C_1}}{R_1^2 + X_{C_1}^2} = \frac{1}{X_{C_2}} \rightarrow X_{C_2} = \frac{R_1^2 + X_{C_1}^2}{X_{C_1}} \rightarrow .$$

$$\rightarrow \omega C_2 = \frac{X_{C_1}}{R_1^2 + X_{C_1}^2} \rightarrow C_2 = \frac{X_{C_1}}{\omega(R_1^2 + X_{C_1}^2)} = \frac{\frac{1}{\omega C_1}}{\omega(R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2})} =$$

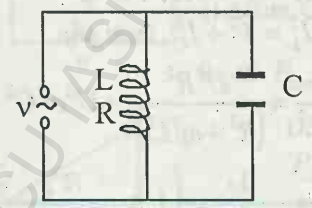
$$= \frac{1}{\omega^2 C_1 \left(R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2} \right)} = \frac{1}{R_1^2 \omega^2 C_1 + \frac{1}{C_1}} = \frac{C_1}{R_1^2 \omega^2 C_1^2 + 1}.$$

Valoarea C_2 este dată de relaţia: $C_2 = \frac{C_1}{R_1^2 \omega^2 C_1^2 + 1}$.

Parametrii R_2 şi C_2 din circuitul paralel echivalent sunt:

$$R_2 = \frac{R_1^2 \omega^2 C_1^2 + 1}{R_1 \omega^2 C_1} \text{ şi } C_2 = \frac{C_1}{R_1^2 \omega^2 C_1^2 + 1}.$$

84. Să se calculeze în funcţie de R, L şi ω capacitatea condensatorului din circuitul reprezentat în figura alăturată, astfel încât intensitatea curentului să fie în fază cu tensiunea.



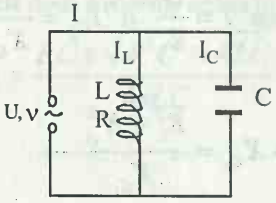
(Teste, Medicină Iaşi, pag.324/1999)

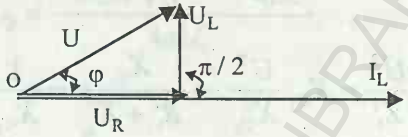
<u>Rezolvare</u>

Considerăm montajul electric:

1) Pentru bobină, schema fazorială:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

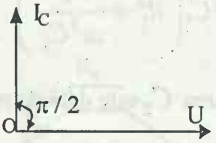




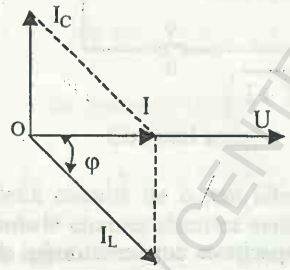
Din circuit se vede : $I_L = \dfrac{U}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ iar

$I_C = \dfrac{U}{X_C} = U\omega C$. Din schema fazorială: $\cos\varphi = \dfrac{U_R}{U} = \dfrac{I}{I}\dfrac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} =$

$= \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$, încât $\cos\varphi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ (1)



2) Pentru condensator , schema fazorială:
Schema fazorială a întregului circuit:



Din schema fazorială:

$$\cos\varphi = \frac{I}{I_L} \rightarrow I = I_L\cos\varphi =$$

$$= \frac{U}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} =$$

$$= \frac{UR}{R^2+\omega^2L^2} \rightarrow I = \frac{UR}{R^2+\omega^2L^2}.$$

Tot din schema fazorială a întregului circuit: $I_L^2 = I^2 + I_C^2$, încât prin substituirea I_L, I şi I_C obţinem: $\dfrac{U^2}{R^2+\omega^2L^2} = \dfrac{U^2R^2}{\left(R^2+\omega^2L^2\right)^2} + U^2\omega^2C^2 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{1}{R^2+\omega^2L^2} - \frac{R^2}{\left(R^2+\omega^2L^2\right)^2} = \omega^2C^2 \rightarrow \frac{1}{R^2+\omega^2L^2}\left(1 - \frac{R^2}{R^2+\omega^2L^2}\right) =$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$= \omega^2 C^2 \rightarrow \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = \omega^2 C^2 \rightarrow \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = C^2$$

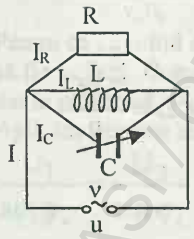
$$\rightarrow C^2 = \frac{L^2}{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)^2} \rightarrow C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Capacitatea electrică a condensatorului C are expresia : $C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}$.

85. Un circuit paralel este format dintr-un rezistor de rezistență R, o bobină ideală de inductanță L și un condensator variabil. Circuitul este alimentat de la un generator de c.a. de frecvență υ care debitează, indiferent de impedanța circuitului exterior, un curent de intensitate I. Raportul $(C_1 - C_2)/C_a$, unde C_a este capacitatea pentru care se realizează rezonanță, iar C_1 și C_2 sunt capacitățile condensatorului variabil pentru care puterea activă scade la jumătate din valoarea de la rezonanță, este dat de relația:

(Teste, Medicină Iași, pag.324/1999)

Rezolvare



Considerăm montajul electric:

1) Pentru C_a : la rezonanță $X_L = X_C \rightarrow$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C_a} \rightarrow C_a = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

2) Aflare C_1 și C_2 cazul $I_C > I_L$

Se dă: $P_{activa} = \frac{1}{2} P_{rezonanta}$ (1)

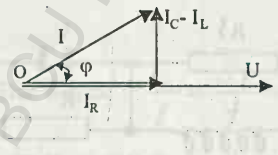


Diagrama fazorială:

$P_{activa} = UI\cos\varphi$ dar $I\cos\varphi = I_R$ încât:

$P_{activa} = UI_R$ și cum $U = U_R = I_R R$, atunci

$P_{activa} = RI_R^2$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$P_{rezonanta} = UI\cos 0^0 = UI = RI^2 \rightarrow P_{rezonanta} = RI^2$. Substituim $P_{activa} = RI_R^2$ şi $P_{rezonanta} = RI^2$ în relaţia (1): $\rightarrow RI_R^2 = \frac{1}{2}RI^2 \rightarrow$

$\rightarrow 2I_R^2 = I^2$ (2). Din diagrama fazorială : $I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$ şi substituind pe $I^2 = 2I_R^2$, obţinem: $2I_R^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \rightarrow I_R^2 = (I_C - I_L)^2$

$$\rightarrow I_R = \pm(I_C - I_L) \rightarrow \frac{U}{R} = \pm\left(\frac{U}{X_C} - \frac{U}{X_L}\right) \rightarrow \frac{1}{R} = \pm\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{R} = \pm\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$$ Pentru aflarea C_1, luăm relaţia cu semnul + :

$$\frac{1}{R} = +\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L}\right) \rightarrow \frac{1}{R} = \omega C_1 - \frac{1}{\omega L} \rightarrow \frac{1}{R} + \frac{1}{\omega L} = \omega C_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{\omega R} + \frac{1}{\omega^2 L} = C_1.$$ Pentru aflarea C_2, luăm relaţia cu − :

$$\frac{1}{R} = -\left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L}\right) \rightarrow \frac{1}{R} = -\omega C_2 + \frac{1}{\omega L} \rightarrow \omega C_2 = \frac{1}{\omega L} - \frac{1}{R} \rightarrow$$

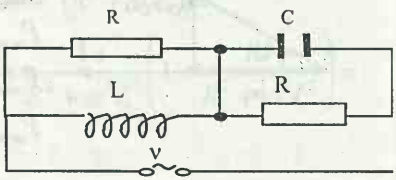
$$\rightarrow C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} - \frac{1}{\omega R}.$$ Cunoscând: $C_1 = \frac{1}{\omega R} + \frac{1}{\omega^2 L}$, $C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} - \frac{1}{\omega R}$

şi $C_a = \frac{1}{\omega^2 L}$ putem determina:

$$\frac{C_1 - C_2}{C_a} = \frac{\frac{1}{\omega R} + \frac{1}{\omega^2 L} + \frac{1}{\omega R} - \frac{1}{\omega^2 L}}{\frac{1}{\omega^2 L}} = \frac{\frac{2}{\omega R}}{\frac{1}{\omega^2 L}} = \frac{2}{\omega R}\omega^2 L = \frac{2\omega L}{R}.$$

Rezultatul căutat este: $\frac{C_1 - C_2}{C_a} = \frac{2\omega L}{R}$.

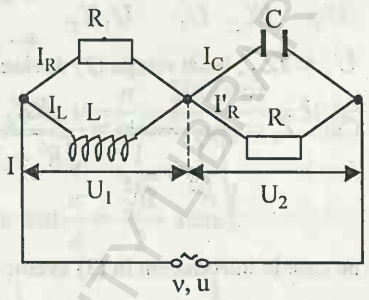
86. Se consideră circuitul de curent alternativ din figura alăturată:



Relaţia dintre parametrii elementelor

circuitului astfel încât să se comporte ca un rezistor, pentru orice frecvență este:

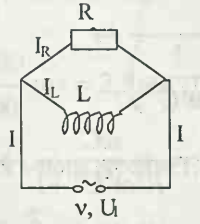
(Teste, Medicină Iaşi, pag.324/1999)



Rezolvare

Schema echivalentă:

1)



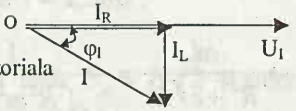


Diagrama fazoriala

2)

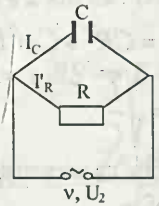
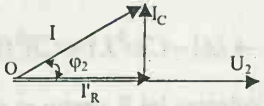


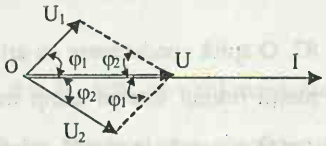
Diagrama fazorială



Pentru ca circuitul echivalent circuitului dat să fie pur rezistiv, trebuie ca I şi U să fie în fază. Construim diagrama fazorială a circuitului echivalent circuitului dat în problemă.

Aplicăm teorema sinusurilor:

$$\frac{U_1}{\sin\varphi_2}=\frac{U_2}{\sin\varphi_1}\rightarrow\frac{U_1}{U_2}=\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}\quad(1)$$



Dar $\sin\varphi_1=\frac{I_L}{I}=\frac{\frac{U_1}{X_L}}{I}=\frac{U_1}{IX_L}$ şi $\sin\varphi_2=\frac{I_C}{I}=\frac{\frac{U_2}{X_C}}{I}=\frac{U_2}{IX_C}$. Substituim $\sin\varphi_1$ şi $\sin\varphi_2$ în relația (1):

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\frac{U_1}{U_2}=\frac{U_2}{IX_C}\frac{IX_L}{U_1}=\frac{U_2X_L}{U_1X_C}\rightarrow U_1^2X_C=U_2^2X_L$ (2). Însă $U_1=IZ_1$ şi $U_2=IZ_2$, încât relaţia (2) devine: $I^2Z_1^2X_C=I^2Z_2^2X_L\rightarrow Z_1^2X_C=Z_2^2X_L$ (3)

Cum $Z_1=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{X_L^2}}}=\frac{RX_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$ şi $Z_2=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{X_C^2}}}=\frac{RX_C}{\sqrt{R^2+X_C^2}}$ şi

pe care le introducem în (3) avem: $\frac{R^2X_L^2}{R^2+X_L^2}X_C=\frac{R^2X_C^2}{R^2+X_C^2}X_L\rightarrow$

$$\frac{X_L}{R^2+X_L^2}=\frac{X_C}{R^2+X_C^2}\rightarrow\frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}=\frac{1}{\omega C\left(R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}\right)}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}=\frac{1}{\omega C\left(\frac{R^2\omega^2C^2+1}{\omega^2C^2}\right)}\rightarrow\frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}=\frac{\omega C}{R^2\omega^2C^2+1}\rightarrow$$

$$\rightarrow L(1+R^2\omega^2C^2)=C(R^2+\omega^2L^2)\rightarrow L+LR^2\omega^2C^2=CR^2+C\omega^2L^2\rightarrow$$

$$\rightarrow L(1-C\omega^2L)=CR^2(1-C\omega^2L)\rightarrow L=CR^2\rightarrow R=\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Valoarea lui R pentru ca circuitul echivalent să se comporte ca un rezistor este:

$R=\sqrt{\frac{L}{C}}$.

87. O spiră conductoare cu aria 100 $cm.^2$ se roteşte uniform cu turaţia 3000 rotaţii /minut într-un câmp magnetic omogen cu inductanţa de 1T. Dacă la $t=0$ normala la planul spirei este paralelă cu inducţia, timpul t_0 după care intensitatea curentului este egală cu intensitatea efectivă a tensiunii electromotoare induse sunt egale cu:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.325/1999)

Rezolvare

BUAS / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aflarea timpului t_0 când $i = I$. Cum $i = I_m \sin \omega t = I\sqrt{2} \sin 2\pi\nu t$, atunci

$I = I\sqrt{2} \sin 2\pi\nu t_0 \rightarrow 1 = \sqrt{2} \sin 2\pi\nu t_0 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 2\pi\nu t_0 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 2\pi\nu t_0$ Dar $\nu = \frac{n}{t} = \frac{3000 rot}{60 s} = 50 Hz$

încât $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 2\pi\nu t_0 = \sin 100\pi t_0$. Cum $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ atunci:

$\sin \frac{\pi}{4} = \sin 100\pi t_0 \rightarrow \frac{\pi}{4} = 100\pi t_0 \rightarrow \frac{1}{400} = t_0 \rightarrow t_0 = \frac{1}{400} s =$

$= \frac{1000}{400} ms = 2{,}5 ms$. Timpul t_0 când $i = I$ este $t = 2{,}5 ms$.

Găsirea valorii efective E a t.e.m. $e = E_m \sin \omega t$ unde $E_m = E\sqrt{2}$ şi atunci

$e = E\sqrt{2} \sin \omega t$. Dar ştim că $E_m = \omega BS$ şi atunci :

$E\sqrt{2} = \omega BS \rightarrow E = \frac{\omega BS}{\sqrt{2}}$.

Numeric: $E = \frac{2\pi\nu BS}{\sqrt{2}} = \frac{1 \bullet 2 \bullet 3{,}14 \bullet 50 \bullet 10^{-2}}{1{,}41} = 2{,}22 V \rightarrow E = 2{,}22 V$

Cele două mărimi fizice sunt : $t_0 = 2{,}5 ms$ şi $E = 2{,}22 V$.

88. O sursă având tensiunea electromotoare $e = E_m \sin(\omega t + \alpha)$ rezistenţa internă r şi reactanţa internă x, alimentează un receptor care absoarbe o putere activă P şi o putere reactivă Q. Se cere:

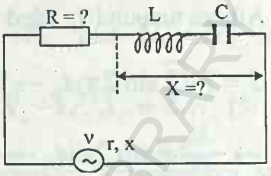
a) rezistenţa receptorului

b) reactanţa receptorului

c) valoarea efectivă a tensiunii de la bornele sursei.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

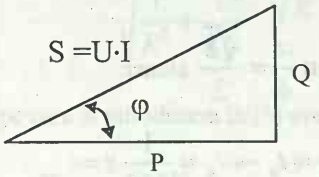
(Teste, Medicină Iaşi, pag.325/1999)



Rezolvare

a) Schema electrică:

Reprezentăm triunghiul puterilor:



$$P^2+Q^2=S^2=U^2I^2 \rightarrow I^2=\frac{P^2+Q^2}{U^2}=$$

$$=\frac{2(P^2+Q^2)}{E_m^2}\rightarrow$$

$$\rightarrow I^2=\frac{2(P^2+Q^2)}{E_m^2} \quad (1).$$ Dar

$$I^2=\frac{E_m^2}{2\left[(r+R)^2+(x+X)^2\right]} \quad (2).$$ Din (1) şi (2):

$$\frac{2(P^2+Q^2)}{E_m^2}=\frac{E_m^2}{2\left[(r+R)^2+(x+X)^2\right]} \quad (3),$$ Puterea activă: $P=(r+R)I^2=$

$$=(r+R)\frac{2(P^2+Q^2)}{E_m^2}\rightarrow r+R=\frac{PE_m^2}{2(P^2+Q^2)}\rightarrow R=\frac{PE_m^2}{2(P^2+Q^2)}-r$$

b) Notăm $r+R=R_t$ şi $x+X=X_t$, încât relaţia (3) devine:

$$\frac{2(P^2+Q^2)}{E_m^2}=\frac{E_m^2}{2(R_t^2+X_t^2)}\rightarrow R_t^2+X_t^2=\frac{E_m^4}{4(P^2+Q^2)}.$$

Cum $R_t=\frac{PE_m^2}{4(P^2+Q^2)}$, avem:

$$\frac{P^2E_m^4}{4(P^2+Q^2)}+X_t^2=\frac{E_m^4}{4(P^2+Q^2)}\rightarrow X_t^2=\frac{E_m^4}{4(P^2+Q^2)}-\frac{P^2E_m^2}{4(P^2+Q^2)}=$$

$$=\frac{E_m^4}{4(P^2+Q^2)}\left[1-\frac{P^2}{P^2+Q^2}\right]=\frac{Q^2E_m^4}{4(P^2+Q^2)^2}\rightarrow X_t=\frac{QE_m^2}{2(P^2+Q^2)}\rightarrow$$

$$\rightarrow X+x=\frac{QE_m^2}{2(P^2+Q^2)}\rightarrow X=\frac{QE_m^2}{2(P^2+Q^2)}-x$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

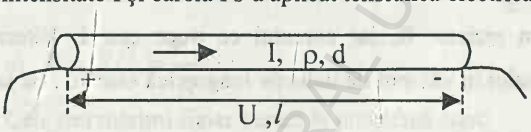
c) $E_m = E\sqrt{2} \rightarrow E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$.

89. Un fir de cupru de secţiune S şi lungime l este parcurs de un curent de intensitate I dacă tensiunea aplicată la capetele sale este U. Se consideră că toţi atomii sunt transformaţi în ioni de Cu^{2+}. Cunoscând numărul lui Avogadro N_A, masa atomică a cuprului M şi densitatea d, mobilitatea electronilor şi rezistivitatea materialului sunt:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.325/1999)

Rezolvare

Reprezentăm firul de cupru de secţiune S, lungime l, parcurs de un circuit de intensitate I şi căreia I s-a aplicat tensiunea electrică U:



$\rho \rightarrow rezistiviate$

$d \rightarrow densitate$

Aflarea mobilităţii electronilor din firul de cupru. Notăm mobilitatea electronilor cu μ şi între μ, v şi E există relaţia: $v = \mu E$.

Dar $E = \frac{U}{l}$, încât : $v = \mu \frac{U}{l}$ (1). Cunoaştem că densitatea de curent j are formula: $j = \frac{I}{S}$ şi cum $j = env$, atunci: $env = \frac{I}{S} \rightarrow v = \frac{I}{enS}$ (2)

Din (1) şi (2) obţinem: $\mu \frac{U}{l} = \frac{I}{enS}$ (3). Concentraţia electronilor:

$n = \frac{N}{V} = \frac{\upsilon N_A}{V} = \frac{m}{M}\frac{N_A}{V} = \frac{mN_A}{MV}$. Substituim pe $n = \frac{mN_A}{MV}$ în (3) şi

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

găsim : $\frac{\mu U}{l}=\frac{IMV}{emN_AS}$. Dar $m=Vd$ şi atunci:

$$\rightarrow \frac{\mu U}{l}=\frac{IMV}{eVdN_AS}\rightarrow \frac{\mu U}{l}=\frac{IM}{edN_AS}\rightarrow \mu=\frac{IMl}{edSUN_A}\rightarrow$$ mobilitatea electronilor.

Pentru a găsi relaţia rezistivităţii conductorului de cupru ρ, folosim $U=IR=I\rho\frac{l}{S}\rightarrow \rho=\frac{US}{Il}$. Mărimile fizice cerute în problemă sunt:

$$\mu=\frac{IMl}{edSUN_A} \text{ şi } \rho=\frac{US}{Il}$$

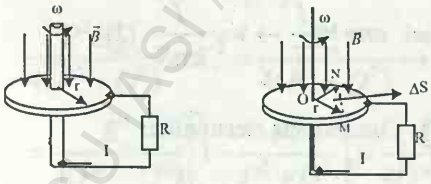
90. Un disc metalic de rază r se roteşte uniform într-un câmp magnetic de inducţie magnetică B, perpendiculară pe suprafaţa discului. Între periferia discului şi ax se leagă un rezistor R, iar curentul ce trece este I. Viteza unghiulară de rotaţie a discului în câmpul de inducţie magnetică este ω. Să se afle:

a) t.e.m. indusă;

b) frecvenţa υ în funcţie de R, I şi r ;

c) puterea în rezistor.

Rezolvare



a) Aflarea t.e.m. induse e.

Ne folosim de legea Faraday:

$$e=-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=$$

$$=-B\frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (1)$$

$\Delta S=\frac{MNr}{2}$. Pentru $\Delta\alpha$ foarte mici $MN\cong\overset{\frown}{MN}$ iar $\Delta\alpha=\frac{\overset{\frown}{MN}}{r}\rightarrow$

$\overset{\frown}{MN} = r\Delta\alpha$. Discul având o mişcare circulară uniformă: $\Delta\alpha = \omega\Delta t$ şi atunci, $\overset{\frown}{MN} = r\omega\Delta t$. Cum $\Delta S = \frac{MNr}{2}$ şi $MN \cong \overset{\frown}{MN} = r\omega\Delta t$, atunci:

$\Delta S = \frac{1}{2} rr\omega\Delta t = \frac{1}{2} r^2\omega\Delta t \rightarrow \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{r^2\omega}{2}$ (2). Substituind (2) în (1) şi obţinem: $e = -\frac{Br^2\omega}{2}$.

Relaţia t.e.m. induse la bornele discului când se roteşte uniform cu viteza unghiulară ω într-un câmp de inducţie magnetică B perpendicular pe suprafaţa acestuia este: $e = -\frac{Br^2\omega}{2}$ sau $|e| = \frac{Br^2\omega}{2}$.

b) Găsirea frecvenţei. Se ia t.e.m. e în valoare absolută: $|e| = \frac{Br^2\omega}{2}$.

Cum $|e| = RI$ şi $\omega = 2\pi\upsilon$ atunci: $RI = \frac{Br^2 2\pi\upsilon}{2} \rightarrow \upsilon = \frac{RI}{\pi Br^2}$

c) $P = RI^2 = \frac{e^2}{R}$

Cele trei mărimi fizice cerute în problemă sunt:

a) $e = -\frac{Br^2\omega}{2}$ b) $\upsilon = \frac{RI}{\pi Br^2}$ c) $P = RI^2$.

91 Se consideră două bobine legate în serie într-un circuit de curent alternativ. La bornele fiecărei bobine se măsoară tensiunea de 15V, respectiv 20V, iar tensiunile instantanee u_1 şi u_2 sunt defazate înainte faţă de curent cu $\varphi_1 = \pi/6$ şi $\varphi_2 = 2\pi/3$. Să se calculeze:

a) tensiunea efectivă U de la bornele circuitului;

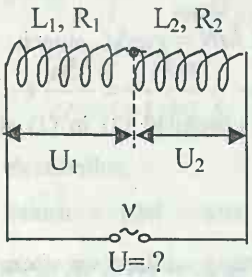
b) defazajul ei faţă de intensitate;

c) se va întocmi diagrama fazorială a tensiunilor electrice.

Rezolvare

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Montajul electric:



a) Valorile instantanee ale tensiunilor u_1 şi u_2 sunt:

$$u_1 = U_{1m}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right),$$

$$u_2 = U_{2m}\sin\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Calculăm:

$U_{1m} = U_1\sqrt{2} = 15 \bullet 1{,}4 = 21V$, $U_{2m} = U_2\sqrt{2} = 20 \bullet 1{,}4 = 28V$

Se ştie de la compunerea oscilaţiilor mecanice că :

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$ (1). În cazul nostru: $A = U_m$, $A_1 = U_{1m}$, $A_2 = U_{2m}$ iar $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Făcând substituirile în (1) obţinem.

$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$, iar numeric:

$$U_m = \sqrt{441+784+2\bullet 21\bullet 28\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)} = \sqrt{1225+1176\cos\frac{\pi}{2}} = 35V$$

Tensiunea efectivă de la bornele circuitului: $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{35}{1{,}4} = 25V$.

b) Pentru aflarea defazajului φ între I şi U sau între i şi u ne servim tot de o formulă de la compunerea oscilaţiilor mecanice:

$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$, în care facem substituirile şi găsim:

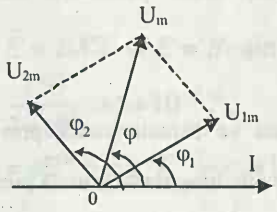
$tg\varphi = \frac{U_{1m}\sin\varphi_1 + U_{2m}\sin\varphi_2}{U_{1m}\cos\varphi_1 + U_{2m}\cos\varphi_2}$ iar numeric:

$$tg\varphi = \frac{21\sin\frac{\pi}{6} + 28\sin\frac{2\pi}{3}}{21\cos\frac{\pi}{6} + 28\cos\frac{2\pi}{3}} = \frac{21\bullet\frac{1}{2} + 28\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}}{21\bullet\frac{\sqrt{3}}{2} - 28\bullet\frac{1}{2}} = \frac{686}{77} \rightarrow$$

$$\rightarrow \varphi = \text{arctg}\frac{686}{77}.$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) Diagrama fazorială:



92. Un condensator cu capacitatea $C = 40nF$ şi tensiunea $U_{max} = 100V$, se descarcă printr-o bobină cu inductanţa de $100\mu F$ şi rezistenţa de 40 Ω. Se cer:

a) ce fel de oscilaţii iau naştere în circuit?

b) Calculaţi perioada oscilaţiilor dacă este posibil;

c) Valoarea maximă a intensităţii curentului.

Rezolvare

a) $R_t = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{100 \bullet 10^{-6}}{40 \bullet 10^{-9}}} = 2\sqrt{\frac{10^4}{4}} = 100\Omega$.

Întrucât $R_t = 100\Omega > R = 40\Omega$, atunci oscilaţiile dispar într-un timp scurt în circuitul dat. Amplitudinea oscilaţiilor descreşte în timp (efectul Joule) până dispar, însă totuşi li se pot determina perioada. Oscilaţiile electrice sunt amortizate iar descărcarea este aperiodică.

b) Calcularea perioadei se face cu ajutorul relaţiei lui Thomson:

$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{100 \bullet 10^{-6} \bullet 40 \bullet 10^{-9}} = 4\pi\sqrt{10^{-12}} = 4\pi 10^{-6} s =$
$= 4\pi\mu s = 12{,}56\mu s$.

c) Din legea conservării energiei: $\frac{LI_{max}^2}{2} = \frac{CU_{max}^2}{2} \rightarrow LI_{max}^2 = CU_{max}^2 \rightarrow$

$\rightarrow I_{max} = U_{max}\sqrt{\frac{C}{L}}$. Numeric: $I_{max} = 100\sqrt{\frac{40 \bullet 10^{-9}}{100 \bullet 10^{-6}}} A = 100\sqrt{4 \bullet 10^{-4}} =$

$= 10^2 \bullet 10^{-2} \bullet 2 = 2A \rightarrow I_{max} = 2A$

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: descărcarea în circuit este aperiodică şi dispar după un timp scurt: perioadele de oscilaţie $T = 12{,}56\mu s$ şi $I_{max} = 2A$.

93. Un circuit oscilant se caracterizează prin următoarele mărimi fizice: C_1, C_2, L_1 şi L_2 Să se afle lungimea de undă proprie în cazurile:

1) când toate mărimile fizice date sunt legate în serie;
2) condensatoarele şi inductanţele sunt legate în paralel, iar inductanţa mutuală este nulă.

Rezolvare

1) Ne folosim de formula Thomson $T = 2\pi\sqrt{LC}$ şi $\lambda = cT$

Întrucât avem o legare în serie a mărimilor fizice: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ şi $L = L_1 + L_2$ încât $\lambda = cT = c \bullet 2\pi\sqrt{LC} = c \bullet 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$.

2) Deoarece avem o legare în paralel, atunci: $C = C_1 + C_2$ şi $L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

încât $\lambda = c \bullet 2\pi\sqrt{LC} = c \bullet 2\pi\sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}(C_1 + C_2)}$.

Răspunsurile la problemă sunt: a) $\lambda = c \bullet 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$

b) $\lambda = c \bullet 2\pi\sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}(C_1 + C_2)}$.

94. O undă elecromagnetică se propagă la un moment dat sub formă de unde plane cu amplitudinea câmpului electric de 150 V/m. Să se găsească:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1) amplitudinea câmpului magnetic;

2) densitatea de energie.

Rezolvare

a) Folosim relația vectorială $\vec{E} = \vec{B}X\vec{c} \rightarrow E = Bc\sin 90^0 \rightarrow E = Bc \rightarrow$

$\rightarrow B = \frac{E}{c}$. Numeric: $B = \frac{150}{3 \bullet 10^8} = 5 \bullet 10^{-7} T$.

b) Densitatea de energie : $w = \varepsilon E^2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \varepsilon_0 \bullet 1 \bullet E^2 = \varepsilon_0 E^2 =$

$= 8{,}85 \bullet 10^{-12} \bullet 225 \bullet 10^2 \frac{J}{m^3} \cong 1991 \bullet 10^{-10} \frac{J}{m^3} = 1{,}9 \bullet 10^{-7} \frac{J}{m^3}$

Mărimile fizice găsite prin calcule au valorile:

$B = 5 \bullet 10^{-7} T$ şi $W \cong 1{,}9 \bullet 10^{-7} \frac{J}{m^3}$

95. Inductanța proprie a bobinei unui circuit oscilant poate varia între L_1 şi L_2, iar capacitatea condensatorului între C_1 şi C_2. Să se determine frecvențele, perioadele şi lungimile de undă ale radiațiilor emise.

Rezolvare

$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C_1}$, $\nu_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$, $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C_2}$,

$\nu_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$; $\lambda_1 = cT_1 = c \bullet 2\pi\sqrt{L_1 C_1}$ şi

$\lambda_2 = cT_2 = c \bullet 2\pi\sqrt{L_2 C_2}$

96. Se consideră două circuite oscilante: L_1 şi C_1, excitator şi L_2 şi C_2, rezonator. Se cer:

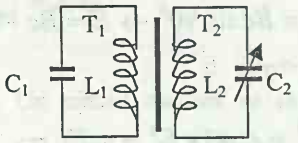
1) capacitatea C_2 a circuitului rezonator când are loc fenomenul de rezonanță;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2) lungimea de undă și frecvența de acordare a celor două circuite.

Rezolvare

1)



La rezonanța celor două circuite: $T_1 = T_2 \rightarrow$

$$\rightarrow 2\pi\sqrt{L_1C_1} = 2\pi\sqrt{L_2C_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow L_1C_1 = L_2C_2 \rightarrow C_2 = \frac{L_1C_1}{L_2}$$

2) Aflăm lungimi de undă și a frecvenței: $\lambda = cT_1 = c \bullet 2\pi\sqrt{L_1C_1}$ și

$$\nu = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}.$$

Mărimile fizice cerute sunt: $\lambda = c \bullet 2\pi\sqrt{L_1C_1}$ și $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}$.

97. Se dă o antenă care poate recepționa unde electromagnetice de frecvență υ. Să se calculeze lungimea proprie a antenei, dacă prima dată se leagă la Pământ și apoi este liberă în aer.

Rezolvare

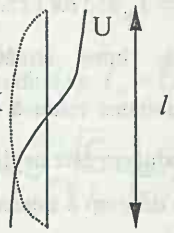
a) Antena legată la Pământ:

Se vede din figură că:

$l = \frac{\lambda}{4}$, dar $\lambda = cT = \frac{c}{\upsilon}$ încât: $l = \frac{c}{4\upsilon}$

b) Antena liberă în aer:

RCUIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



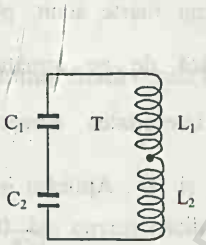
Din figură constatăm că :

$l = \frac{\lambda}{2}$, unde $\lambda = cT = \frac{c}{\upsilon}$ încât: $l = \frac{c}{2\upsilon}$

La legarea antenei cu un capăt la Pământ lungimea ei este de două ori mai mică decât atunci când este liberă în aer (izolată faţă de Pământ).

98. Două circuite oscilante L_1C_1 şi L_2C_2 se află la rezonanţă. Se consideră un al treilea circuit oscilant format din inductanţele L_1 şi L_2 cât şi capacităţile C_1 şi C_2 grupate în serie. Să se demonstreze că perioada proprie de oscilaţie a acestui circuit este asemenea cu perioadele T_1 şi T_2 ale circuitelor iniţiale.

Rezolvare



Perioada de oscilaţie este:

$$T = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}} \quad (1)$$

$$T_1 = T_2 \rightarrow 2\pi\sqrt{L_1C_1} = 2\pi\sqrt{L_2C_2} \rightarrow$$

$$L_1C_1 = L_2C_2 \rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{C_2}{C_1} \rightarrow \frac{L_1 + L_2}{L_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow L_1 + L_2 = \frac{L_2(C_2 + C_1)}{C_1} \quad (2)$$. Substituim (2) în relaţia (1):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_2(C_2 + C_1)}{C_1}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}} = 2\pi\sqrt{L_2C_2} \rightarrow$$

$$T = T_2 = T_1 = 2\pi\sqrt{L_2C_2} = 2\pi\sqrt{L_1C_1}\,.$$

Perioada celui de al treilea circuit oscilant T având bobinele şi condensatoarele grupate în serie au acelaşi perioadă proprie ca şi circuitele oscilante L_1C_1 şi L_2C_2 adică : $T = T_2 = T_1 = 2\pi\sqrt{L_2C_2} = 2\pi\sqrt{L_1C_1}$.

99. Într-un circuit oscilant format dintr-un condensator cu aer şi o bobină se stabileşte un curent care variază cu timpul după ecuaţia $i = I_m \sin \omega t$ ($t \leq 0$). Când intensitatea curentului în circuit este nulă, între armăturile condensatorului, se introduce brusc o plăcuţă cu permitivitatea relativă ε_r şi grosime egală cu distanţa dintre armături. Timpul de introducere este neglijabil în raport cu perioada oscilaţiilor. Determinaţi dependenţa de timp a intensităţii curentului după introducerea plăcuţii.

(Culegere Fizică, cl. XI – XII, Vlăduca etc., pag. 19/1993)

Rezolvare

Cât timp există intensitatea curentului electric $i = I_m \sin \omega t$, condensatorul se încarcă cu cantitatea de electricitate $Q = CU_m$. Putem aplica legea conservării energiei electrice: $\frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} C U_m^2 \rightarrow I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}}$ (1)

În momentul când $i = 0$ şi introducem în acest timp foarte scurt, placa dielectrică cu ε_r şi grosimea d, sarcina electrică de pe armăturile condensatorului rămâne constantă: $Q = C'U'_m$, intensitatea curentului electric devine $i' = I'_m \sin \omega' t$. Trebuiesc aflate I'_m şi ω'. Aplicăm legea conservării energiei electrice: $\frac{1}{2} L (I'_m)^2 = \frac{1}{2} C (U'_m)^2 \rightarrow I'_m = U'_m \sqrt{\frac{C'}{L}}$ (2).

Din egalitatea sarcinii electrice, obţinem: $CU_m = C'U'_m \rightarrow U'_m = \frac{C}{C'} U_m$.

Calculăm $\frac{C}{C'} = \frac{\frac{\varepsilon_0 \bullet 1 \bullet S}{d}}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}} = \frac{1}{\varepsilon_r} \rightarrow C' = C\varepsilon_r$. Din

$U'_m = \frac{C}{C'} U_m = \frac{C}{C\varepsilon_r} U_m = \frac{U_m}{\varepsilon_r} \rightarrow U'_m = \frac{U_m}{\varepsilon_r}$. Substituim pe $U'_m = \frac{U_m}{\varepsilon_r}$ şi

$C'=C\varepsilon_r$ în relația (2): $I'_m=\frac{U_m}{\varepsilon_r}\sqrt{\frac{C\varepsilon_r}{L}}=U_m\sqrt{\frac{C\varepsilon_r}{\varepsilon_r^2 L}}=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$.

Cum din (1): $I_m=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}\rightarrow U_m=I_m\sqrt{\frac{L}{C}}$ şi substituind în

$I'_m=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$, găsim: $I'_m=I_m\sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}=\frac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}}\rightarrow I'_m=\frac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}}$.

Aflarea ω'. Ştim că $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ şi $\omega'=\frac{1}{\sqrt{LC'}}$

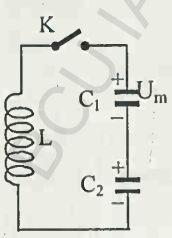
Facem raportul $\frac{\omega'}{\omega}=\frac{1}{\sqrt{LC'}}\frac{\sqrt{LC}}{1}=\sqrt{\frac{LC}{LC'}}=\sqrt{\frac{C}{C'}}$.

Cum $C'=C\varepsilon_r$ atunci: $\frac{\omega'}{\omega}=\sqrt{\frac{C}{C\varepsilon_r}}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}\rightarrow\omega'=\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}$. Expresia lui

i' este $i'=I'_m\sin\omega' t=\frac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}}\sin\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}t$.

Mărimea fizică cerută în problemă este: $i'=\frac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}}\sin\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}t$

100. Un circuit oscilant este format din condensatoarele C_1 *şi* C_2 şi o bobină de inductanţă L. Ştiind că iniţial condensatorul C_1 a fost încărcat la tensiunea maximă U_m, iar condensatorul C_2 a fost neîncărcat, determinaţi valoarea maximă a intensităţii curentului electric după închiderea întrerupătorului K. Se neglijează rezistenţa circuitului.



Rezolvare

a) Înainte de închiderea întrerupătorului K:

Condensatorul C_1 fiind încărcat în prealabil, se

caracterizează pin energia electrică $W_1 = \frac{C_1 U}{2}$ şi sarcina electrică $Q_1 = C_1 U_m$

b) După închiderea întrerupătorului K: cei doi condensatori se încearcă cu sarcinile Q_1 şi Q_2 iar energia inițială a condensatorului C_1 este distribuit astfel: $\frac{C_1 U_m^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2} + \frac{C_2 U^2}{2} + \frac{L I_m^2}{2}$ (1).

Aplicăm legea conservării sarcinii electrice: $Q_m = Q_1 + Q_2 \rightarrow$

$$C_1 U_m = C_1 U + C_2 U \rightarrow U(C_1 + C_2) = C_1 U_m \rightarrow U = \frac{C_1 U_m}{C_1 + C_2}$$

Cunoscând tensiunea electrică U şi substituind în (1) , obținem:

$$C_1 U_m^2 = C_1 \frac{C_1^2 U_m^2}{(C_1 + C_2)^2} + C_2 \frac{C_1^2 U_m^2}{(C_1 + C_2)^2} + L I_m^2 \rightarrow$$

$$C_1 U_m^2 = \frac{C_1^2 U_m^2}{(C_1 + C_2)^2}(C_1 + C_2) + L I_m^2 \rightarrow C_1 U_m^2 - \frac{U_m^2 C_1^2}{C_1 + C_2} = L I_m^2 \rightarrow$$

$$C_1 U_m^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) = L I_m^2 \rightarrow C_1 U_m^2 \left(\frac{C_1 + C_2 - C_1}{C_1 + C_2}\right) = L I_m^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{C_1 U_m^2 C_2}{C_1 + C_2} = L I_m^2 \rightarrow I_m = U_m \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1 + C_2)}}.$$

Intensitatea maximă a curentului după închiderea întrerupătorului K este:

$$I_m = U_m \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1 + C_2)}}.$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

FENOMENE OPTICE

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BREVIAR

1. Natura electromagnetică a luminii

Din antichitate se cunoşteau anumite ipoteze asupra naturii lumii, însă nu aveau un fundament ştiinţific. De abia în secolul al XVII-lea au apărut teoria corpusculară a lui Newton şi teoria ondulatorie a lui Huygens. Principiul Huygens-Fresnel: „Excitaţia luminoasă într-un punct oarecare poate fi considerată ca rezultat al interferenţei tuturor undelor elementare emise de o suprafaţă de undă''.

Huygens-Fresnel afirmă că oscilaţiile luminoase sunt oscilaţii longitudinale ale eterului, ipoteză ce a fost combătută de polarizarea luminii (a dublei refracţii a luminii în spatul de Islanda). În secolul al XIXlea s-a ajuns la ideea că lumina este o oscilaţie transversală a eterului distribuit în tot spaţiul. Prin nici o experienţă nu s-a putut dovedi existenţa eterului cosmic. Maxwell, prin teoria emisă, a arătat că perturbaţiile electromagnetice se propagă sub forma undelor transversale şi datorită coincidenţei între valoarea vitezei de propagare a luminii (determinată de Fizeau) şi cea a undelor electromagnetice în vid de $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ (dată de Maxwell) l-a făcut pe Maxwell să enunţe teoria electromagnetică a luminii, în care vectorii $\vec{B}$ şi $\vec{E}$ se propagă perpendicular unul pe altul şi cu viteza v bine determinată, iar fenomenele luminoase sunt date numai de vectorul intensităţii luminoase $\vec{E}$. Teoria electromagnetică a luminii a putut explica multe fenomene legate de lumină, însă n-a putut explica modul în care corpurile incandescente emit lumina şi nici distribuţia energiei luminoase după lungimile de undă în spectrul emis etc., făcându-l pe Planck (1900) să emită teoria cuantică a luminii.

Planck pleacă de la ipoteza că lumina este emisă sub formă de cuante de energie luminoasă sau fotoni. Apoi, Einstein afirma că lumina este de natură electromagnetică (afirmaţia lui Maxwell) dar că are un caracter dual, de undă şi

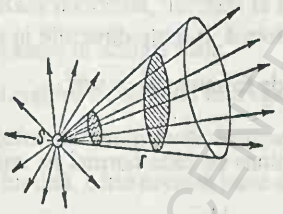
corpuscul. Astfel: fenomenele de propagare, interferenţă, difracţie şi polarizarea luminii, confirmă caracterului ondulatoriu al luminii, iar fenomene ca: efectul fotoelectric, Compton, emisia şi absorbţia luminii demonstrează caracterul corpuscular.

2. Mărimi şi unităţi energetice şi fotometrice.

Propagarea radiaţiilor electromagnetice implică transport de energie şi dau senzaţia de lumină, fapt petru care avem două sisteme de mărimi şi unităţi: energetice şi fotometrice cu unităţile respective. În liceu se studiază mărimile: flux, intensitate şi iluminare. Mărimile fizice energetice vor avea ataşat la simbolul respectiv litera „e'': ϕ_e, I_e şi E_e.

a) Mărimi şi unităţi energetice.

- Flux energetic: $\phi_e = \frac{W}{t} \rightarrow$ energia ce străbate o secţiune oarecare a unui con în unitate de timp. $<\phi_e>_{SI} = \frac{j}{s} = w(watt)$

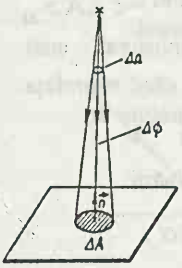


- Intensitate energetică: $I_e = \frac{\Delta\phi_e}{\Delta\Omega}$ reprezintă fluxul de radiaţie emis în unitate de unghi solid. $<I_e>_{SI} = \frac{W}{sr}$.

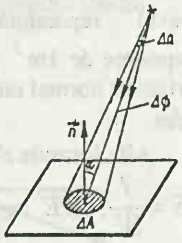
- Iluminare energetică:

$E_e = \frac{\Delta\phi_e}{sr} \rightarrow$ reprezintă raportul dintre fluxul de radiaţie care cade pe aceasta şi aria suprafeţei elementare. radiaţie care cade pe aceasta şi aria suprafeţei elementare.

$<E_e>_{SI} = \frac{W}{m^2}$.



Iluminarea unei suprafeţe elementare sub incidenţă normală.



Iluminarea unei suprafeţe sub incidenţă oblică.

Între E_e şi I_e există relaţia: $E_e = \frac{I_e}{r^2}$. Dacă fasciculul de lumină cade înclinat faţă de suprafaţa aşezată în calea lui, în aşa fel ca axa conului să facă un unghi α cu normala la suprafaţă, atunci iluminarea energetică va fi:

$$E_e^{'} = E_e \cos\alpha = \frac{I_e}{r^2}\cos\alpha .$$

b) Mărimi şi unităţi fotometrice.

- Intensitate luminoasă: $I = \frac{\Delta\phi}{\Delta\Omega} \rightarrow$ reprezintă fluxul luminos emis în unitate de unghi solid şi unitatea se numeşte candela (cd). Candela este intensitatea luminoasă, într-o direcţie dată, a unei surse care emite o radiaţie monocromatică de frecvenţă $540 \bullet 10^{12}$ herţi şi a cărei intensitate energetică, în această direcţie este de 1/683 waţi pe steradian.

- Fluxul luminos: $\Delta\phi = I \bullet \Delta\Omega$,

iar $<\Delta\phi>_{SI} = <I>_{SI} \bullet <\Delta\Omega>_{SI} \rightarrow 1lm = 1cd \bullet 1sr.$

Lumenul reprezintă fluxul luminos emis într-un unghi solid egal cu un steradian de către un izvor punctiform, având intensitatea de o candelă.

Fluxul luminos emis de o sursă punctiformă în toate direcţiile în mod egal şi cu aceeaşi intensitate luminoasă este dat de formula: $\phi = 4\pi I$.

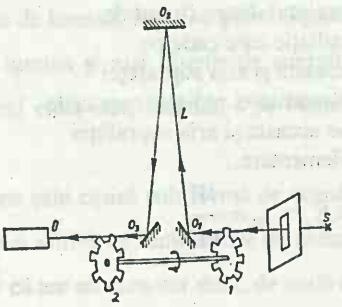
- Iluminarea $E = \frac{\Delta\phi}{\Delta A} \rightarrow$ reprezintă fluxul luminos ce cade normal pe unitate de suprafaţă (arie). $<E>_{SI} = \frac{<\Delta\phi>_{SI}}{<\Delta A>_{SI}} \rightarrow 1lx = \frac{1lm}{1m^2}$.

Luxul reprezintă iluminarea unei suprafeţe de $1m^2$ atunci când suprafaţa primeşte normal un flux luminos de $1lm$.

Alte formule ale iluminării:

$$E = \frac{I}{r^2} sau E^{'} = \frac{I}{r^2}\cos\alpha .$$

- Schema dispozitivului Fizeau pentru măsurarea vitezei luminii:

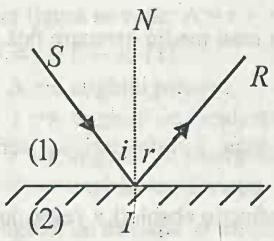


Relația de determinare a vitezei luminii este: $c = 4\upsilon ZL$ unde:
$\upsilon \rightarrow$ frecvența de rotire a sistemului de roți dințate,
$Z \rightarrow$ numărul de dinți a unei roți dințate,
$L \rightarrow$ distanța de la sistemul de roți dințate la oglinda plană O_2.

Optica geometrică

1. **Reflexia și refracția luminii.**

- Reflexia luminii constă în întoarcerea (parțială) în mediul din care a venit a undei luminoase, atunci când întâlnește suprafața de separare a unui mediu.



SI $\rightarrow$ raza incidentă
NI $\rightarrow$ normala ridicată în punctul de incidență I
i $\rightarrow$ unghi de incidență
r $\rightarrow$ unghi de reflexie

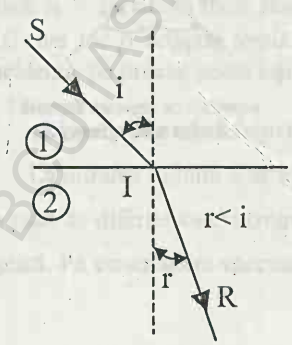
Legile reflexiei:

a) Raza incidentă, normala la suprafață în punctul de incidență și raza reflectată se găsesc în același plan;

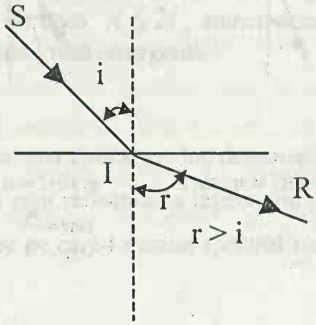
b) Unghiul de reflexie este egal cu unghiul de incidență: i = r

- Refracția luminii este fenomenul de schimbare a direcției de propagare a razei de lumină, când aceasta trece dintr-un mediu într-un alt mediu transparent.

a) când densitatea mediului al doilea este mai mare decât densitatea primul mediul



b) când densitatea mediului al doilea este mai mică decât densitatea primului mediu



Legile refracției:

a) Raza incidentă, normala la suprafața de separare a celor două medii dusă în punctul de incidență și raza refractată se găsesc în același plan.

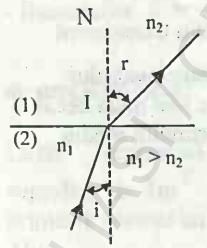
b) Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este constant: $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$ unde n_{21} este indicele de refracție al mediului al doilea în raport cu primul mediu.

Dacă ținem seama de vitezele luminii în cele două mediii v_1 și v_2 , atunci legea a doua a refracției se scrie: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$, iar dacă $v_1 = c, iar v_2 = v$, atunci:

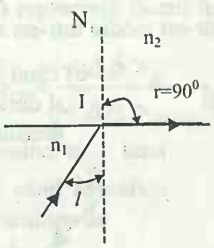
$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{v} = n$ unde n este indicele de refracție a unui mediu oarecare față de vid, denumit și indice de refracție absolut.

Cum $n_1 = \frac{c}{v_1}$ și $n_2 = \frac{c}{v_2}$, atunci legea a doua a refracției se scrie: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ unde $n_1 şi n_2$ sunt indicii de refracție absoluți a celor două medii transparente.

Reflexia totală are loc când lumina trece dintr-un mai dens în altul mai puțin dens (din apă în aer) cu condiția ca unghiul de incidență să fie mai mare decât unghiul limită. Unghiul de incidență pentru care unghiul de refracție este de 90^0 se numește unghi limită.

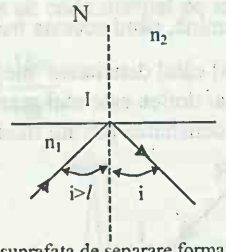


$n_1 \sin i = n_2 \sin r$



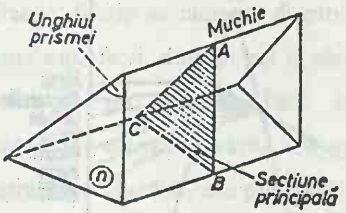
$n_1 \sin l = n_2 \sin 90^0$

$\sin l = \frac{n_2}{n_1}$

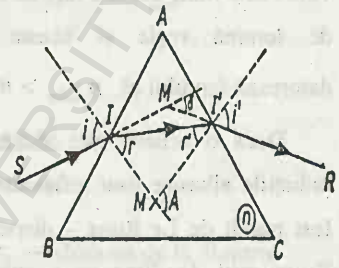


suprafața de separare formată joacă rolul unei oglinzi plane

- Prisma optică este formată dintr-u mediu transparent delimitat de două suprafețe plane ce fac între ele un unghi diedru.



Pentru studiul refracției luminii în prisma optică vom considera planul principal ABC.



Din figură se vede: $A = r + r'$

$\delta = i + i' - A$ (1)

$A \rightarrow$ unghiul prismei

$i \rightarrow$ unghiul de incidență

$i' \rightarrow$ unghiul de emergență

$\delta \rightarrow$ unghiul de deviație

Unghiul de deviație δ este minim când $i = i'$ și $r = r'$ și substituind în relația (1): $\delta_m = 2i - A \rightarrow i = \dfrac{\delta_m + A}{2}$ și cum $A = r + r' \rightarrow$

$$A = 2r \rightarrow r = \frac{A}{2}.$$

În cazul deviației minime, legea a doua a refracției se scrie:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin\dfrac{\delta_m + A}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}},$$ unde n reprezintă indicele de refracție al prismei.

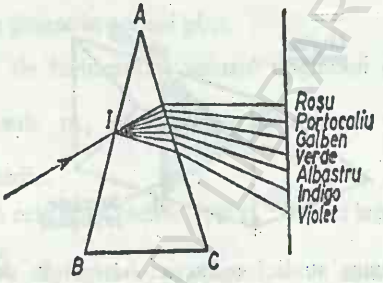
Dacă A > 2l, atunci toate razele intrate în prismă se vor reflecta total pe fața AC (are loc o reflexie totală a luminii), iar dacă $A \leq 2l$, atunci orice rază incidentă pe prismă poate ieși din ea devenind rază emergentă.

Dispersia luminii în prisma optică.

La intrarea luminii albe (naturale) în prisma optică, are loc descompunerea în raze de diferite culori (rogvaiv) și apoi sunt reflectate la ieșirea din prisma optică. Pe ecran apare spectrul luminii albe pe care-l numim spectrul soarelui.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dispersia luminii albe se explică prin faptul că indicele de refracție n al mediului din care este construită prisma optică variază cu lungimea de undă a luminii $n = f(\lambda)$.



Din spectru luminii de pe ecran, se vede că raza de lumină violet este mult deviată față de raza de lumină roşie şi acesta se datorează faptului că $n_{violet} > n_{rosu}$.

Dacă o prismă este alcătuită din fuxină sau cianină s-a observat că radiațiile albastre sunt refractate mai puțin decât cele roşii. Acest fenomen a fost numit de Le Roux – dispersie anomală şi apoi a fost studiat de Kundt. Fenomenul de dispersie anomală este legat de absorbția luminii de către materialul din care este alcătuită prisma. Legea Kundt se enunță astfel: toate corpurile care dau dispersie anomală într-un anumit domeniu de lungimi de undă (frecvențe) absorb puternic lumina din acel domeniu.

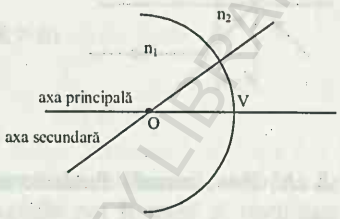
Optica geometrică consideră noțiunea de rază de lumină ca fiind direcția de-a lungul căreia se propagă lumina. Lumina se propagă în linie dreaptă, într-un mediu omogen şi izotrop.

Fasciculul de lumină poate fi:
- paralel sau cilindric
- convergent
- divergent

Când razele de lumină sunt concurente într-un punct, fasciculul se numeşte omocentric, izogen sau conic. În studiul fasciculelor de lumină avem: principiul independenței fasciculelor de lumină şi principiul reversibilității drumului razelor de lumină. Fasciculele înguste, învecinate axului optic şi foarte puțin înclinate şi folosite la aparatele optice se numesc fascicule paraxiale, iar aproximația respectivă se numeşte aproximația lui Gauss sau paraxială.

2. Dioptrul sferic.

Suprafața ce separă cele două medii transparente, omogene și de indicii de refracție diferiți se numește dioptru. După forma suprafeței, dioptrii pot fi sferici sau plani. La un dioptru sferic întâlnim următoarele elemente: vârful dioptrului V, centrul de curbură O, axa principală VO ce trece prin centrul de curbură O, vârful V și o infinitate de axe secundare.



Relațiile fundamentale ale dioptrului sferic.

1) Prima relație fundamentală sau relația punctelor conjugate: $\frac{n_2}{x_2}-\frac{n_1}{x_1}=\frac{n_2-n_1}{R}$, unde $x_2 \rightarrow$ distanța de la dioptrul sferic la imagine

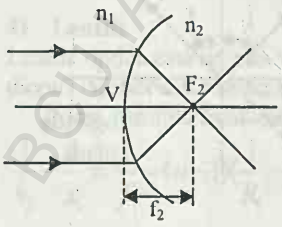
$x_1 \rightarrow$ distanța de la dioptrul sferic la punctul luminos

n_1 și $n_2 \rightarrow$ indicii de refracție a celor două medii

$R \rightarrow$ raza dioptrului sferic

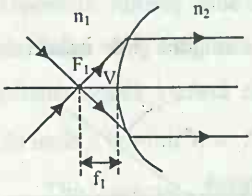
Focarele dioptrului sferic.

Când $x_1 = -\infty$, punctul luminos se găsește la $-\infty$ și razele care vin vor fi paralele cu axa optică principală și imaginea se va forma în focarul F_2 (focar imagine) la distanța VF_2 adică: $x_2 = f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$.



Când $x_2 = \infty$, rezultă $x_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$, imaginea se formează la infinit, iar distanța $x_1 = f_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$ numită distanță focală obiect și egală cu VF_1.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



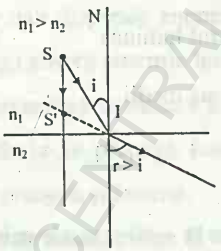
2. A doua formulă fundamentală: $\beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$ denumită şi mărire liniară (transversală).

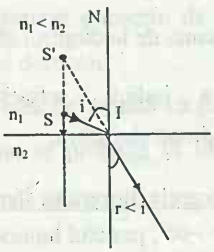
Dioptrul plan

La dioptrul plan, suprafaţa ce desparte cele două medii de indicii de refracţie n_1 şi n_2 este plană.

În acest caz $R \to \infty$ şi obţinem prima formulă fundamentală care este: $\frac{n_2}{x_2} = \frac{n_1}{x_1}$, iar cea de-a doua formulă fundamentală devine: $\beta = 1$.

Dioptrul plan dă imagini numai virtuale ale punctelor luminoase.

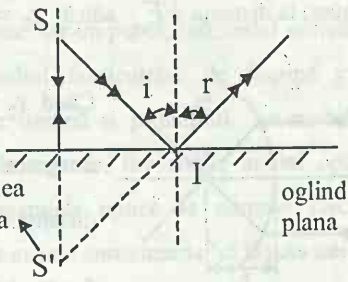




1. Oglinzi

Pot fi plane şi sferice (concave sau convexe).

Oglinda plană este o suprafaţă plană lucioasă ce reflectă total sau parţial lumina. Oglinzile plane dau numai imagini virtuale.



BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

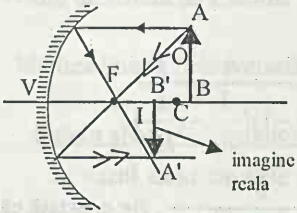
Oglinda sferică este o porțiune lucioasă dintr-o sferă (calotă sferică) ce reflectă lumina.

Oglinzile sferice → concave ($R < 0$)

Oglinzile sferice → convexe ($R > 0$)

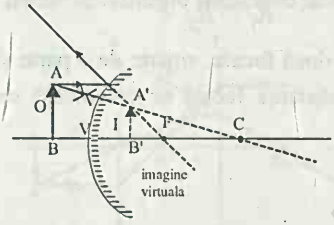
Formarea imaginilor în oglinzile sferice.

1) **concave ($R < 0$).**



După poziția obiectului luminos AB față de oglindă, imaginile pot fi reale și răsturnate sau virtuale și drepte.

2) **convexe ($R > 0$)**



Oglinzile convexe dau numai imagini virtuale și drepte.

Formulele oglinzilor sferice

a) Prima formulă fundamentală a oglinzilor sferice.

Se obține din prima formulă fundamentală a dioptrului sferic, punând condiția formală $n_2 = -n_1$: $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R}$ și cum $f_1 = f_2 = f = \frac{R}{2}$,

atunci: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}$, unde R reprezintă raza de curbură, iar f distanța focală.

A doua formulă fundamentală a oglinzilor sferice: $\beta = -\frac{x_2}{x_1}$.

4) Lentile

Lentila optică este un mediu transparent separat de mediul exterior prin doi dioptri (sferici sau combinații de dioptri sferici și plani).

Prima formulă fundamentală a lentilelor :

$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$ (1) unde R_1 și R_2 sunt razele de curbură

ale feţelor; $n \rightarrow$ indicele de refracţie a substanţei din care este construită lentila, $x_1 \rightarrow$ distanţa de la obiectul luminos la lentilă şi $x_2 \rightarrow$ distanţa de la lentilă la imagine.

În cazul când lentila se găseşte într-un mediu de indice de refracţie n', atunci folosim formula: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = (\frac{n}{n'} - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$.

Distanţele focale la o lentilă:

pentru $x_1 = \infty$, rezultă din (1) că: $f_2 = x_2 = \frac{1}{(n-1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})}$,

iar pentru $x_2 = \infty$, obţinem: $f_1 = x_1 = -\frac{1}{(n-1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})}$. Se constată că:

$f_2 = -f_1$, ceea ce dovedeşte că o lentilă are două focare, situate de o parte şi de alta a lentilei şi la egală distanţă, încât distanţa focală se calculează cu relaţia: $f = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$.

A doua formulă fundamentală a lentilelor este: $\beta = \frac{x_2}{x_1} \rightarrow$ mărire liniară (transversală).

Formarea imaginilor în lentile.

1) **Convergente**

Lentilele convergente dau atât imagini reale şi răsturnate cât şi imagini virtuale şi drepte şi aceasta în funcţie de poziţia obiectului luminos faţă de lentile.

2) **Divergente**

Lentilele divergente dau numai imagini virtuale şi drepte.

Convergenţa lentilelor $C = \frac{1}{f}$, iar $< C >= m^{-1} = dioptrie(\delta)$.

La lentilele convergente C > 0, iar cele divergente C < 0.

Asociaţii de lentile subţiri:

Pentru două lentile lipite: $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1}$ unde f_1 şi f_2 sunt distanţele

BCUJ - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

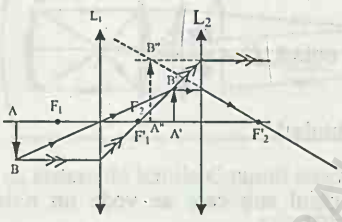
focale, $x_1 \rightarrow$ distanța de la obiectul luminos la sistemul de lentile lipite și $x_2' \rightarrow$ distanța de la imagine la sistemul de lentile. Mărirea liniară (transversală): $\beta = \beta_1\beta_2 = -\frac{y_2}{y_1}$.

Pentru un sistem de k lentile lipite: $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + ... + \frac{1}{f_k} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1}$.

Mărirea liniară (transversală): $\beta = \beta_1\beta_2...\beta_k$

Sistem afocal (telescopic)

În cazul când lentilele nu sunt lipite, dar focarul imagine F_1' al primei lentile coincide cu focarul obiect F_2 a celei de-a doua lentile sistemul de lentile se numește telescopie sau afocal, deoarece distanța sa focală este infinită ($R = \infty$).



La un sistem afocal razele emergente (ce părăsesc sistemul) sunt paralele cu cele incidente.

Mărirea liniară (transversală): $\beta = -\frac{y_2'}{y_1} = \beta_1\beta_2$ unde $\beta_1 \rightarrow$ mărirea liniară a lentilei L_1 și $\beta_2 \rightarrow$ mărirea liniară a lentilei L_2. Se demonstrează că $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$ adică mărirea liniară (transversală) a sistemului afocal nu depinde de poziția obiectului luminos și a imaginii, ci depinde de distanțele focale f_1 și f_2 a celor două lentile. În cazul că prima lentilă din sistemul afocal este L_2, iar cea de-a doua lentilă este L_1, atunci $\beta = -\frac{f_1}{f_2}$.

5. Instrumente optice.

Un instrument optic este format dintr-un ansamblu de lentile, oglinzi și diafragme și cu ajutorul căruia se pot obține și studia imagini ale obiectelor luminoase.

Instrumentele optice pot fi:

1) care dau imagini reale (ochiul, aparatul fotografic şi aparatele de proiecţie)

2) care dau imagini virtuale (lupa, microscopul, luneta, telescopul)

Caracteristicile optice ale instrumentelor optice:

1) Mărirea liniară (transversală): $\beta = \frac{y_2}{y_1}$, unde $y_1 \rightarrow$ lungimea obiectului luminos, măsurată perpendicular pe axa optică şi y_2 a imaginii.

2) Puterea reprezintă raportul dintre tangenta unghiului sub care se vede obiectul prin instrument şi dimensiunea liniară a obiectului luminos pe o direcţie perpendiculară pe axa optică: $P = \frac{tg\alpha_2}{y_1}$.

3) Grosismentul sau mărirea unghiulară.

$G = \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}$ unde $\alpha_2 \rightarrow$ este unghiul sub care se vede un obiect luminos prin instrumentul optic şi $\alpha_1 \rightarrow$ unghiul sub care se vede obiectul luminos când este privit cu ochiul liber, aşezat la distanţa optică de citire δ. Pentru un ochi normal $\delta = 0{,}25\,\text{m}$.

4) Puterea separatoare poate fi liniară sau unghiulară. Puterea separatoare reprezintă capacitatea instrumentului optic de a forma imagini, separate, a două puncte vecine ale obiectului luminos. Cu cât puterea separatoare a unui instrument optic este mai mare, cu atât pot fi distinse puncte mai apropiate ale obiectului luminos.

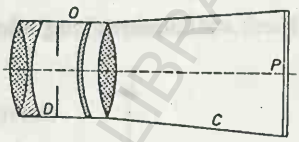
Puterea separatoare liniară reprezintă distanţa minimă dintre două puncte ale obiectului luminos, iar cea unghiulară măsoară unghiul minim dintre razele care vin de la două asemenea puncte.

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

A. Instrumente care dau imagini reale. Vom considera: aparatul de fotografiat şi aparatul de proiecţie (diascol).

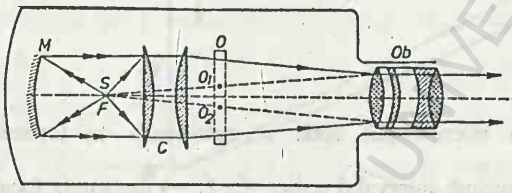
- Schema optică a aparatului de fotografiat:

Aparatul fotografic formează pe placa fotografică sau film o imagine reală a obiectului luminos. Partea principală este



obiectivul, format dintr-un sistem de lentile, lipsite de aberaţii şi prevăzut cu o diafragmă circulară reglabilă, cu ajutorul căreia se poate varia fluxul luminos incident.

- Aparatul de proiecţie (diascol) a cărui schemă este:



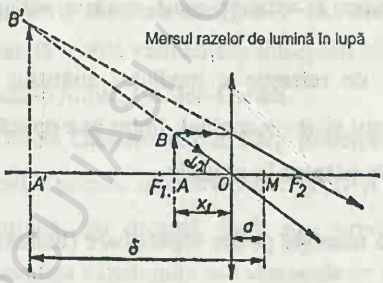
Părţi principale: - sursa de lumină S (bec puternic 500-1000 W), - oglinda sferică M,

- un sistem de lentile C numit condensator,

- un obiectiv Ob cu lentile ce elimină aberaţiile.

B. Instrumente care dau imagini virtuale. Vom considera: lupa, microscopul optic, lueta astronomică, lucta lui Galilei şi telescopul lui Newton.

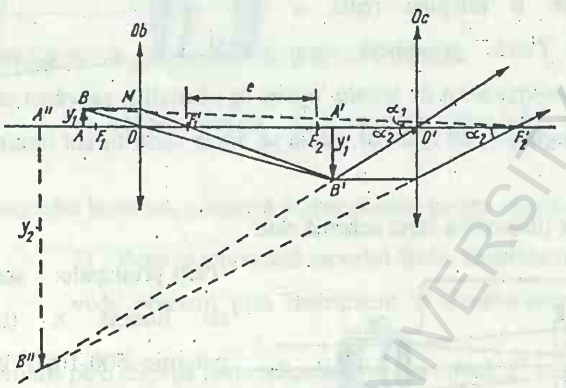
- Lupa: sistem convergent simplu sau format din una sau mai multe lentile şi care are distanţa focală de ordinul câtorva centimetri. Imaginea7 dată este mărită, virtuală şi dreaptă a obiectului luminos aflat între lentilă şi distanţa focală.



Puterea lupei sau convergenţa ei se poate calcula cu formula: $P = \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = C$.

- Microscopul: părți principale: un tub metalic prevăzut cu două sisteme de lentile: obiectiv și ocular. Imaginea finală este virtuală, mărită și răsturnată.

Formarea imaginilor în microscopul optic:



Puterea optică la microscopul optic se calculează cu formula: $P = \frac{e}{f_1 f_2}$ unde $e \rightarrow$ reprezintă intervalul optic, $f_1, f_2 \rightarrow$ distanțele focale ale obiectivului și ocularului, iar gronsmentul se determină cu relația: $G = P\delta = \frac{P}{4}$, unde $P \rightarrow$ puterea optică, iar $\delta = 0{,}25m$ distanța optimă de vedere clară.

Distanța minimă dintre două puncte vecine ale obiectului luminos, este dată de relația: $\varepsilon = \frac{1{,}22\lambda}{2n\sin u}$ unde: $\lambda \rightarrow$ lungimea de undă a radiației folosite de microscop, $n \rightarrow$ indicele de refracție a mediului străbătut de radiația între obiectul luminos și obiectiv și $u \rightarrow$ unghiul dintre axa optică și razele cele mai depărtate de axă care mai pătrund în obiectiv.

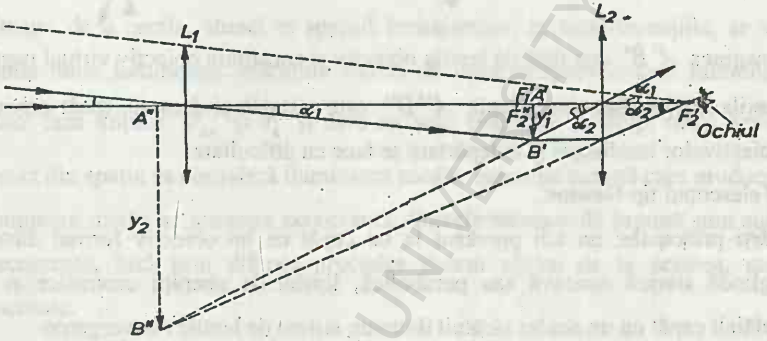
Inversul lui ε adică $\frac{1}{\varepsilon} = \frac{2n\sin u}{1{,}22\lambda}$ se numește putere separatoare (liniară) și se notează: $P_{sep} = \frac{2n\sin u}{1{,}22\lambda}$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- Lunetă astronomică

Părți principale: un tub prevăzut la capete cu câte un sistem de lentile obiectiv și ocular unde distanța focală a obiectivului este mare comparativ cu a ocularului. Se privesc corpurile forte îndepărtate din univers. Imaginea finală este virtuală, mărită și răsturnată.

Formarea imaginilor într-o lunetă astronomică:



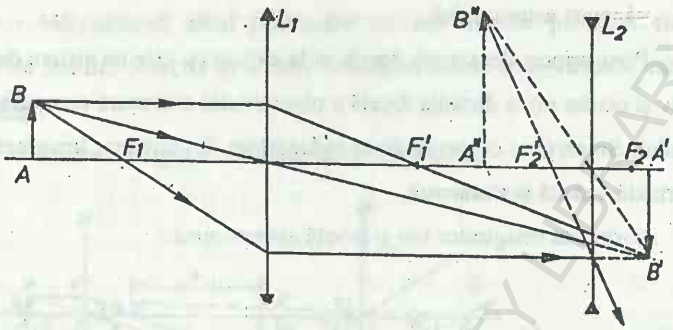
Grosmentul lunetei astronomice se calculează cu formula: $G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$ unde

$\frac{1}{f_{oc}} = P_c$, încât $G = f_{ob} P_{oc}$.

Pentru ca luneta astronomică să poată privi corpurile de pe Pământ sau de pe mare, între obiectiv și ocular se intercalează o lentilă convergentă, numită lentilă vehicul sau înlocuind ocularul cu o lentilă divergentă așa cum a făcut-o inițial, Galileo-Galilei.

-Lunetă Galileo-Galilei: Părți principale: un tub prevăzut la capete cu câte o lentilă numite obiectiv(convergent) și ocular(divergent). Imaginea finală este virtuală, dar dreaptă, încât sunt privite în special, capete luminoase de pe suprafața Pământului sau vapoarele de pe mare.

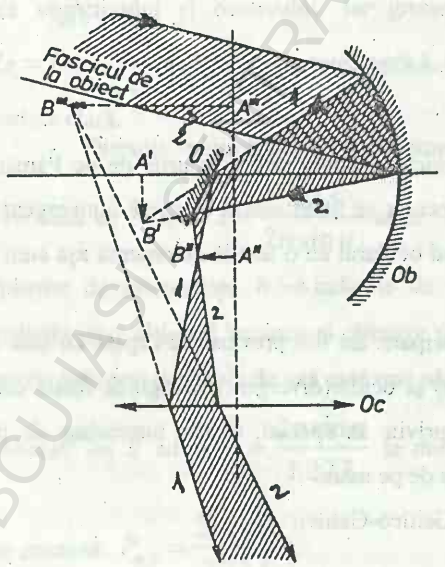
Formarea imaginilor într-o lunetă Galileo-Galilei:



Imaginea $A'B'$ este dată de lentila obiectiv şi constituie obiectiv virtual pentru lentila ocular. Imaginea finală $A''B''$ este virtuală şi dreaptă, încât privirea obiectivelor luminoase şi îndepărtate se face cu dificultate.

-Telescopul tip Newton.

Părţi principale: un tub prevăzut la un capăt cu un obiectiv format dintr-o oglindă sferică concavă sau parabolică, lipsită de aberaţii cromatice şi la celălalt capăt cu un ocular alcătuit dintr-un sistem de lentile convergente.



Formarea imaginilor într-un telescop tip Newton:

Imaginea finală $A''B''$ este virtuală şi mărită pentru a se vedea distinct, obiectele luminoase di univers, foarte îndepărtate.

Telescopul Galileo-Galilei este un telescop cu vedere laterală.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Optica ondulatorie

1.Interferenţa luminii

Suprapunerea (compunerea) în acelaşi loc din spaţiu, a două sau mai multor unde luminoase, de aceiaşi frecvenţă sau lungime de undă se numeşte interfereţă.

Sursele luminoase sunt formate din atomi (dipoli) şi când sunt în situaţia de a oscila, atunci în spaţiul înconjurător, în toate direcţiile, se vor emite unde luminoase. Mărimile fizice, ce caracterizează undele luminoase sunt: faza iniţială φ_{ko} şi r_k şi care nu sunt constante în timp, încât într-un punct din spaţiu se consideră iluminarea medie. Sursa de lumină care produce o iluminare medie se numeşte necoerentă. Sursele naturale de lumină sunt surse necoerente, însă prin diferite procedee putem obţine de la acestea, unde coerente.

Considerăm două surse de lumină S_1 şi S_2 ce emit radiaţii de aceeaşi frecvenţă, de elongaţii: $E_1 = E_0 \sin(\omega t + \varphi_1)$ şi $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi_2)$ şi care prin suprapunerea lor într-un punct P, se obţine o elongaţie rezultantă: $E = E_1 + E_2$. Prin anumite calcule matematice (trigonometrice) se obţine expresia elongaţiei rezultantă de forma:

$E = 2E_0 \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \sin(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$, unde: $2E_0 \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = A$ (amplitudinea), $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \varphi$ (faza), încât ecuaţia elongaţiei rezultante se scrie:

$E = A\sin(\omega t + \varphi)$. Din această expresie se vede că E variază sinusoidal, iar amplitudinea A este constantă în timp, numai şi dacă $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ (defazajul) este constant în timp.

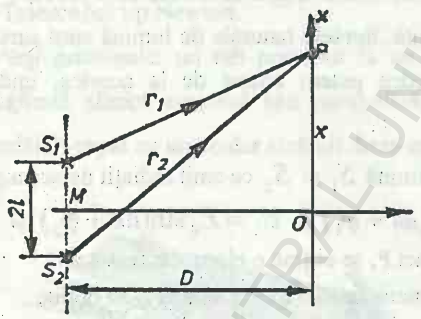
BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Condiția ca undele care interferă să fie coerente este ca $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ să fie constantă în timp. În cazul când diferența de drum $\Delta r = r_2 - r_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$, atunci punctul P va avea intensitate maximă, iar când diferența de drum: $\Delta r = r_2 - r_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, atunci punctul P va avea intensitate minimă.

Dispozitive interferențiale.

- Dispozitivul lui Young

Primul dispozitiv interferențial este cel a lui Young și are următoarea schemă simplificată:

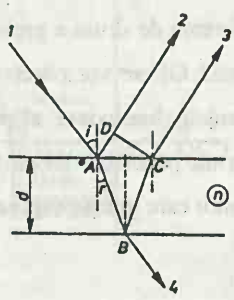


În urma unui calcul matematic și aproximativ, se calculează distanța de la O la P: $x_k = k\frac{D\lambda}{2l}$, unde, $k = 0,\pm1,\pm2,....$ $D \rightarrow$ Distanța dintre sursele S_1 și S_2 și ecranul pe care se observă franjele, $\lambda \rightarrow$ lungimea de undă a radiațiilor monocromatice luminoase ce cad pe dispozitiv, iar $2l \rightarrow$ distanța dintre sursele S_1 și S_2. Prin suprapunerea undelor coerente din S_1 și S_2 se obține în P intensitatea câmpului electric de forma: $E = A\sin\omega\left(t - \frac{r_1 + r_2}{2c}\right)$, unde $A = 2E_0\cos^2\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$ iar $I \cong A^2 = 4E_0^2\cos^2\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$. Intensitatea I va fi maximă în P când $r_2 - r_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$ și minimă când $r_2 - r_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Aceste relații sunt valabile dacă în spațiu dintre sursele S_1 și S_2 și ecran există aer sau vid. Când există un mediu de indice de refracție n, atunci condițiile de maxim și minim sunt:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$n(r_2 - r_1) = 2k\frac{\lambda}{2}$ şi $n(r_2 - r_1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Interfranja: distanţa dintre două maxime (sau două minime) consecutive: $i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{2l}$. Raportul: $\frac{x_k}{i} \rightarrow$ ne indică ordinul de interferenţă, adică: $k = \frac{x_k}{i}$.

Pe baza relaţiei: $i = \frac{\lambda D}{2l}$ se poate determina lungimea de undă a radiaţiilor monocromatice: $\lambda = \frac{2l}{D}i$. Cunoscându-se: l, i şi D se poate afla lungimea de undă λ, confirmându-se caracterul ondulatoriu al luminii. Interfranja: $i = \frac{\lambda}{2l}D$ depinde de D: dacă D creşte atunci şi i se măreşte şi invers este variabil, adică dacă D se micşorează, atunci şi i se micşorează. Întrucât interfranja poate fi mai mare sau mai mică, în funcţie de D, se spune că franjele sunt nelocalizate, iar fenomenul se mai numeşte interferenţă nelocalizată. În cazul când sursele luminoase coerente sunt punctiforme sau filiforme, atunci interferenţa este nelocalizată. Dacă în dreptul uneia din sursele monocromatice S_1 şi S_2 ale dispozitivului Young, se aşează o lamă transparentă de grosime e şi indice de refracţie n, are loc o deplasare a franjelor: $\Delta x = \frac{ie}{\lambda}(n-1)$, fără însă să se modifice interfranja i. Când sursele luminoase nu sunt punctiforme, ci întinse, interferenţa este localizată. O asemenea interferenţă localizată o întâlnim la un alt dispozitiv de interferenţă denumit: lama cu suprafeţe plan paralele.



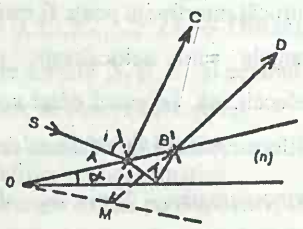
Lama cu suprafeţe plan paralele:

Diferența de drum optic între razele 2 și 3 este: $\delta = 2nd\cos r + \frac{\lambda}{2}$, unde $n \rightarrow$ indicele de refracție a lamei cu suprafețe plan paralele, $d \rightarrow$ grosimea lamei, $r \rightarrow$ unghiul de refracție și $\lambda \rightarrow$ lungimea de undă a radiațiilor monocromatice ce cad pe lamă sub unghiul de incidență i.

S-a considerat cazul când reflexia undelor pe lamă are loc cu pierderea unui $\frac{\lambda}{2}$. Cum razele 2 și 3 sunt paralele, spunem că interferă la infinit, adică avem de-a face cu o interferență localizată la infinit.

Dacă $\delta = 2k\frac{\lambda}{2}$, atunci se obțin franje luminoase, iar dacă $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, avem franje întunecoase. Franjele alternează în figura de interferență și pot fi observate dacă în drumul razelor paralele 2 și 3 așezăm o lentilă convergentă pentru a le proiecta pe un ecran.

În cazul incidenței normale (i=0) rezultă $\cos r = 1$ și diferența de drum optic devine: $\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$.

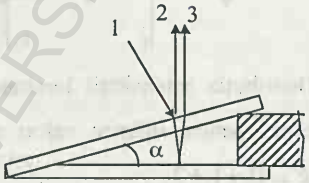


- Pana optică

Dacă cele două suprafețe plane ce delimitează lama subțire fac un unghi mic între ele, plicula din mediul respectiv formează o pană.

Punctul M poate fi luminos sau întunecos și aceasta depinde de diferența de drum a prelungirilor razelor de lumină monocromatice 2 și 3. Pe planul OP se vor observa franjele de interferențe, paralele cu muchia panei. Franjele luminoase alternează cu cele întunecoase. Starea de interferență într-un punct dat de pe lamă depinde de grosimea lamei în acel punct, fapt pentru care interferența se mai numește interferență de egală grosime.

Franjele formate vor fi determinate de grosimea penei, fiind drepte echidistante, paralele cu muchia penei. Pentru franjele luminoase $\delta = 2k\frac{\lambda}{2}$ şi pentru cele întunecoase $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. La incidenţă normală, interfranja i se calculează cu formula: $i = \frac{\lambda}{2\alpha n}$ unde: $\lambda \rightarrow$ lungimea de undă a radiaţiilor monocromatice, $\alpha \rightarrow$ unghiul penei optice şi $n \rightarrow$ indicele de refracţie al mediului din care este formată pana. Cum fasciculul incident este perpendicular pe faţa superioară a penei, iar unghiul α este foarte mic (de ordinul minutului), planul de localizare a franjelor se va afla în interiorul penei, practic pe suprafaţa inferioară a penei.



Pana de aer este folosită la verificarea calităţii suprafeţelor.

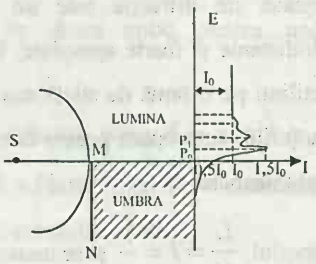
2.Difracţia luminii

Prin difracţie înţelegem: ocolirea obstacolelor de către lumină, când dimensiunile acestora sunt comparabile, ca ordin de mărime, cu lungimea de undă a radiaţiilor folosite. Fenomenul de difracţie este inseparabil de cel de interferenţă, însă se poate pune în evidenţă cu un anumit grad de dificultate, datorită lungimilor de undă, foarte mici, a luminii folosite.

Difracţia luminii se poate obţine pentru toată gama radiaţiilor electromagnetice, în fascicul divergent sau paralel şi pentru obstacole sau orificii de diferite forme.

a) Difracţia la marginea unui paravan

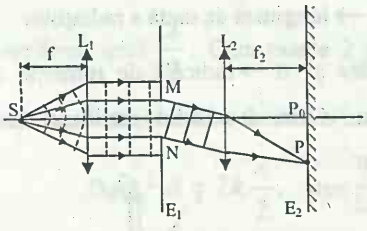
Curba reprezintă variaţia intensităţii luminoase I de pe ecranul E.



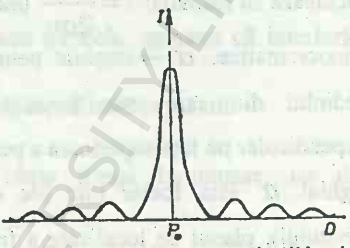
Din figură se vede că în P_0

intensitatea luminoasă pe ecran este 0,25 I_0 după care scade continuu până la zero în regiunea de umbră, iar în regiunea luminoasă se obțin maxime și minime de intensitate, primul maxim fiind în P_1 depășind valoarea I_0.

b) Difracția pe o fantă în lumină paralelă (Fraunhofer):



Distribuția intensității luminoase pe ecran pentru diferite valori ale lui $k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$



Distribuția intensității luminoase în funcție de distanță în figura de difracție.

Când undele monocromatice difractate ajung în P, în concordanță de fază, atunci pe ecran apare o franjă luminoasă, iar când sosesc în opoziție de fază, apare o franjă întunecoasă. Franjele luminoase și cele întunecoase alternează. Dacă difracția are loc în lumină albă, atunci franjele sunt colorate (rogvai + violet). Franjele se găsesc de o parte și de alta a franjei centrare (k = 0).

a) Difracția pe o rețea de difracție.

Rețeaua de difracție este un sistem de fante înguste, rectiliniu egale, echidistante și foarte apropiate. Se trasează cu o mașină specială N zgârieturi rectilinii pe o lamă de sticlă sau plexiglas pe o anumită distanță. Zgârieturile (șanțurile) sunt opace pentru lumina ce cade pe rețea, iar intervalele dintre ele sunt transparente.

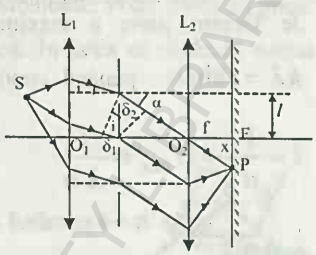
Raportul $\frac{L}{N} = l = \frac{1}{n}$ și se numește constanta rețelei de difracție.

Fenomenul de difracție se poate explica pe baza principiului Huygens-Fresnel.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Studiul difracției pe o rețea de difracție.

1) **undele difractate sunt deviate de sus în jos.**



Din figură se vede că:

$\delta_1 = l\sin i$ și $\delta_2 = l\sin\alpha$, încât diferența de drum optic devine:

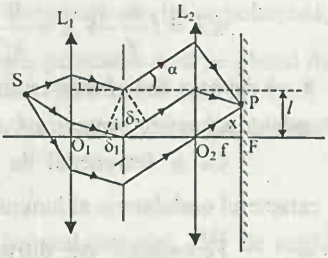
$\delta = \delta_1 - \delta_2 = l(\sin i - \sin\alpha) \rightarrow$

$\rightarrow \delta = l(\sin i - \sin\alpha)$.

Pentru franjele luminoase: $\delta = 2k\dfrac{\lambda}{2}$, iar pentru cele întunecoase:

$\delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$, unde $k = 0,\pm1,\pm2,...$

2) **Undele difractate sunt deviate de jos în sus:**



Din figură se constată: $\delta_1 = l\sin i$ și $\delta_2 = l\sin\alpha$, încât diferența de drum optic va fi:

$\delta = \delta_1 + \delta_2 = l(\sin i + \sin\alpha) \rightarrow$

$\rightarrow \delta = l(\sin i + \sin\alpha)$.

Pentru franje luminoase: $\delta = 2k\dfrac{\lambda}{2}$ și pentru cele întunecoase: $\delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ unde $k = 0,\pm1,\pm2,...$.

Formula generală a diferenței de drum optic pentru undele monocromatice este: $\delta = l(\sin i \mp \sin\alpha)$.

La incidența normală (i = 0) pe rețeaua de difracție avem: $\delta = \pm l\sin\alpha$. La rezolvarea de probleme δ se ia cu + adică $\delta = l\sin\alpha$ unde $l \rightarrow$ constanta de difracție și α unghiul de difracție la incidența normală (i = 0).

Rețeaua de difracție constituie piesa principală la spectrografele cu

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

rețea de difracție.

Sunt probleme în care să se calculeze numărul de maxime luminoase de fiecare parte a maximului central și acesta se află din formula: $k\lambda = l\sin\alpha$, punând condiția ca $\alpha = 90^0$ și atunci: $N_{max} = \frac{l}{\lambda}$ unde $l = \frac{1}{n} \rightarrow N_{max} = \frac{1}{\lambda n}$

unde $n \rightarrow$ numărul de trăsături pe unitate de lungime de pe rețeaua optică.

Dacă se cere numărul total de maxime, atunci va fi: $N = 2N_{max} + 1$ unde 1 reprezintă franja centrală puternic luminoasă și cu ajutorul fenomenul de difracție se poate afla lungimea de undă a radiațiilor monocromatice ce cad normal pe rețeaua de difracție. Cum: $k\lambda = l\sin\alpha$, iar $tg\alpha \approx \sin\alpha = \frac{x}{f}$, atunci:

$k\lambda = l\frac{x}{f} \rightarrow \lambda = \frac{lx}{kf}$ unde $l = \frac{1}{n}$ constanta rețelei de difracție, $x \rightarrow$ distanța de la franja centrală (k = 0) la punctul P unde are loc interferența undelor difractate pentru un $k \neq 0$; $f \rightarrow$ distanța focală a lentilei L_2.

Ca și fenomenul de interferență, fenomenul de difracție confirmă caracterul ondulatoriu al luminii.

Fenomenul de difracție influențează asupra imaginilor date de aparatele optice și de aceea trebuiau luate anumite măsuri încât deficiențele care apar să fie cât mai reduse.

- Absorbția luminii.

Substanțele absorb o parte din energia radiațiilor luminoase, iar o parte este transportată mai departe. Studiul absorbției luminii de către substanțe a fost făcut de Bouguer și emite și o lege găsită experimental, sub forma: $I = I_0 e^{-kd}$ unde: $I_0 \rightarrow$ intensitatea radiațiilor incidente, $I \rightarrow$ intensitatea radiațiilor după ce au ieșit din substanță, $d \rightarrow$ grosimea eșantionului de substanță, $k \rightarrow$ coeficient de absorbție, $e \rightarrow$ baza logaritmilor.

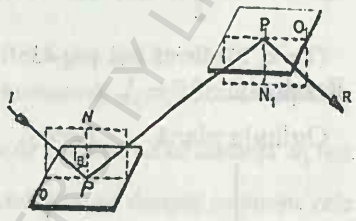
Coeficientul de absorbție k depinde în generale lungimea de undă λ a radiațiilor ce cad pe eșantionul de substanță, cât și de concentrația c a substanței absente prin formula k = Ac unde A este o constantă a cărei valoare depinde de natura substanței absorbante.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

1. Polarizarea luminii

Ne confirmă transversalitatea undelor luminoase. Polarizarea se poate face prin reflexia sau refracţia undelor luminoase. În liceu se studiază numai polarizarea luminii prin reflexie.

Părţile principale ale dispozitivului sunt: două oglinzi plane dielectrice, din sticlă neagră lustruită şi identice, cât şi un ecran, pentru studiul proprietăţilor luminii polarizate.



Schema dispozitivului:

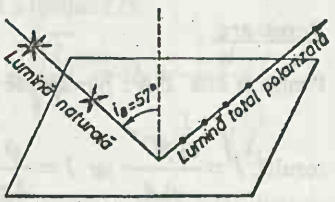
În lumina naturală SP, vectorului câmp electric $\vec{E}$, oscilează în toate direcţiile posibile, însă într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare a razei luminoase.

Dacă $i = 57^0$, lumina PP_1 este total polarizată sau liniar polarizată, iar vectorul $\vec{E}$ are o singură direcţie de oscilaţie, perpendiculară pe planul de incidenţă a oglinzii şi sunt părţi principale ale unui aparat numit polarimetru.

Oglinda analiză O_1 se poate roti cu un unghi i constant, în jurul direcţiei PP_1 de propagare a luminii polarizate.

Când în timpul rotaţiei oglinzii O_1, în jurul direcţiei PP_1 de unghi constant I, planele de incidente ale celor două oglinzi O şi O_1 sunt paralele, pe ecran se observă puncte luminoase, de intensitate maximă, iar când sunt perpendiculare, se observă puncte de intensitate nulă.

Formula găsită de Brewstar la polarizarea luminii prin reflexie, de o oglindă plană de indice de refracţie n_2 şi aflată într-un mediu de indice de refracţie n_1 este: $tgi_B = \frac{n_2}{n_1}$ unde i_B se mai numeşte şi unghiul Brewstar şi a cărui valoare depinde de materialul din care este construită oglinda plană.

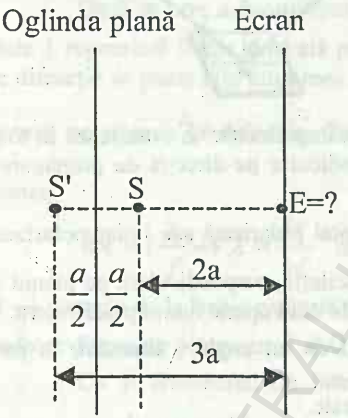


PROBLEME REZOLVATE

1.O sursă luminoasă cu intensitatea I este plasată între un ecran mat şi o oglindă plană, paralelă cu ecranul. Dacă distanța sursă-ecran este 2a, iar sursă-oglindă este $\frac{a}{2}$, iluminarea în centrul ecranului este:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.435/1999)

Rezolvare



Iluminarea pe ecran este: $E = E_1 + E_2$

unde $E_1 = \frac{I}{4a^2}$ iluminarea sursei punctiforme S şi $E_2 = \frac{I}{9a^2}$, iluminarea lui S', încât iluminarea totală este:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{I}{4a^2} + \frac{I}{9a^2} = \frac{13I}{36a^2}.$$

Iluminarea în centrul ecranului este:

$$E = \frac{13I}{36a^2}.$$

2.O sursă de lumină punctiformă are fluxul luminos total $\phi = 4klm.$ Ochiul unui observat plasat la distanța D = 2m față de o sursă primeşte prin pupila sa care are diametrul d = 3 mm un flux luminos egal cu:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.435/1999)

Rezolvare

Pentru a afla $\Delta\phi$, plecăm de la relațiile $I = \frac{\Delta\phi}{\Delta\Omega}$ şi $\Delta\Omega = \frac{\Delta A}{D^2}$ din care rezultă: $I = \frac{\Delta\phi D^2}{\Delta A}$ iar $I = \frac{\phi}{4\pi}$, încât: $\frac{\phi}{4\pi} = \frac{D^2\Delta\phi}{\Delta A}$.

Dar cum: $\Delta A = \frac{\pi d^2}{4}$, obținem:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\frac{\phi}{4\pi}=\frac{D^2\Delta\phi 4}{\pi d^2}\rightarrow\Delta\phi=\frac{\phi d^2}{16D^2}$. Fluxul luminos primit prin pupilă este:

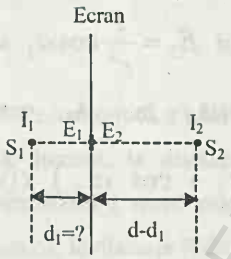
$\Delta\phi=\frac{\phi d^2}{16D^2}$. Numeric $\Delta\phi=\frac{4\bullet 10^3\bullet(3\bullet 10^{-3})^2}{16\bullet 4}=562\bullet 10^{-6}\,lm$.

Valoarea numerică a fluxului luminos este $\Delta\phi=562\bullet 10^{-6}\,lm$.

3.Două surse punctiforme cu intensitatea luminoasă $I_1=25cd$, respectiv $I_2=100cd$ se află la distanţa d = 1,5m una de cealaltă. La ce distanţă d_1 faţă de prima sursă trebuie aşezat un ecran, perpendicular pe dreapta ce uneşte cele două surse astfel încât ecranul să fie iluminat la fel pe ambele feţe?

(Teste, Medicină Iaşi, pag.435/1999)

Rezolvare



Pentru ca ecranul să fie iluminat la fel pe ambele feţe, trebuie ca iluminarea E_1 a sursei punctiforme S_1 să fie egală cu cea a sursei punctiforme E_2, ceea ce ne permite să scriem: $E_1=E_2$ (1)

Cum $E_1=\frac{I_1}{d_1^2}$ şi $E_2=\frac{I_2}{(d-d_1)^2}$ şi substituind în relaţia (1) obţinem:

$\frac{I_1}{d_1^2}=\frac{I_2}{(d-d_1)^2}\rightarrow\frac{(d-d_1)^2}{d_1^2}=\frac{I_2}{I_1}$ (2). Întrucât interesează valoarea pozitivă a lui d_1, vom extrage rădăcina pătrată a relaţiei (2):

$$\frac{d-d_1}{d_1}=\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}\rightarrow\frac{d}{d_1}-1=\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}\rightarrow\frac{d}{d_1}=1+\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}\rightarrow d_1=\frac{d}{1+\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}}.$$

Ecranul trebuie aşezat de sursa punctiformă luminoasă S_1 la distanţa: $d_1=0{,}5$ m.

FIZICĂ
ECU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4. În vârfurile B şi C ale unui triunghi dreptunghic isoscel cu latura AB=AC=2m, se află două surse punctiforme, fiecare cu intensitatea I=40cd.

a) ce valoare trebuie să aibă unghiul format de bisectoarea unghiului drept cu normala la suprafaţa unui ecran plasat în vârful drept, astfel încât iluminarea în centrul ecranului să fie maximă?

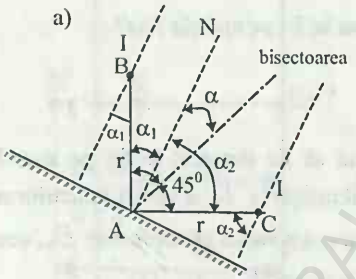
b) Care este valoarea iluminării maxime?

c) Ce valoare are iluminarea în centrul ecranului, dacă acesta este orientat perpendicular pe una dintre catete?

(Teste, Medicină Iaşi, pag.435/1999)

Rezolvare

a)



Din figură se vede $\alpha_2 = 45^0 + \alpha$ şi $\alpha_1 = 45^0 - \alpha$

Iluminările din B şi C în A sunt: $E_1 = \frac{I}{r^2}\cos\alpha_1$ şi $E_2 = \frac{I}{r^2}\cos\alpha_2$ iar iluminarea totală în A este:

$$E_1 = \frac{I}{r^2}\cos\alpha_1 + \frac{I}{r^2}\cos\alpha_2 = = \frac{I}{r^2}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) \quad (1).$$

Cum $\alpha_1 = 45^0 - \alpha$, atunci

$$\cos\alpha_1 = \cos(45^0 - \alpha) = \cos 45^0\cos\alpha + \sin 45^0\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha +$$

$$+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = (\cos\alpha + \sin\alpha)\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos\alpha_1 = (\cos\alpha + \sin\alpha)\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

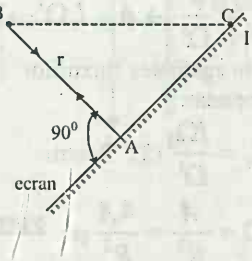
Dar $\alpha_2 = 45^0 + \alpha \rightarrow \cos(45^0 + \alpha) = \cos 45^0\cos\alpha - \sin 45^0\sin\alpha =$

$= (\cos\alpha - \sin\alpha)\frac{\sqrt{2}}{2}$. Substituind pe $\rightarrow \cos\alpha_1$ şi $\cos\alpha_2$ în relaţia (1)

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

obținem: $E = \frac{I}{r^2}\frac{\sqrt{2}}{2}2\cos\alpha = \frac{I}{r^2}\sqrt{2}\cos\alpha$. Iluminarea maximă este pentru unghiul $\alpha = o^o$ şi atunci : $E_m = \frac{I\sqrt{2}}{r^2}$.

b) Numeric : $E_m = \frac{40 \bullet \sqrt{2}}{4} = 10 \bullet \sqrt{2}$. Valoarea iluminării maxime în A este $E_m = 10\sqrt{2}lx$. Ecranul este perpendicular pe cateta AB, încât iluminarea



c) este $E_A = \frac{I}{r^2}$ iar numeric:

$E_A = \frac{40}{4} = 10lx$. Iluminarea în A este

$E_A = 10lx$.

5. Pe axa optică a unei oglinzi convexe, de rază R, se află o sursă punctiformă de lumină, la distanţa R/2 de vârful oglinzii. Cunoscând că intensitatea luminoasă a sursei este I , iluminarea unui ecran aşezat perpendicular pe axa optică, la distanţa R de vârful oglinzii este:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.436/1999)

Rezolvare

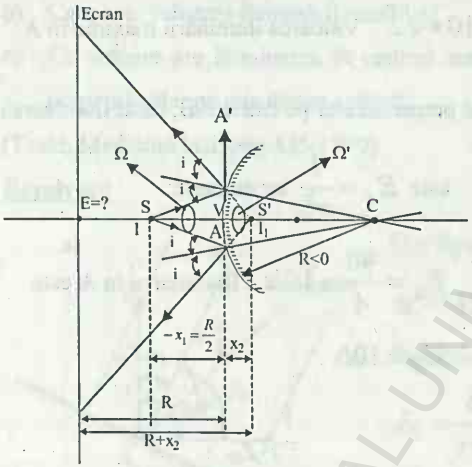
Iluminarea produsă de S pe ecran este : $I_1 = \frac{E}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4I}{R^2}$ şi cea produsă de S' este: $E_2 = \frac{I_1}{(R+x_2)^2}$ încât iluminarea totală este:

$E = E_1 + E_2 = \frac{4I}{R^2} + \frac{I_1}{(R+x_2)^2}$ (1) . Trebuiesc calculaţi x_2 şi I_1.

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Calcularea lui x_2:

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}\rightarrow x_2=\frac{Rx_1}{2x_1-R}=\frac{R\left(-\frac{R}{2}\right)}{2\left(-\frac{R}{2}\right)-R}=\frac{-\frac{R^2}{2}}{-2R}=\frac{R}{4}\rightarrow x_2=\frac{R}{4}$$



Aflarea lui I_1: Din figură se vede:

$$I=\frac{\phi}{\Omega}\rightarrow\phi=I\Omega \quad \text{iar}$$

$$I_1=\frac{\phi}{\Omega'}\rightarrow\phi=I_1\Omega'\rightarrow$$

Din egalitatea fluxurilor obținem:

$$I_1=\frac{I\Omega}{\Omega'} \quad (2).$$ Pentru

$$\Omega=\frac{A}{\frac{R^2}{4}}=\frac{4A}{R^2}$$ și

$$\Omega'=\frac{A'}{x_2^2}=\frac{A'}{\frac{R^2}{16}}=\frac{16A'}{R^2}.$$ Dar

$A'=A$ și atunci : $\Omega'=\frac{16A}{R^2}$. Substituim pe Ω și Ω' în

$I_1=I\frac{4A}{R^2}\frac{R^2}{16A}=\frac{I}{4}\rightarrow I_1=\frac{I}{4}$. Cunoscând pe $x_2=\frac{R}{4}$ și

$I_1=\frac{I}{4}$ și înlocuind în relația (1) obținem:

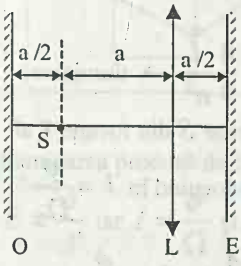
$$E=\frac{4I}{R^2}+\frac{I}{4}\frac{1}{\left(R+\frac{R}{4}\right)^2}=\frac{4I}{R^2}+\frac{I}{4R^2}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{4I}{R^2}+\frac{I}{4R^2}\frac{1}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}=$$

$$=\frac{4I}{R^2}+\frac{16I}{100R^2}=\frac{4I}{R^2}+\frac{4I}{25R^2}=\frac{4I}{R^2}\left(1+\frac{1}{25}\right)=\frac{4I}{R^2}\left(\frac{26}{25}\right)=\frac{104I}{25R^2}\rightarrow$$

BCUIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$E = \dfrac{104I}{25R^2}$. Iluminare pe ecranul aşezat la distanţa R de oglindă sferică convexă este dată de relaţia: $E = \dfrac{104I}{25R^2}$.

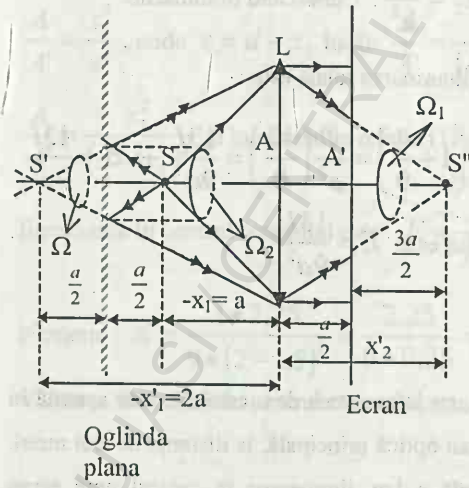
6. Se consideră o sursă luminoasă punctiformă, o oglinda plană, o lentilă şi un ecran, plasate ca în figura alăturată :



Cunoscând că intensitatea luminoasă a sursei este I şi distanţa focală pe axa sistemului este :

(Teste, medicină Iaşi, pag.436/ 1999)

Rezolvare



Pentru sursa punctiformă S ce se găseşte în focarul F al lentilei L, $x_2 = \infty$ (imaginea se formează la infinit) iar $-x_1 = a = f$.

Pentru imaginea S' a sursei punctiforme faţă de oglinda plană şi care este punct luminos pentru lentilă scriem:

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1} = \frac{1}{f} \rightarrow$$

$$x'_2 = \frac{fx'_1}{x'_1 + f} = 2a.$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Iluminarea lui S' pe A': $E_1 = \frac{\phi}{A'}$ iar $I = \frac{\phi}{\Omega'}$ unde $\Omega' = \frac{A}{4a^2}$, încât

$I = \frac{\phi 4a^2}{A} \rightarrow \phi = \frac{IA}{4a^2}$ şi înlocuind în $E_1 = \frac{\phi}{A'} = \frac{IA}{4a^2}\frac{1}{A'} \rightarrow$

$E_1 = \frac{I}{4a^2}\frac{A}{A'}$. Cum $\frac{A}{A'} = \frac{(2a)^2}{\left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{16}{9} \rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{16}{9}$. Substituim pe

$\frac{A}{A'} = \frac{16}{9}$ în $E_1 = \frac{I}{4a^2}\frac{A}{A'}$ obţinem $E_1 = \frac{I}{4a^2}\frac{16}{9} = \frac{4}{9}\frac{I}{a^2} \rightarrow$ iluminarea sursei S' pe A'. Calcularea iluminării sursei punctiforme S din focarul F al lentilei. $E_2 = \frac{\phi}{A}$ iar $I = \frac{\phi}{\Omega_2}$ unde $\Omega_2 = \frac{A}{a^2} \rightarrow$ şi înlocuind în $I = \frac{\phi}{\Omega_2}$

obţinem $I = \frac{\phi a^2}{A} \rightarrow \phi = \frac{IA}{a^2}$. Introducem pe $\phi = \frac{IA}{a^2}$ în $E_2 = \frac{\phi}{A}$ şi

căpătăm: $E_2 = \frac{1}{A}\frac{IA}{a^2} = \frac{I}{a^2} \rightarrow E_2 = \frac{I}{a^2}$. Cunoscând iluminările

$E_1 = \frac{4}{9}\frac{I}{a^2}$ şi $E_2 = \frac{I}{a^2}$, atunci iluminarea totală este :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{4I}{9a^2} + \frac{I}{a^2} = \frac{I}{a^2}\left(1 + \frac{4}{9}\right) = \frac{I}{a^2}\left(\frac{13}{9}\right) = \frac{13I}{9a^2} \rightarrow E = \frac{13I}{9a^2}$$

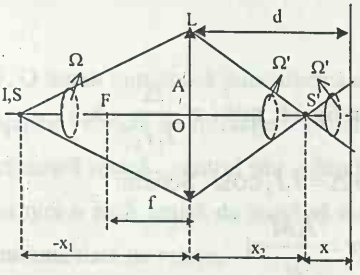
Iluminarea într-un punct al ecranului este: $E = \frac{13I}{9a^2}$.

7. O sursă luminoasă punctiformă, cu intensitatea de o candelă, este aşezată în faţa unei lentile convergente, pe axa optică principală, la distanţa de trei metri. Ştiind că lentila are distanţa focală a 1m, iluminarea în centrul unui ecran aşezat la 2 m în spatele lentilei este egală cu:

(Teste, Medicină Iaşi, pag .436/ 1999)

Rezolvare

Pentru sursa punctiformă luminoasă S: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{x_2}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{f}\rightarrow$



$$\rightarrow\frac{1}{x_2}=\frac{f+x_1}{fx_1}\rightarrow$$

$$\rightarrow x_2=\frac{fx_1}{x_1+f}=\frac{1(-3)}{-3+1}=1{,}5m\rightarrow$$

$x_2=1{,}5m$.

Imaginea lui S se formează la distanţa $x_2=1{,}5m$ de lentilă.

Iluminarea produsă de S pe ecran:

$E=\frac{\phi}{A'}$ iar $I=\frac{\phi}{\Omega}$ şi cum $\Omega=\frac{A}{(-x_1)^2}=\frac{A}{x_1^2}$, atunci $I=\frac{\phi x_1^2}{A}$, încât

$\phi=\frac{IA}{x_1^2}$ şi substituind în $E=\frac{\phi}{A'}$ obţinem: $E=\frac{1}{A'}\frac{IA}{x_1^2}=\frac{I}{x_1^2}\frac{A}{A'}$ (1). Dar

$\frac{A}{A'}=\frac{x_2^2}{x^2}$, unde $x=d-x_2$ încât: $\frac{A}{A'}=\frac{x_2^2}{(d-x_2)^2}$. Cunoscând pe

$\frac{A}{A'}=\frac{x_2^2}{(d-x_2)^2}$ şi înlocuind în relaţia (1) găsim: $E=\frac{I}{x_1^2}\frac{x_2^2}{(d-x_2)^2}$.

Iluminarea în centrul ecranului este : $E=\frac{Ix_2^2}{x_1^2(d-x_2)^2}$.

Numeric : $E=\frac{1\bullet 2{,}25}{9\bullet(2-1{,}5)^2}=\frac{2{,}25}{9\bullet 0{,}25}=\frac{225}{9\bullet 25}=1lx$

Valoarea iluminării în centrul ecranului este $E=1lx$.

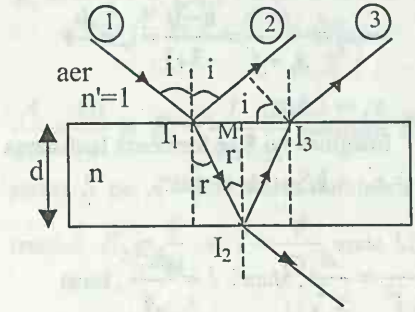
8. O rază de lumină cade pe o lamă cu feţe plan – paralela, de grosime d, sub un unghi de incidenţă i (se cunoaşte n) . O parte se reflectă pe faţa superioară a lamei, iar o parte se refractă, atinge faţa inferioară, se reflectă pe aceasta,

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ajunge la fața inferioară și apoi se reflectă în mediu inițial. Distanța Δ dintre raza reflectată pe suprafața superioară și cea emergentă este dată de relația:

(Teste, Medicină Iași, pag..436/1999)

Rezolvare



Din figură: $\cos i = \dfrac{\Delta}{I_1I_3} \rightarrow$

$\rightarrow \Delta = I_1I_3 \cos i$. Scriem:

$tgr = \dfrac{I_1M}{d}$ și

$I_1M = \dfrac{I_1I_3}{2}$, încât vom obține:

$\dfrac{I_1I_3}{2} = dtgr \rightarrow I_1I_3 = 2dtgr$.

Substituim pe $I_1I_3 = 2dtgr$ în relația lui $\Delta = I_1I_3 \cos i$ și căpătăm : $\Delta = 2dtgr \cos i$.

Scriem legea refracției : $n' \sin i = n \sin r$ și cum $n' = 1$, atunci:

$\sin i = n \sin r \rightarrow \sin r = \dfrac{\sin i}{n}$. Dar $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2 i}{n^2}} =$

$= \sqrt{\dfrac{n^2 - \sin^2 i}{n^2}} = \dfrac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \rightarrow \cos r = \dfrac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$. Cum $tgr = \dfrac{\sin r}{\cos r}$

atunci : $\Delta = 2dtgr \cos i = 2d \dfrac{\sin r}{\cos r} \cos i$. Prin înlocuirea lui

$\sin r = \dfrac{\sin i}{n}$ și pe $\cos r = \dfrac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$ în $\Delta = 2d \dfrac{\sin r}{\cos r} \cos i$, avem:

$$\Delta = 2d \frac{\frac{\sin i}{n}}{\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}} \cos i = \frac{2d \sin i \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{d \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \rightarrow$$

$\rightarrow \Delta = \dfrac{d \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$. Distanța dintre raza reflectată pe suprafața superioară

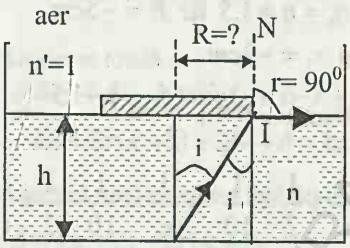
BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

şi cea emergentă este dată de relaţia: $\Delta = \frac{d \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$.

9. O Sursă luminoasă punctiformă se află pe fundul unui vas în care se găseşte apă cu indicele de refracţie n şi înălţimea h. Pe suprafaţa apei pluteşte o placă circulară opacă , centrul său aflându-se pe verticala ce trece prin sursă. Pentru ca nici o rază emisă de sursă să nu iasă din apă, placa trebuie să aibă o rază minimă dată de relaţia:

(Teste, Medicină, pag.436/1999)

Rezolvare



Din desen:

$$tgi = \frac{R}{h} \rightarrow R = htgi = h\frac{\sin i}{\cos i} = h\frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \quad (1)$$

Scriem legea refracţiei:

$n \sin i = n' \sin 90^0 \rightarrow$ Cum $n' = 1$ şi $\sin 90^0 = 1$, avem:

$\sin i = \frac{1}{n}$, încât relaţia (1) devine: $R = h\frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} =$

$$= h\frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} = h\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}\sqrt{n^2-1}} = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \rightarrow R = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}.$$

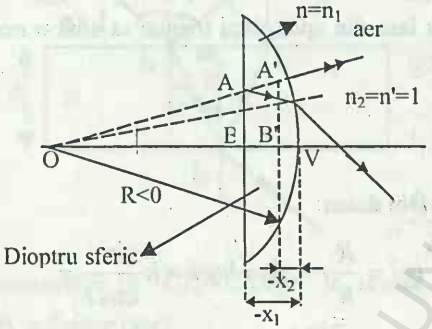
Raza plăcii circulare este dată de relaţia: $R = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}$.

ECOMSI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

10. Fie un punct luminos care se găseşte pe faţa plană a unui dioptru de forma unei calote sferice din sticlă cu n=1,5, înălţimea calotei este de 3 cm, iar raza sferei din care face parte este de 5cm. Faţă de vârful dioptrului imaginea punctului se formează la distanţa:

(Teste, Medicină, pag.436/1999)

Rezolvare



Aplicăm prima formulă fundamentală a dioptului sferic:

$$\frac{n_2}{x_2}-\frac{n_1}{x_1}=\frac{n_2-n_1}{R}.$$

S-a notat cu $n_2=n'=1$ şi $n_1=n=1,5$ iar $R=-5cm$ şi $x_1=-3cm$.

Numeric: $\frac{1}{x_2}+\frac{1,5}{3}=\frac{1-1,5}{-5}\rightarrow$

$$\rightarrow\frac{1}{x_2}+\frac{15}{30}=\frac{-0,5}{-5}\rightarrow\frac{1}{x_2}+\frac{1}{2}=\frac{5}{50}\rightarrow\frac{1}{x_2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{10}\rightarrow\frac{1}{x_2}=\frac{1}{10}-\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{1-5}{10}=\frac{-4}{10}=\frac{-2}{5}\rightarrow\frac{1}{x_2}=\frac{-2}{5}\rightarrow x_2=-2,5cm.$$

Faţă de vârful V a dioptrului, imaginea este virtuală, dreaptă şi se formează la $x_2=-2,5cm$.

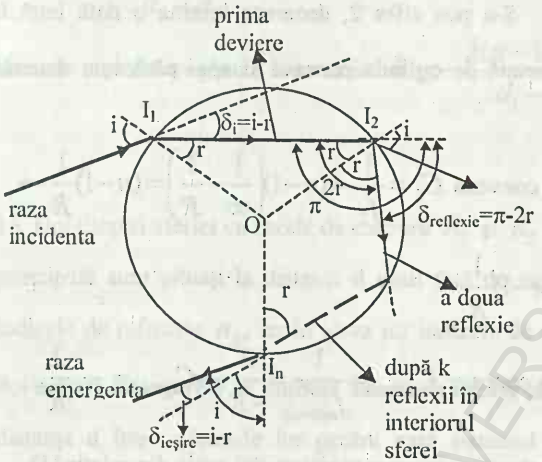
11. O placă de lumină monocromatică pătrunde într-o sferă, omogenă transparentă, confecţionată din sticlă cu indicele de refracţie n sub un unghi de incidenţă i şi iese din sferă după ce suferă K reflecţii succesive în interiorul sferei.

Unghiul total cu care a fost deviată raza faţă de direcţia iniţială este:

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare



Bilanțul devierilor:

Prima deviere în I_1:

$\delta_i = i - r$

A doua deviere în I_2:

$\delta_{reflexie} = \pi - 2r$

.

.

.

După k devieri I_k:

$\delta'_{reflexie} = k(\pi - 2r)$

.

.

În I_n: $\delta_{iesire} = i - r$

Deviera totală :

$\delta = \delta_i + \delta'_{reflexii} + \delta_{iesire} = i - r + k(\pi - 2r) + i - r = 2i - 2r + k\pi - k2r =$

$= k\pi - 2r(k+1) + 2i \rightarrow \delta = k\pi + 2i - 2r(k+1)$

Unghiul total cu care a fost deviată raza față de direcția inițială este:

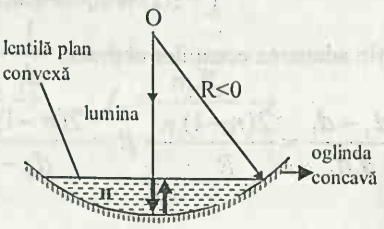
$\delta = k\pi + 2i - 2r(k+1).$

12. Într-o oglindă curbă, aşezată orizontal, se toarnă puțină apă. Oglinda dă o imagine a unui obiect, pe un ecran, aşezat la distanța d_1 de oglindă. Apropiind ecranul de la o distanță d_2 față de oglindă, apare o altă imagine a obiectului. Știind că indicele de refracție al apei este de n, raza de curbură a oglinzii este dată de relația:

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare

Sistemul optic este alcătuit dintr-o oglindă concavă şi o lentilă plan



BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

convexă (apa) de indice de refracție n. Convergența întregului sistem: $C = 2C_L + C_{oglindă}$ (1). S-a pus cifra 2, deoarece lumina o dată intră în lentilă din apă, este reflectată de oglinda concavă și apoi părăsește sistemul optic.

Convergența lentilei plan convexă $C_L = \frac{1}{f_L} = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R}\right) = (n-1)\frac{1}{R} \rightarrow$

$$C_L = (n-1)\frac{1}{R}$$

Convergența oglinzii plan concave $C_{oglindă} = \frac{1}{f_{oglinda}} = \frac{2}{-R} \rightarrow C_{oglindă} = -\frac{2}{R}$.

Cunoscând C_L și C_{oglind}, atunci convergența sistemului optic din relația (1) devine : $C = -2(n-1)\frac{1}{R} - \frac{2}{R} \rightarrow -\frac{2}{R}(n-1+1) = -\frac{2n}{R} \rightarrow C = -\frac{2n}{R}$.

Cum $C = \frac{1}{F}$, atunci: $-\frac{2n}{R} = \frac{1}{F} \rightarrow F = -\frac{R}{2n} \rightarrow$ distanța focală a sistemului optic. Înainte de a fi apă în oglinda concavă: $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{x_1} = -\frac{2}{R}$.

După introducerea apei avem sistemul optic:

Avem sistemul $\begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{x_1} = -\frac{2}{R} \\ \frac{1}{d_2} + \frac{1}{x_1} = -\frac{2n}{R} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{x_1} = -\frac{2}{R} \\ -\frac{1}{d_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{2n}{R} \end{cases}$.

Prin adunarea ecuațiilor obținem: $\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} = \frac{2n}{R} - \frac{2}{R} \rightarrow$

$$\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} = \frac{2(n-1)}{R} \rightarrow R = \frac{2(n-1)d_1 d_2}{d_2 - d_1} = -\frac{2(n-1)d_1 d_2}{d_1 - d_2} \rightarrow$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

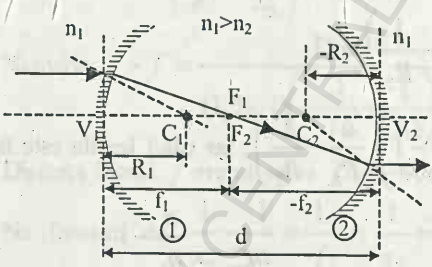
$$\rightarrow R = -\frac{2(n-1)d_1 d_2}{d_1 - d_2}$$

Raza de curbură a oglinzii are relația: $R = -\frac{2(n-1)d_1 d_2}{d_1 - d_2}$.

13. Doi dioptri sferici cu razele de curbură R_1 şi R_2, având aceiaşi axă optică principală sunt situaţi la distanţa d unul faţă de celălalt. Între ei mediul are indicele de refracţie n_2, iar în afara lor indicele de refracţie n_1. Ştiind că cei doi dioptri au centrele de curbură situate în mediu cu indicele de refracţie n_2, distanţa d între vârfurile lor pentru care sistemul este afocal este dată de relaţia :

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare



Pentru ca sistemul optic să fie afocal, trebuie îndeplinită condiţia: $d = f_1 + |f_2|$

Prima formulă fundamentală a dioptrului sferic este:

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Pentru dioptrul (1):

$$\frac{n_2}{f_1} - \frac{n_1}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{n_2}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \rightarrow f_1 = \frac{n_2 R_1}{n_2 - n_1}$$. Pentru dioptrul (2):

$$\frac{n_1}{\infty} - \frac{n_2}{-f_2} = \frac{n_1 - n_2}{-R_2} \rightarrow \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R_2} \rightarrow \qquad f_2 = \frac{n_2 R_2}{n_2 - n_1} \rightarrow$$

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cunoscând pe $f_1 = \frac{n_2 R_1}{n_2 - n_1}$ și $f_2 = \frac{n_2 R_2}{n_2 - n_1}$ și substituind în relația (1) obținem: $d = f_1 + |f_2| = \frac{n_2 R_1}{n_2 - n_1} + \frac{n_2 R_2}{n_2 - n_1} = \frac{n_2 (R_1 + R_2)}{n_2 - n_1}$.

Relația care dă distanța dintre vârfurile celor doi dioptri sferici este: $d == \frac{n_2 (R_1 + R_2)}{n_2 - n_1}$.

14. Convergența unei lentile în aer este C_1 (indicele de refracție al aerului n_1) iar în apă (indicele de refracție n_2) este C_2. Ce indice de refracție absolut are mediul optic al lentilei?

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare

Ne folosim de formula generală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_{mediu}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = C$$

Când lentila este în aer: $C_1 = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, iar când lentila este în apă: $C_2 = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ și facem raportul: $\frac{C_1}{C_2} = \frac{\frac{n}{n_1} - 1}{\frac{n}{n_2} - 1} =$

$$= \frac{\frac{n - n_1}{n_1}}{\frac{n - n_2}{n_2}} = \frac{n - n_1}{n_1} \frac{n_2}{n - n_2} = \frac{n_2 n - n_1 n_2}{n_1 n - n_1 n_2} \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{n_2 n - n_1 n_2}{n_1 n - n_1 n_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1 n_1 n - C_1 n_1 n_2 = C_2 n_2 n - C_2 n_2 n_1 \rightarrow n(C_1 n_1 - C_2 n_2) = n_1 n_2 (C_1 - C_2) \rightarrow$$

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\rightarrow n=\frac{n_1 n_2(C_1-C_2)}{C_1 n_1-C_2 n_2}.$$

15. Se consideră o lentilă din sticlă cu n=1,5 având razele de curbură $R_1=-10cm$ şi $R_2=-20cm$ în faţa lentilei, la distanţa de 40cm faţă de centrul optic al acesteia, se plasează un obiect. Imaginea obiectului se formează la distanţa:

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare

Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\rightarrow\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow f=\frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}\text{ unde } R_1=-10cm,\ R_2=-20cm \text{ şi } n=1,5.$$

Numeric: $\rightarrow f=\dfrac{1}{(1,5-1)\left(-\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)}=-40cm.$

Distanţa focală f are valoarea $f=-40cm$.

Ne folosim de $\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{x_1}=\dfrac{1}{f}\rightarrow\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{x_1}=\dfrac{x_1+f}{fx_1}\rightarrow x_2=\dfrac{fx_1}{x_1+f}$

unde $x_1=-40cm$.

Numeric: $x_2=\dfrac{-40(-40)}{-40-40}=\dfrac{1600}{-80}=-20cm\rightarrow x_2=-20cm$

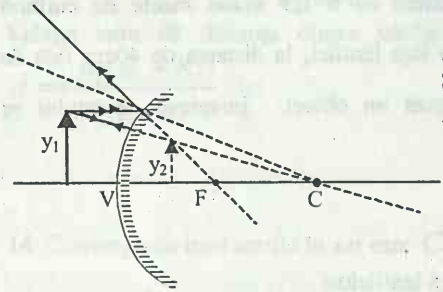
Imaginea obiectului se formează la distanţa : $x_2=-20cm$

16. Care trebuie să fie distanţa focală a unei oglinzi sferice convexe pentru a se obţine o imagine de 6 ori mai mică decât un obiect liniar , luminos, aşezat

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

perpendicular pe axa optică, la distanța de 10 cm de oglindă? La ce distanță de oglindă se formează imaginea? (Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare



Scriem cele două ecuații fundamentale ale oglinzilor sferice: $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$ și $\beta=-\frac{x_2}{x_1}$. Cum $y_2=\frac{y_1}{6}\rightarrow\frac{y_2}{y_1}=\frac{1}{6}\rightarrow$

$\rightarrow\beta=\frac{1}{6}$. Cum $\beta=-\frac{x_2}{x_1}$, $\frac{1}{6}=-\frac{x_2}{x_1}\rightarrow x_1=-6x_2$.

Dar $x_1=-10cm$, și încât $-10=-6x_2\rightarrow x_2=\frac{5}{3}cm$.

Aflarea distanței focale: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow-\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{-1+6}{10}=\frac{1}{f}\rightarrow$

$\rightarrow f=2cm$. Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $\rightarrow f=2cm$ și $x_2=\frac{5}{3}cm$.

17. Se consideră o lentilă cu distanța focală f=40cm în fața căreia, paralel cu axa optică principală, este plasat un cadru de forma unui pătrat cu latura de 10cm. Știind că latura cea mai apropiată de lentilă se află la distanța de 80 cm de aceasta. Se cere:

a) forma imaginii cadrului

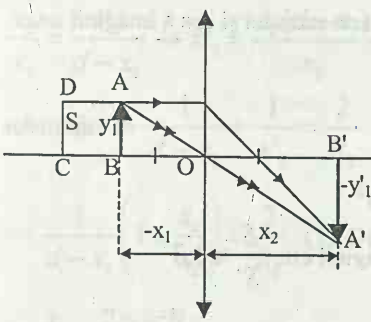
b) aria imaginii cadrului

c) raportul între aria cadrului și cea a imaginii:

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină, pag.437/1999)

Rezolvare



Pentru punctul luminos B:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{x_2}+\frac{1}{80}=\frac{1}{40}\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{x_2}=\frac{1}{40}-\frac{1}{80}=\frac{2-1}{80}=\frac{1}{80}$$

$$\rightarrow x_2=80cm$$

Pentru punctul luminos C: $\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{x'_2}+\frac{1}{90}=\frac{1}{40}\rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{x'_2}=\frac{1}{40}-\frac{1}{90}=\frac{9-4}{360}=\frac{5}{360}=\frac{1}{72}\rightarrow x'_2=72cm.$ Am aflat la ce distanță x_2 se formează imaginea punctului luminos B și la ce distanță de lentilă se află imaginea $x'_2=72cm$ a punctului luminos C.

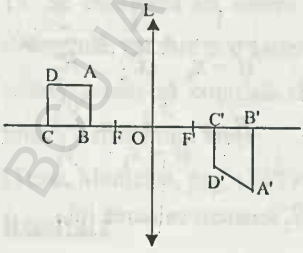
Pentru a ști forma figurii imaginii ne trebuiesc y'_1 și y''_1.

$$\frac{-y'_1}{y_1}=\frac{x_2}{-x_1}\rightarrow\frac{y'_1}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}\rightarrow y'_1=\frac{y_1x_2}{x_1}\rightarrow y'_1=\frac{10\bullet 80}{-80}=-10cm\rightarrow$$

$$\rightarrow |y'_1|=10cm$$

$$\frac{y''_1}{y_1}=\frac{x'_2}{-x'_1}\rightarrow y''_1=\frac{y_1x'_2}{x'_1}\rightarrow y''_1=\frac{10\bullet 72}{-90}=-8cm\rightarrow$$

$$\rightarrow |y''_1|=8cm$$



Cunoscându-se: $\rightarrow x_2=80cm$, $x'_2=72cm$, $\rightarrow |y'_1|=10cm$, și $\rightarrow |y''_1|=8cm$, putem reprezenta suprafața imaginii date de lentilă a pătratului ca obiect luminos așezat în fața ei.

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Suprafața trapezului ; $S' = \frac{(10+8)\bullet 8}{2} = 72$. Suprafața pătratului luminos : $S = 10 \bullet 10 = 100 cm^2$. Raportul dintre aria cadrului și cea a imaginii este: $\frac{S}{S'} = \frac{100}{72} \cong 1{,}3 \rightarrow \frac{S}{S'} \cong 1{,}3$.

Răspunsurile la problema dată sunt:

a) imaginea cadrului este de trapez

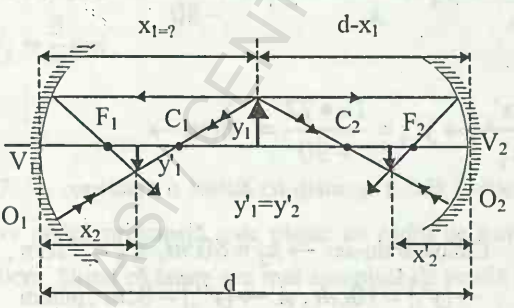
b) aria imaginii cadrului este $S' = 72 cm^2$

c) raportul între aria cadrului și cea a imaginii este $\frac{S}{S'} \cong 1{,}3$

18. Distanța dintre vârfurile a două oglinzi concave centrate și așezate față în față este d. Razele de curbură ale oglinzilor sunt R_1 și R_2 . Un obiect nepunctiform este așezat pe axa optică principală astfel încât mărimile imaginilor sale în cele două oglinzi sunt egale. Unde este plasat obiectul de prima oglindă, în situația de mai sus?

(Teste, Medicină, pag.438/1999)

Rezolvare



Pentru oglinda O_1 : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R_1}$ și $\beta_1 = \frac{x_2}{x_1} = \frac{y'_1}{y_1}$

iar pentru oglinda O_2 : $\frac{1}{d - x_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{2}{R_2}$ și $\beta_2 = \frac{x'_2}{d - x_1} = \frac{y'_2}{y_1}$.

Din β_1 scoatem valoarea lui $y'_1 = \frac{x_2 y_1}{x_1}$ și din β_2 scoatem valoarea lui

$y'_2 = \frac{x'_2 y_1}{d - x_1}$ şi întrucât $y'_1 = y'_2$, obţinem relaţia: $\frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{x'_2 y_1}{d - x_1} \rightarrow$

$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x'_2}{d - x_1} \rightarrow x'_2 = \frac{x_2(d - x_1)}{x_1} \rightarrow \frac{1}{x'_2} = \frac{x_1}{x_2(d - x_1)}$, relaţie pe care o

substituim în $\frac{1}{d - x_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{2}{R_2}$ şi obţinem: $\frac{1}{d - x_1} + \frac{x_1}{x_2(d - x_1)} = \frac{2}{R_2} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{d - x_1}\left(1 + \frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{2}{R_2}$ (1). Din $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R_1} \rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{2x_1 - R_1}{R_1 x_1} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{2x_1 - R_1}{R_1}$ pe care o introducem în relaţia (1) şi căpătăm :

$\rightarrow \frac{1}{d - x_1}\left[1 + \frac{2x_1 - R_1}{R_1}\right] = \frac{2}{R_2} \rightarrow \frac{1}{d - x_1}\left[\frac{R_1 + 2x_1 - R_1}{R_1}\right] = \frac{2}{R_2} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{2x_1}{(d - x_1)R_1} = \frac{2}{R_2} \rightarrow x_1 R_2 = R_1 d - R_1 x_1 \rightarrow x_1(R_1 + R_2) = R_1 d \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = \frac{R_1 d}{R_1 + R_2}$.

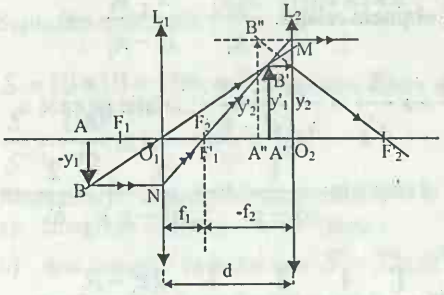
Obiectul în situaţia dată ca $y'_1 = y'_2$, trebuie aşezat la distanţa $x_1 = \frac{R_1 d}{R_1 + R_2}$ faţă de oglinda O_1.

19. Se consideră un sistem optic alcătuit dintr-o lentilă convergentă şi una divergentă, aşezate la o astfel de distanţă încât focarul imagine al primei lentile (convergentă) să coincidă cu focarul obiect al lentilei divergente. Mărimea liniară a sistemului va fi:

(Teste, Medicină, pag.438/1999)

Rezolvare

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



Sistemul de lentile este afocal, deoarece F'_1 coincide cu F_2 iar $d = f_1 + |f_2|$

$\Delta MO_2F_1' \sim \Delta F_1'O_1N$ şi putem scrie:

$$\frac{y_2}{-f_2} = \frac{-y_1}{f_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{y_2}{f_2} = \frac{y_1}{f_1} \rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{f_2}{f_1}.$$

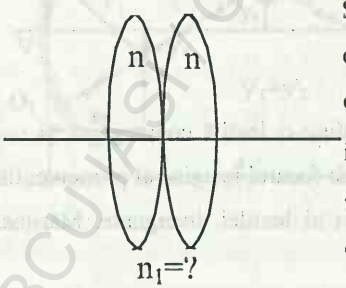
Cum $\beta = \frac{y_2}{-y_1}$, vom avea : $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$.

Mărirea liniară a sistemului optic va fi: $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$.

20. Două lentile biconvexe, simetrice şi identice confecţionate din sticlă cu indicele de refracţie n se aduc în contact iar spaţiul dintre ele umple cu un lichid de indice de refracţie n_1. Pentru ca sistemul optic realizat să fie afocal, trebuie ca indicele de refracţie al lichidului să fie dat de relaţia:

(Teste, Medicină, pag.438/1999)

Rezolvare



Sistemul optic este format din trei lentile: două convergente de indice de refracţie n şi cea de a treia la mijloc "divergentă" de indice de refracţie n_1 necunoscut şi pe care trebuie să-l aflăm din condiţia ca sistemul optic este afocal (distanţa focală F a sistemului optic tinde la infinit).

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ

Pentru întreg sistemul optic: $\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f}=\frac{2}{f}+\frac{1}{f_1}\rightarrow$

$\rightarrow\frac{1}{F}=\frac{2}{f}+\frac{1}{f_1}$ (1). Cum sistemul optic este afocal, $R=\infty$ şi atunci relaţia

(1) devine : $\frac{1}{\infty}=\frac{2}{f}+\frac{1}{f_1}\rightarrow 0=\frac{2}{f}+\frac{1}{f_1}\rightarrow -\frac{1}{f_1}=\frac{2}{f}$ (2)

Pentru una din lentilele convergente scriem: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ şi pt.

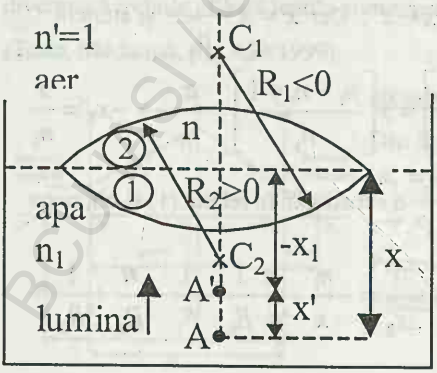
cea divergentă: $-\frac{1}{f_1}=(n_1-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$.

Înlocuim pe $\frac{1}{f}$ şi $\frac{-1}{f_1}$ în relaţia (2) şi obţinem: $(n_1-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=$

$2(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\rightarrow n_1-1=2n-2\rightarrow n_1=2n-2+1=2n-1$

Pentru ca sistemul optic să fie afocal, trebuie ca $n_1=2n-1$.

21. O lentilă subţire, biconvexă, cu indicele de refracţie n, se plasează deasupra unui vas, având indicele de refracţie n_1, astfel încât suprafaţa lentilei cu raza de curbură R_1, vine în contact cu apa. Cea de-a doua suprafaţă a lentilei, cu raza de curbură R_2, vine în contact cu aerul. La ce distanţă faţă de lentilă se formează imaginea unui punct luminos, plasat în apă, la distanţa x faţă de lentilă? (Teste, Medicină, pag.438/1999)



Rezolvare

BCU SIBIU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În problemă se cere imaginea unui punct luminos A, plasat în apă la distanța x față de lentilă. Datorită fenomenului de refracție punctul luminos A se deplasează în poziția A' la distanța x' care se calculează cu binecunoscuta formulă: $x' = x\left(\frac{n_1 - 1}{n_1}\right)$.

Prin plutirea lentilei biconvexe, la suprafața apei, o parte cu raza de curbură $R_1 < 0$ se găseşte în apă şi cealaltă cu raza $R_2 > 0$, se găsește la suprafața apei în contact cu aerul. Se formează un sistem de două lentile plan convexe, de distanțe focale f_1 pentru lentila din apă şi f_2 pentru lentila în contact cu aerul.

Pentru lentila (1) scriem: $\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\frac{1}{R_1} - \frac{1}{\infty} \rightarrow \frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\frac{1}{R_1}$ şi

cealaltă lentilă (2): $\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R_2}\right) = -(n-1)\frac{1}{R_2} \rightarrow \frac{1}{f_2} = -(n-1)\frac{1}{R_2}$.

Cele două lentile formând un sistem optic de lentile lipite, putem scrie că distanța focală a sistemului optic este: $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$. Cum $\frac{1}{F} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$,

atunci avem: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \rightarrow \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\frac{1}{R_1} - (n-1)\frac{1}{R_2}$ (1).

Însă pentru aflarea lui x_2, avem nevoie mai întâi de x_1 pe care îl determinăm din figură: $-x_1 + x' = x \rightarrow -x_1 = x - x'$. Dar $x' = x\frac{n_1 - 1}{n_1}$ şi atunci

$$-x_1 = x - x\frac{n_1 - 1}{n_1} = x\left[1 - \frac{n_1 - 1}{n_1}\right] = x\left[\frac{n_1 - n_1 + 1}{n_1}\right] = \frac{x}{n_1} \rightarrow -x_1 = \frac{x}{n_1}$$

sau $-\frac{1}{x_1} = +\frac{n_1}{x}$. Relația $-\frac{1}{x_1} = \frac{n_1}{x}$ o substituim în relația (1) şi obținem:

$$\frac{1}{x_2} + \frac{n_1}{x} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\frac{1}{R_1} - (n-1)\frac{1}{R_2} \rightarrow \frac{1}{x_2} = -\frac{n_1}{x} + \frac{n}{n_1}\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1} - \frac{n}{R_2} + \frac{1}{R_2} =$$

$$= \frac{-n_1^2 R_1 R_2 + nxR_2 - n_1 R_2 x - nxn_1 R_1 + xn_1 R_1}{xn_1 R_1 R_2} =$$

$$= \frac{-n_1^2 R_1 R_2 + x(nR_2 - n_1 R_2 - nn_1 R_1 + n_1 R_1)}{xn_1 R_1 R_2} =$$

$$= \frac{-n_1^2 R_1 R_2 + x[R_2(n-n_1) - n_1 R_1(n-1)]}{xn_1 R_1 R_2} =$$

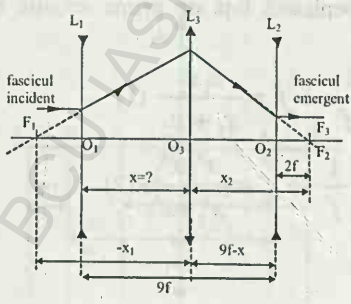
$$= \frac{x[R_2(n-n_1) - n_1 R_1(n-1)] - n_1^2 R_1 R_2}{xn_1 R_1 R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{x[R_2(n-n_1) - n_1 R_1(n-1)] - n_1^2 R_1 R_2}{xn_1 R_1 R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{xn_1 R_1 R_2}{x[R_2(n-n_1) - n_1 R_1(n-1)] - n_1^2 R_1 R_2} \rightarrow$$

Imaginea obiectului luminos din apă se va forma la distanța x_2 față de lentilă, dată de relația: $x_2 = \frac{xn_1 R_1 R_2}{x[R_2(n-n_1) - n_1 R_1(n-1)] - n_1^2 R_1 R_2}$.

22. Între două lentile divergente cu distanțele focale $|f_1| = f$ și $|f_2| = 2f$ se plasează a treia lentilă convergentă cu distanța focală $f_3 = 3f$. Știind că distanța dintre lentilele divergente este de $9f$, la ce distanță de prima lentilă divergentă trebuie plasată lentila convergentă astfel încât sistemul să fie afocal? (Teste, Medicină, pag.439/1999)



Rezolvare

Din figură se vede:

$x_2 = 9f - x + 2f \rightarrow$

$\rightarrow x_2 = 11f - x$ și $-x_1 = f + x$

Pentru lentila L_3 aplicăm prima formulă fundamentală a lentilei:

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{3f}$ (1) şi

substituim relaţiile $x_2=11f-x$ şi $-x_1=f+x$ în relaţiile (1) şi obţinem:

$$\frac{1}{11f-x}+\frac{1}{f+x}=\frac{1}{3f}\rightarrow\frac{f+x+11f-x}{(11f-x)(f+x)}=\frac{1}{3f}\rightarrow\frac{12f}{(11f-x)(f+x)}=$$

$$\frac{1}{3f}\rightarrow 36f^2=(11f-x)(f+x)\rightarrow 36f^2=11f^2-fx+11fx-x^2\rightarrow$$

$$\rightarrow 36f^2=10fx+11f^2-x^2\rightarrow 36f^2-10fx-11f^2+x^2=0\rightarrow$$

$$\rightarrow x^2-10fx+25f^2=0$$

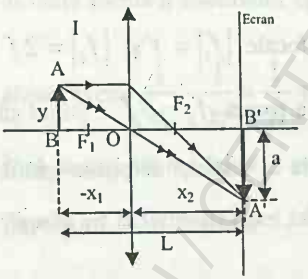
Rezolvăm ecuaţia de gr.II şi găsim :

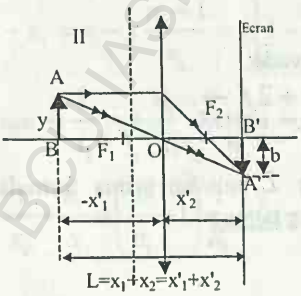
$$x=5f\pm\sqrt{25f^2-25f^2}=5f\rightarrow x=5f.$$

Lentila convergentă L_3 trebuie plasată faţă de L_1 divergentă la distanţa $x=5f$ pentru ca sistemul optic să fie afocal.

23. Distanţa dintre un obiect luminos şi un ecran este L. O lentilă, aşezată între acestea, dă pe ecran imagini clare ale obiectului, în două poziţii, distanţa dintre ele fiind l. Distanţa focală f a lentilei este:

(Teste, Medicină, pag.439/1999)





Rezolvare

Scriem prima formulă fundamentală atât pentru poziţia I a lentilei, cât şi pentru poziţia II când lentila este deplasată faţă de prima situaţie la distanţa l:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}\rightarrow f=\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\ (1)$$

$$\frac{1}{x'_1}+\frac{1}{x'_2}=\frac{1}{f}\rightarrow f=\frac{x'_1x'_2}{x'_1+x'_2}\ (2)$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din (1) şi (2) avem : $\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}=\frac{x'_1x'_2}{x'_1+x'_2}$.

Cum $x_1+x_2=x'_1+x'_2=L$, atunci rezultă $x_1x_2=x'_1x'_2$ (3). Dar din figura din situaţia II se observă că $x'_1=x_1+l$ şi $x'_2=x_2-l$ şi înlocuind în relaţia (3) căpătăm:

$x_1x_2=(x_1+l)(x_2-l)\rightarrow x_1x_2=x_1x_2-lx_1+lx_2-l^2\rightarrow 0=-lx_1+lx-l^2\rightarrow$

$\rightarrow l=-x_1+x_2$ şi împreună cu $x_1+x_2=L$ formăm sistemul:

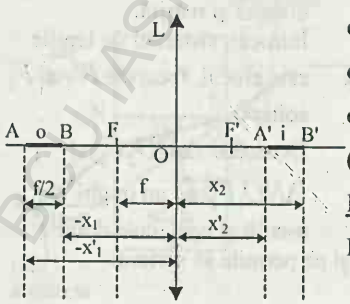
$\begin{cases}x_2-x_1=l\\x_1+x_2=L.\end{cases}$ Prin adunarea membrilor între ei se obţine:

$2x_2=l+L\rightarrow x_2=\frac{l+L}{2}$. Cum $x_1+x_2=L\rightarrow x_1=L-x_2$ şi substituind pe $x_2=\frac{l+L}{2}$ avem: $x_1=L-\frac{l+L}{2}=\frac{2L-l-L}{2}=\frac{L-l}{2}\rightarrow$

$\rightarrow x_1=\frac{L-l}{2}$. Cunoscând $x_1=\frac{L-l}{2}$ şi $x_2=\frac{L+l}{2}$ şi substituind în relaţia (1) obţinem: $f=\frac{\frac{L-l}{2}\frac{L+l}{2}}{L}=\frac{L^2-l^2}{4L}\rightarrow f=\frac{L^2-l^2}{4L}$.

Distanţa focală a lentilei se calculează cu relaţia: $f=\frac{L^2-l^2}{4L}$.

24. Se consideră o lentilă convergentă cu distanţa focală f. Pe axa optică principală a lentilei se aşează un obiect liniar de lungime $f/2$, Ştiind că extremitatea dreaptă a obiectului se află la dublul distanţei focale faţă de lentilă, dimensiunea imaginii acestui obiect poate fi: (Teste, Medicină, pag.439/1999)



Rezolvare

Din datele problemei şi din figură:

$-x_1=2f\rightarrow$ pentru B

$-x'_1 = \frac{5f}{2}$ pentru A. Pentru punctul luminos B:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \rightarrow x_2 = \frac{fx_1}{x_1 + f} = \frac{f(-2f)}{-2f + f} = 2f \rightarrow x_2 = 2f .$$

Deci imaginea lui B este B' şi se găseşte la distanţa $x_2 = 2f$ faţă de lentilă.

În mod analog se procedează şi pentru punctul luminos A: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \rightarrow$

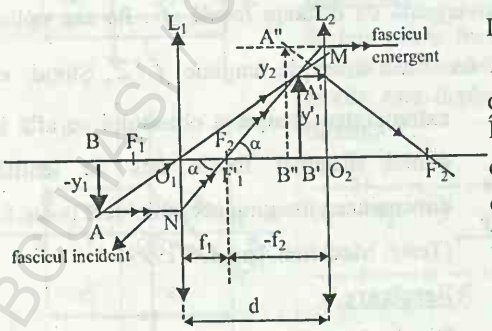
$$\rightarrow x'_2 = \frac{fx'_1}{x'_1 + f} = \frac{f\left(-\frac{5f}{2}\right)}{-\frac{5f}{2} + f} = \frac{5f}{3}.$$ Imaginea punctului A se formează în

A' la distanţa $\rightarrow x'_2 = \frac{5f}{3}$ de lentilă. Dimensiunea imaginii $A'B' = i =$

$= x_2 - x'_2 = 2f - \frac{5f}{3} = \frac{f}{3}$. Dimensiunea imaginii este: $i = \frac{f}{3}$.

25. Cu ajutorul unui sistem afocal realizat din două lentile L1 şi L2, având distanţele focale f1 şi f2, se obţine o imagine dreapta de două ori mai mare decât obiectul. Despre ce lentile se poate afirma că:

(Teste, Medicină, pag.439/1999)



Rezolvare

Imaginea finală $A''B'' = y_2$ este virtuală dreaptă şi mărită.

Întrucât sistemul de lentile este afocal, focarele F'_1 şi F_2 coincid.

Deoarece ΔMO_2F_2 şi ΔNO_1F_2 au un unghi α ascuţit şi egal, cele două triunghiuri dreptunghice sunt asemănătoare şi ne permite să scriem:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

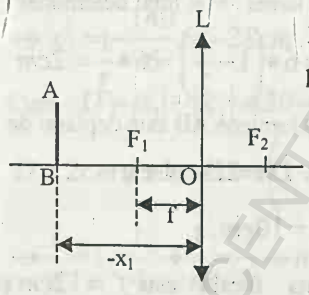
$\frac{y_2}{-f_2}=\frac{-y_1}{f_1}\rightarrow\frac{y_2}{f_2}=\frac{y_1}{f_1}$ (1). Cum $y_2=2y_1$ şi substituind în relaţia (1) obţinem : $\frac{2y_1}{y_1}=\frac{f_2}{f_1}\rightarrow f_2=2f_1$

Ambele lentile L_1 şi L_2 sunt convergente şi formează un sistem optic afocal, încât imaginea finală să fie dreaptă şi de două ori mai mare decât obiectul.

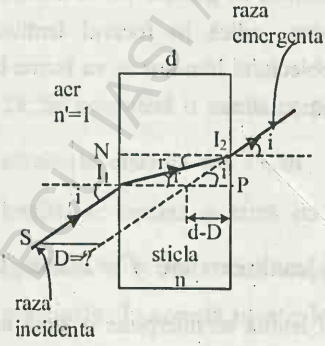
26. În faţa unei lentile convergente cu distanţa focală de 10 cm, este plasat un obiect la distanţa de 12cm de lentilă. Dacă între obiect şi lentilă se intercalează o lamă cu feţe plane şi paralele din sticlă cu indicele de refracţie n=1,5 şi grosimea de 6 cm, imaginea se formează faţă de lentilă la distanţa:

(Teste, Medicină, pag.439/1999)

Rezolvare



1) Fără a introduce lama între lentilă şi obiectul luminos.



2) După introducerea lamei poziţia obiectului luminos AB se apropie de lentilă datorită fenomenului de refracţie ce are loc în lama de grosime d şi de indice de refracţie n, încât trebuie determinată această deplasare D.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din figură $tgi = \frac{PI_2}{d-D} \rightarrow PI_2 = (d-D)tgi$ iar $tgr = \frac{I_1N}{d} \rightarrow$ $I_1N = dtgr$. Cum $PI_2 = I_1N$ obținem: $(d-D)tgi = dtgr$ (1).

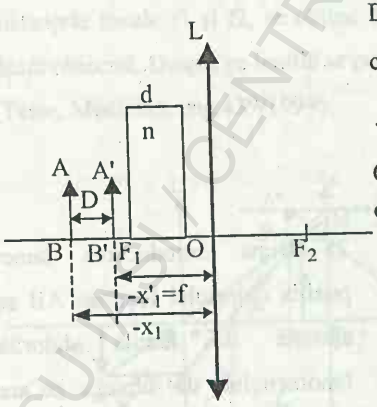
Însă pentru unghiul i și r mici, $tgi \cong \sin i$ și $tgr \cong \sin r$ încât relația (1) devine: $(d-D)\sin i = d\sin r$ (2). Aplicăm legea a doua a refracției : $n'\sin i = n\sin r$, unde $n' = 1$ fiind indice de refracție absolut al aerului ceea ce ne permite să scriem : $\sin i = n\sin r$ și pe care o substituim în relația (2):

$$(d-D)n\sin r = d\sin r \rightarrow (d-D)n = d \rightarrow dn - Dn = d \rightarrow$$

$$\rightarrow dn - d = Dn \rightarrow d(n-1)Dn \rightarrow D = \frac{d(n-1)}{n} = d\left(1-\frac{1}{n}\right) \rightarrow$$

$\rightarrow D = d\left(1-\frac{1}{n}\right)$, unde d este grosimea lamei, n indicele de refracție iar D cu cât este deplasat obiectul luminos AB datorită lamei . Mai întâi determinăm:

$$D = d\left(1-\frac{1}{n}\right) = 6\bullet\left(1-\frac{1}{1,5}\right) = 6\bullet\left(1-\frac{10}{15}\right) = 6\bullet\left(1-\frac{2}{3}\right) = 6\bullet\frac{1}{3} = 2cm$$



Deci obiectul luminos AB este deplasat de către lamă cu $D = 2cm$, încât $x_1' = 12 - 2 = 10cm$.

Cum distanța focală este $f = 12cm$ și obiectul luminos se găsește tot la distanța $-x_1' = 10cm$, adică în focarul lentilei, imaginea obiectului luminos se va forma la infinit adică $x_2' = \infty$.

27. Un punct luminos este plasat pe axa unei lentile care are $f = 20cm$, la distanța $x_1 = 30cm$. Între punctul luminos și lentilă se interpune o lamă cu

fețe plan paralele de grosime $e = 8cm$ perpendicular pe axa optică a lentilei. Știind că pentru a obține din nou imaginea clară, ecranul de observație trebuie depărtat cu $l = 10\ cm$, indicele de refracție al lamei are valoarea:

Rezolvare

1) Fără introducerea lamei.

Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow x_2=\frac{x_1 f}{x_1+f}\rightarrow x_2=\frac{-30\bullet 20}{-30+20}=\frac{-600}{-10}=60cm\rightarrow$$

$\rightarrow x_2 = 60cm$. Imaginea obiectului luminos se formează la distanța $x_2 = 60cm$ de lentilă.

2) După introducerea lamei.

În acest caz imaginea obiectului va fi: $x'_2 = x_2 + l = 60 + 10 = 70cm$.

Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{70}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{20}\rightarrow\frac{1}{70}-\frac{1}{20}=\frac{1}{x'_1}\rightarrow\frac{20-70}{1400}=\frac{1}{x'_1}\rightarrow$$

$$\rightarrow x'_1=-\frac{140}{5}=-28cm.$$

Cum $D=|x_1|-|x'_1|=30-28=2cm$. Cunoscând deplasarea obiectului $D = 2cm$ și cum $D=e\left(1-\frac{1}{n}\right)$, atunci: $2=8\bullet\left(1-\frac{1}{n}\right)\rightarrow\frac{1}{4}=1-\frac{1}{n}\rightarrow$

$\rightarrow\frac{1}{n}=1-\frac{1}{4}\rightarrow\frac{1}{n}=\frac{3}{4}\rightarrow n=\frac{4}{3}$. Indicele de refracție al lamei este $n=\frac{4}{3}$.

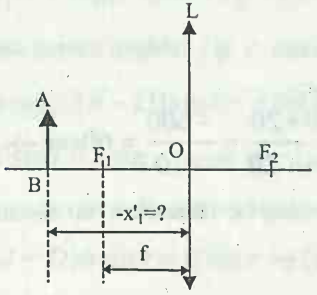
28. Se consideră o lentilă convergentă cu distanța focală $f = 20cm$, în fața căreia, la distanța de $21cm$, se așează un obiect liniar AB. Între obiect și lentilă, se așează o lamă de sticlă cu indice de refracție $n = 1{,}5$ având grosimea $d = 6cm$, care ocupă spațiul situat în partea superioară a axei optice principale. În această situație lentila va forma:

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină, pag.439/1999)

Rezolvare

1) Fără introducerea lamei:



Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

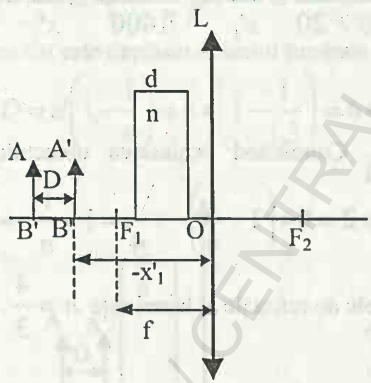
$$\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{x'_2}=\frac{1}{f}+\frac{1}{x'_1}$$

$$\rightarrow x'_2=\frac{x'_1 f}{x'_1+f}=\frac{20\bullet(-21)}{-21+20}=$$

$$=\frac{-420}{-1}=420cm\rightarrow x'_2=420cm.$$

Imaginea obiectului luminos se formează la $x'_2=420cm$ față de lentilă când nu s-a introdus lama între obiect și lentilă.

2) Introducere alamei între obiectul luminos și lentilă. În acest caz obiectul luminos se apropie de lentilă cu distanța



$$D=d\left(1-\frac{1}{n}\right)=6\left(1-\frac{1}{1,5}\right)=2cm,$$

încât $-x_1=21-2=19cm$.

Scriem prima lege fundamentală a lentilelor: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow$

$$\rightarrow x_2=\frac{x_1 f}{x_1+f}=\frac{-19\bullet(20)}{-19+20}=$$

$$=\frac{-380}{1}=-380cm.$$

În cazul când nu introducem lama, $x'_2=420cm$ ceea ce confirmă faptul că imaginea este reală și răsturnată și în cazul al doilea când se interpune între obiectul luminos și lentilă lama de grosime d și indicele de refracție n, $x_2=-380cm$, ceea ce ne face să afirmăm că imaginea este virtuală și dreaptă.

Distanța dintre cele două imagini este: $d=|x_2|+x'_2=$

$=380+420=800cm=8m$.

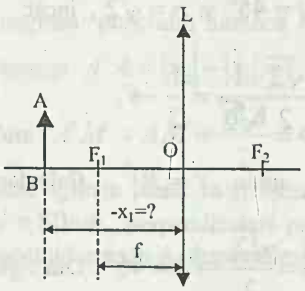
BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

29. Fie o lentilă convergentă cu distanța focală $f=10cm$, în fața căreia se așează un obiect AB. Între obiect și lentilă este așezată o lamă cu fețe plane și paralele, perpendiculară pe axul optic al lentilei, având indicele de refracție $n=1,5$ și grosimea $9cm$. La ce distanță de lentilă trebuie așezat obiectul dacă $\beta=-1$?

(Teste, Medicină, pag.440/1999)

Rezolvare

1) Fără introducerea lamei.

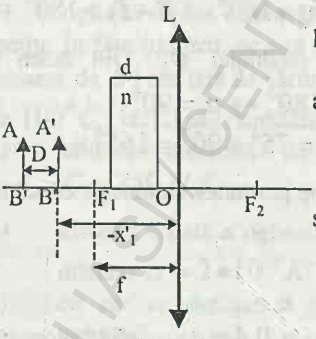


Prin introducerea lamei, obiectul luminos AB se deplasează spre lentilă cu distanța D pe care o aflăm cu relația:

$$D=d\left(1-\frac{1}{n}\right)=9\bullet\left(1-\frac{1}{1,5}\right)=$$

$$=9\bullet\left(1-\frac{2}{3}\right)=9\bullet\frac{1}{3}=3cm.$$

2) După introducerea lamei între obiectul luminos și lentilă.



Aplicăm prima formulă fundamentală a lentilelor: $\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow$ (1) și totodată și a doua formulă fundamentă :

$$\beta=\frac{x'_2}{x'_1}\rightarrow -1=\frac{x'_2}{x'_1}\rightarrow x'_2=-x'_1 \text{ și}$$

substituind în relația (1) avem:

$$-\frac{1}{x'_1}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow -\frac{2}{x'_1}=\frac{1}{f}\rightarrow 2f=-x'_1\rightarrow$$

$$\rightarrow -x'_1=2f=-2\bullet 10=-20cm\rightarrow$$

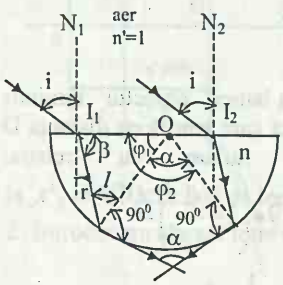
$\rightarrow -x'_1=-20cm$. Dar din figură: $\rightarrow -x_1=|x'_1|+D=20+3=23cm\rightarrow$ $\rightarrow x_1=-23cm$. Obiectul AB față de lentilă, trebuie așezat la distanța, $x_1=-23cm$.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

30. Un semicilindru este confecționat din sticlă cu indicele de refracție $n=\sqrt{2}$. Pe fața plană cad raze de lumină sub un unghi $i=45^0$. Razele de lumină se află într-un plan perpendicular pe axa cilindrului. Pe ce porțiune a suprafeței cilindrice ies razele de lumină?

(Teste, Medicină, pag.440/1999)

Rezolvare



Scriem legea a doua a refracției în punctul I_1: $n'\sin i = n\sin r$ şi cum $n'=1$ pentru aer, atunci: $\sin r = \dfrac{\sin i}{n}$. Dar $i=45^0$ şi $n=\sqrt{2}$, încât:

$$\sin r = \frac{\sin 45^0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow,$$

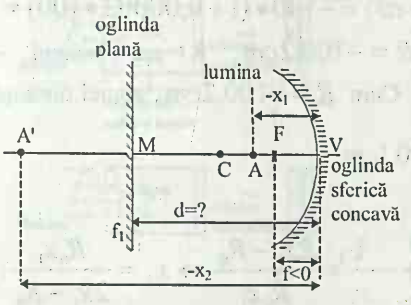
$\rightarrow \sin r = \dfrac{1}{2}$, de unde $r=30^0$. Calcularea unghiului limită l. Ştim că: $\sin l = \dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow l = 45^0$. Din figură unghiul: $\beta = 90^0 - r =$
$= 90^0 - 30^0 = 60^0 \rightarrow \beta = 60^0$. Unghiul $\varphi_1 = 180^0 - (\beta + l) = 180^0 -$
$-105^0 = 75^0 \rightarrow \varphi_1 = 75^0$. Calcularea unghiului φ_2. Din desen se constată că: $2\alpha + 2\bullet 90^0 = 360^0 \rightarrow 2\alpha = 180^0 \rightarrow \alpha = 90^0$.
Cunoscând pe $\alpha = 90^0$, atunci $\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha = 75^0 + 90^0 = 165^0 \rightarrow$
$\rightarrow \varphi_2 = 165^0$. Razele de lumină vor ieşi pe porțiunea suprafeței cilindrice pentru care: $75^0 < \varphi < 165^0$.

31. Un obiect luminos este plasat pe axul optic la $0{,}4m$ de o oglindă concavă, având distanța focală de $0{,}3m$. Unde trebuie aşezată oglinda plană, perpendiculară pe axa celei dintâi, pentru ca razele ce pleacă din obiect după reflexii pe cele două oglinzi să conveargă în acelaşi loc?

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină, pag.440/1999)

Rezolvare



Scriem prima formulă fundamentală a oglinzilor sferice:

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow x_2=\frac{fx_2}{x_2-f}$$

$$x_2=\frac{-0,3\bullet(-0,4)}{-0,4+0,3}=\frac{-0,12}{-0,1}=$$

$$-1,2m\rightarrow x_2=-1,2m.$$

Imaginea punctului luminos A se va forma în A' la distanța $x_2=-1,2m$.

Distanța $A'A=|x_2|-|x_1|=1,2-0,4=0,8m=80cm$.

Cum $A'M=AM=\frac{A'A}{2}=40cm$. Dar $d=MA+AN=40+40=80cm$,

încât oglinda plană va fi așezată, față de oglinda sferică concavă la distanța $d=80cm$, perpendiculară pe axa principală, pentru ca razele ce pleacă din punctul luminos A, după reflexii pe cele două oglinzi să ajungă tot în A.

32. O oglindă sferică concavă, aflată la 0^0C are raza de curbură egală cu un metru. În fața oglinzii, pe axa optică principală, se află un punct luminos, la distanța de $54\,cm$ față de vârful oglinzii. Se încălzește oglinda la temperatura de 100^0C, vârful său rămânând fix. Se cere:

a) căldura absorbită de oglindă, cunoscând capacitatea calorică $C=750j/K$

b) distanța focală a oglinzii la 100^0C, dacă aceasta are coeficientul de dilatare $\alpha=2\bullet10^{-5}K^{-1}$

c) cu cât se deplasează imaginea punctului luminos după încălzirea oglinzii?

(Teste, Medicină, pag.440/1999)

Rezolvare

a) Căldura absorbită de oglindă: $Q=C\Delta T=C(T-T_0)=750(373-273)=$

$= 750 \bullet 100 = 75000 j = 75 kj$

b)Avem o dilatare liniară: $R = R_0(1+\alpha t) = -100 \bullet (1+0{,}00002 \bullet 100) =$
$= -100 \bullet (1{,}002) = -100{,}2cm \rightarrow R = -100{,}2cm$. R are semnul – deoarece la oglinzile concave $R < 0$. Cum $R = -100{,}2cm$, atunci distanța focală va fi: $f = \frac{R}{2} = \frac{-100{,}2}{2} = -50{,}1cm$.

c) $\Delta x = ?$

La $0^0 C$: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R_0} \rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R_0} - \frac{1}{x_1} = \frac{2x_1 - R_0}{R_0 x_1} \rightarrow x_2 = \frac{R_0 x_1}{2x_1 - R_0}$.

Cum $x_1 = -54cm$ şi $R_0 = -100cm$, atunci:

$x_2 = \frac{R_0 x_1}{2x_1 - R_0} = \frac{-100 \bullet (-54)}{-108+100} = \frac{-5400}{8} = -675cm \rightarrow x_2 = -675cm.$

La $100^0 C$: $x'_2 = \frac{Rx_1}{2x_1 - R} = \frac{-100{,}2 \bullet (-54)}{-108+100{,}2} = -693{,}6cm \rightarrow x'_2 = -693{,}6cm$

Cunoscând pe x_2 şi x'_2 putem afla cu cât se deplasează imaginea punctului luminos după încălzire:

$\Delta x = |x'_2| - |x_2| = 693{,}6 - 675{,}0 = 18{,}6cm \rightarrow \Delta x = 18{,}6cm$.

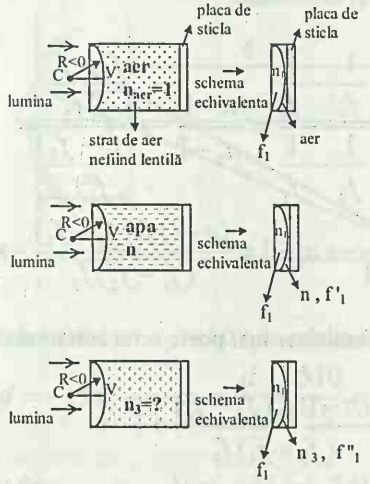
Deplasarea punctului luminos după încălzire este: $\Delta x = 18{,}6cm$.

33. O cuvă transparentă are ca perete lateral, în dreapta, o lamă de sticlă cu fețe plane şi paralele, iar pe peretele opus, o lentilă plan-convexă. Întregul sistem este considerat subțire. În cazul când cuva este goală, distanța focală a sistemului este f_1, iar dacă aceasta este umplută cu apă, cu indice de refracție n, distanța focală devine f_2 şi sistemul este convergent. Ştiind că dacă în cuvă se plasează un lichid cu indicele de refracție n_3, sistemul devine divergent cu distanța focală f_3, indicele de refracție n_3 este dat de relația:

(Teste, Medicină, pag.440/1999)

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare



$$\frac{1}{f_1}=(n_1-1)\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{R}\right)=$$

$$=-(n_1-1)\frac{1}{R}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{1}{f_1}=-(n_1-1)\frac{1}{R}\text{ unde } R<0$$

Fiind un sistem optic alcătuit din două lentile lipite, putem scrie:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f'_1}\text{ unde: }\frac{1}{f'_1}=$$

$$=(n_1-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right)=(n-1)\frac{1}{R},$$

încât: $\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f_1}+(n-1)\frac{1}{R}$

Sistemul optic este format din două lentile de indici de refracție n_1 și n_3 și putem scrie: $\frac{1}{f_3}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f''_1}$ unde

$$\frac{1}{f''_1}=(n_3-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{1}{f''_1}=(n_3-1)\frac{1}{R}.$$

Avem sistemul: $\begin{cases}\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f_1}+(n-1)\frac{1}{R}\\ \frac{1}{f_3}=\frac{1}{f_1}+(n_3-1)\frac{1}{R}\end{cases}$ Necunoscute sunt n_3 și R.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din prima ecuație: $\frac{1}{f_2}-\frac{1}{f_1}=(n-1)\frac{1}{R}$ și din a doua:

$\frac{1}{f_3}-\frac{1}{f_1}=(n_3-1)\frac{1}{R}$. Facem raportul: $\frac{\frac{1}{f_2}-\frac{1}{f_1}}{\frac{1}{f_3}-\frac{1}{f_1}}=\frac{n-1}{n_3-1}\rightarrow\frac{\frac{f_1-f_2}{f_1f_2}}{\frac{f_1-f_3}{f_1f_3}}=$

$=\frac{n-1}{n_3-1}\rightarrow\rightarrow\frac{f_1-f_2}{f_2}\frac{f_3}{f_1-f_3}=\frac{n-1}{n_3-1}\rightarrow n_3-1=\frac{(n-1)f_2(f_1-f_3)}{(f_1-f_2)f_3}\rightarrow$

$\rightarrow n_3=\frac{(n-1)f_2(f_1-f_3)}{(f_1-f_2)f_3}+1$. Acest rezultat se mai poate scrie sub forma.

$\rightarrow n_3=\frac{(n-1)f_2(f_1-f_3)}{(f_1-f_2)f_3}+1\rightarrow n_3=\frac{(n-1)f_2(f_3-f_1)}{(f_2-f_1)f_3}+1$

Se aduce la același numitor:

$$n_3=\frac{(nf_2-f_2)(f_3-f_1)+(f_2-f_1)f_3}{(f_2-f_1)f_3}=$$

$$=\frac{nf_2f_3-f_2f_3-nf_2f_1+f_2f_1+f_2f_3-f_1f_3}{(f_2-f_1)f_3}=\frac{nf_2(f_3-f_1)+f_1(f_2-f_3)}{(f_2-f_1)f_3}$$

Pentru n_3

$$n_3=\frac{(n-1)f_2(f_1-f_3)}{(f_1-f_2)f_3}+1$$

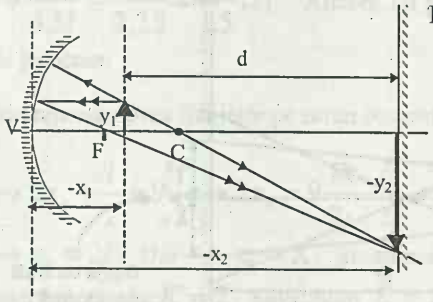
$$n_3=\frac{(n-1)f_2(f_3-f_1)}{(f_2-f_1)f_3}+1$$

$$n_3=\frac{nf_2(f_3-f_1)+f_1(f_2-f_3)}{(f_2-f_1)f_3}$$

34. Un obiect luminos rectiliniu este proiectat pe un ecran așezat la 5,10m de obiect de către o oglindă concavă. Dacă imaginea este de 16 ori mai mare ca obiectul, atunci distanța focală a oglinzii și poziția obiectului au valorile:
(Teste, Medicină, pag.440/1999)

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare



Din figură $-x_1 + d = -x_2 \, (1)$

$$\beta = \frac{-y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}, \text{ dar } y_2 = 16y_1$$

$$\rightarrow \frac{16y_1}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \rightarrow x_2 = 16x_1$$

Substituind pe $x_2 = 16x_1$ în relaţia (1) , obţinem: $-x_1 + d = -16x_1 \rightarrow$

$$d = -15x_1 \rightarrow -x_1 = \frac{d}{15} = \frac{510}{15} = 34cm \rightarrow -x_1 = 34cm \rightarrow x_1 = -34cm$$

Aflăm pe: $x_2 = 16x_1 = 16 \bullet (-34) = -544cm$

Pentru aflarea distanţei focale f ne folosim de prima formulă fundamentală a oglinzilor sferice: $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$.

Numeric: $\rightarrow f = \frac{(-34) \bullet (-544)}{-34 - 544} = -32cm$

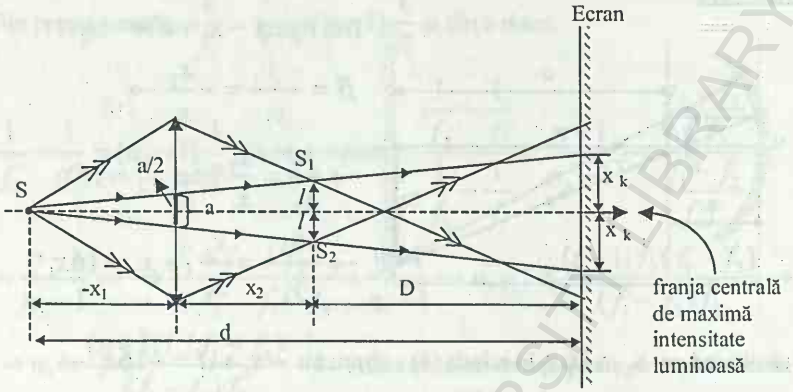
Distanţa focală a oglinzilor sferice concave este f=-32cm iar poziţia obiectului are valoarea $x_1 = -34cm$.

35. O lentilă cu distanţa focală $f = 50cm$ se taie în două printr-un plan care conţine axa optică principală, iar cele două jumătăţi se îndepărtează una de alta cu o distanţă a care se umple cu o substanţă opacă. La distanţa de $75cm$ de lentilă se află o sursă punctiformă care emite radiaţii cu $\lambda = 500nm$. Ecranul e observaţie, se află la distanţa de $4{,}5m$ de lentilă. Pe porţiunea de ecran care taie zona comună celor două fascicule care pleacă din imaginile sursei se observă 5 franje luminoase. Distanţa a este dată de:
(Teste, Medicină, pag.441/1999)

Rezolvare

Dispozitivul optic de interferenţă a luminii se mai numeşte şi lentilele lui Billet. Schema dispozitivului:

BUCHAREST CENTER UNIVERSITY LIBRARY



Pentru aflarea distanței x_2 de la lentilele lui Billet la sursele luminoase şi coerente S_1 şi S_2 ne folosim de prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow x_2=\frac{fx_1}{x_1+f}=\frac{0{,}5\bullet(-0{,}75)}{-0{,}75+0{,}5}=1{,}5m\rightarrow x_2=1{,}5m$$

Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice din figură scriem:

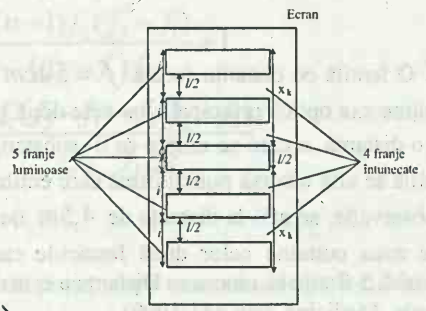
$$\frac{x_k}{|x_1|+d}=\frac{l}{|x_1|+x_2}=\frac{\frac{a}{2}}{|x_1|}\rightarrow\frac{x_k}{0{,}75+4{,}5}=\frac{l}{-0{,}75+1{,}5}=\frac{a}{1{,}5}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{x_k}{5{,}25}=\frac{l}{2{,}25}=\frac{a}{1{,}5}\quad(1)\ .$$

Dar $x_k=K\dfrac{D\lambda}{2l}=K\dfrac{3\lambda}{2l}$.

Substituind pe $x_k=K\dfrac{3\lambda}{2l}$ în relația (1) obținem:

$$\rightarrow\frac{1}{5{,}25}K\frac{3\lambda}{2l}=\frac{l}{2{,}25}=\frac{a}{1{,}5}\rightarrow$$



BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \frac{K\lambda}{3,5l} = \frac{l}{2,25} = \frac{a}{1,5}$ (2). Aflarea lui K: Reprezentăm o schiță a franjelor de pe ecran:

Din reprezentarea franjelor pe ecran observăm: $x_k + \frac{i}{2} + x_k = 5\frac{i}{2} + 4\frac{i}{2} \rightarrow$

$\rightarrow 2x_k + \frac{i}{2} = 9\frac{i}{2} \rightarrow 2x_k = 9\frac{i}{2} - \frac{i}{2} \rightarrow 2x_k = \frac{8i}{2} \rightarrow 2x_k = 4i \rightarrow$

$\rightarrow x_k = 2i$. Dar $\rightarrow x_k = Ki$ şi atunci: $Ki = 2i \rightarrow K = 2$. Ordinul de interferență este $K = 2$. Substituim $K = 2$ în relația (2) şi avem :

$\rightarrow \frac{2\lambda}{3,5l} = \frac{l}{2,25} = \frac{a}{1,5}$ (3). Din relația (3) $\rightarrow \frac{2\lambda}{3,5l} = \frac{l}{2,25} \rightarrow 3,5l^2 = 4,5\lambda$

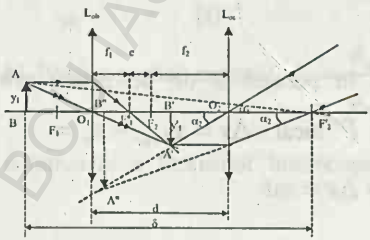
$\rightarrow 7l^2 = 9\lambda \rightarrow l = 3\sqrt{\frac{\lambda}{7}}$. Tot din relația (3) $\rightarrow \frac{l}{2,25} = \frac{a}{1,5} \rightarrow a = \frac{1,5l}{2,25} \rightarrow$

$\rightarrow a = \frac{1,5l}{2,25} = \frac{15}{22,5} \bullet 3\sqrt{\frac{\lambda}{7}} = \frac{1}{0,5}\sqrt{\frac{\lambda}{7}} = 2\sqrt{\frac{\lambda}{7}} = 2\sqrt{\frac{5 \bullet 10^{-7}}{7}} =$

$= 2 \bullet 10^{-3}\sqrt{\frac{5}{7}} m = 0,53mm$. Deci $a = 0,53mm$.

Distanța cu care se îndepărtează cele două jumătăți din lentila convergentă şi umplută cu o substanță opacă este : $a = 0,53mm$.

36. Distanța focală a ocularului unui microscop optic $f_2 = 5cm$, distanța dintre obiectiv şi ocular este $d = 15cm$, iar grosismentul microscopului $G = 225$. Care este distanța focală f_1 a obiectivului microscopului, dacă distanța minimă de vedere clară este $\delta = 25cm$?
(Teste, Medicină, pag.441/1999)



Rezolvare

De la microscopul optic cunoaştem formulele:

$G = P\delta \rightarrow P = \frac{G}{\delta}$, unde

$G \rightarrow$ grosismentul microscopului

$P \rightarrow$ puterea optică

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

$\delta \rightarrow$ distanța optică de vedere ce pentru ochi normal are valoarea de $0,25m$.

Cum $P = \frac{e}{f_1 f_2}$ și $P = \frac{G}{\delta}$ obținem: $\frac{G}{\delta} = \frac{e}{f_1 f_2}$ (1) unde

$e \rightarrow$ reprezintă intervalul optic adică distanța dintre F_1' și F_2'.

Din figură se vede că : $d = f_1 + e + f_2 \rightarrow e = d - f_1 - f_2$ și înlocuind în relația (1) obținem: $\frac{G}{\delta} = \frac{d - f_1 - f_2}{f_1 f_2} \rightarrow Gf_1 f_2 = \delta d - \delta f_1 - \delta f_2 \rightarrow$

$$\rightarrow f_1(Gf_2 + \delta) = \delta(d - f_2) \rightarrow f_1 = \frac{\delta(d - f_2)}{Gf_2 + \delta}.$$

Distanța focală a obiectivului este : $f_1 = \frac{\delta(d - f_2)}{Gf_2 + \delta}$

Numeric: $f_1 = \frac{5}{23} cm \cong 0,21cm$.

37. În drumul uneia dintre fasciculele care interferă în dispozitivul Young, s-a introdus o placă de sticlă cu indicele de refracție n și grosime d. Fasciclul cade normal pe suprafața plăcii de sticlă. Prin introducerea plăcii figura de interferență s-a deplasat pe ecran astfel încât franja de ordinul k se formează în locul unde se va forma franja de ordinul k+m în absența plăcii de sticlă.

Lungimea de undă a radiației cu care se lucrează rezultă din relația:

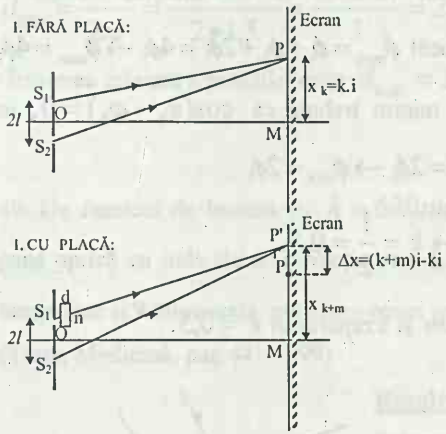
(Teste, Medicină, pag.441/1999)

Rezolvare

Deplasarea franjei de ordinul k aflată în punctul P de pe ecran, prin introducerea lamei de sticlă s-a deplasat în P' încât : $\Delta x = x_{k+m} - x_k =$

$= (k+m)i - ki = ki + mi - ki = = mi \rightarrow \Delta x = mi$

Schema dispozitivului lui Young



Dar cum $\Delta x = \frac{di}{\lambda}(n-1)$ vom obține:

$$mi = \frac{di}{\lambda}(n-1) \rightarrow \lambda = \frac{d(n-1)}{m}.$$

Lungimea de undă a oscilației folosită în dispozitivul Young se calculează cu relația:

$$\lambda = \frac{d(n-1)}{m}.$$

38. Pe un dispozitiv Young care are distanța dintre fante $a = 0{,}1mm$ și distanța dintre fante și ecran $D = 2m$ se trimite o radiație monocromatică cu $\lambda = 500nm$. Valoarea interfranjei i și raportul k dintre fluxul magnetic în puncte ale ecranului de observație situate la mijlocul distanței dintre un maxim și minim următor, respectiv în maximele de interferență sunt date de:

(Teste, Medicină, pag.441/1999)

Rezolvare

a)Aflarea interfranjei se determină din formula

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{5 \bullet 10^{2} \bullet 10^{-9} \bullet 2}{10^{-4}} = 10^{-2} m = 10^{-2} \bullet 10^{3} m = 10mm$$

b) Pentru a găsi raportul $K = \frac{\phi_{min}}{\phi_{max}}$ ne folosim de formula rezultantei de compunere a fluxurilor luminoase: $\phi = \phi_1 + \phi_2 + 2\sqrt{\phi_1 \phi_2}\cos\Delta\varphi$, unde

EDUCATIONAL CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Pentru ca fluxul luminos să fie maxim, trebuie ca $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1$, iar $\varphi_1 = \varphi_2$, încât $\phi_{max} = \phi_1 + \phi_2 + 2\phi_1 = 4\phi_1 \rightarrow \phi_{max} = 4\phi_1$

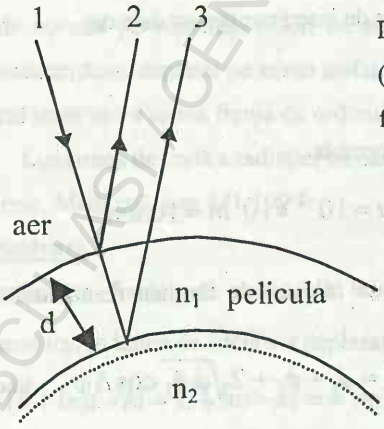
Pentru ca fluxul luminos să fie minim trebuie ca $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$, iar $\varphi_1 = \varphi_2$, încât $\phi_{min} = \phi_1 + \phi_2 + 0 = 2\phi_1 \rightarrow \phi_{min} = 2\phi_1$

Raportul $K = \dfrac{\phi_{min}}{\phi_{max}} = \dfrac{2\phi_1}{4\phi_1} = \dfrac{1}{2} \rightarrow k = \dfrac{1}{2} = 0{,}5.$

Valoarea interfranjei este $i = 10mm$ şi a raportului $k = 0{,}5$.

39. Un fascicul paralel de lumină monocromatică cu $\lambda = 0{,}6\mu m$, cade normal pe suprafaţa unei pelicule transparente subţiri cu indicele de reflecţie $n = 1{,}5$, formată pe un suport care are indicele de refracţie $n_2 = 1{,}5$. Să se determine grosimea minimă a penei astfel încât, prin interferenţa luminii reflectate, să se obţină un maxim de intensitate.

(Teste, Medicină, pag.441/1999)



Rezolvare

Diferenţa de drum optic între fasciculele (2) şi (3) coerente, ce provin de la fasciculul (1) este:

$\delta = n_1 d + n_1 d = 2n_1 d$. Cum $\delta = k\lambda$ putem scrie: $k\lambda = 2n_1 d \rightarrow$

$\rightarrow d = \dfrac{k\lambda}{2n_1} \rightarrow$ grosimea peliculei.

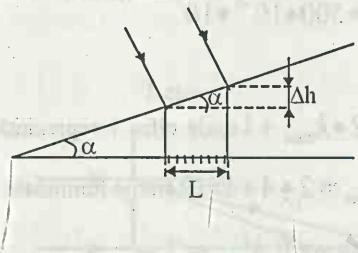
Pentru un maxim de intensitate $k = 1$, atunci grosimea minimă este:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$d_{min} = \frac{1 \bullet \lambda}{2n_1} = \frac{0,6 \bullet 10^{-6}}{2 \bullet 1,5} = \frac{6 \bullet 10^{-7}}{3} = 2 \bullet 10^{-7} m \rightarrow d_{min} = 2 \bullet 10^{-7} \text{ m}.$$

Grosimea minimă a peliculei este: $d_{min} = 2 \bullet 10^{-7}$ m.

40. Un fascicol de lumină cu $\lambda = 630nm$ cade sub incidența normală pe o pană optică cu indicele de refracție $n = 1,5$. Știind că se formează 10 franje luminoase și 9 întunecate, grosimea penei pe acest interval de franje variază cu: (Teste, Medicină, pag.441/1999)



Rezolvare

Schema penei optice la incidența normală:

Între L, N și i este relația:

$L = Ni = 9i$. Din figură se constată că $tg\alpha = \frac{\Delta h}{L} = \frac{\Delta h}{9i}$.

Pentru α mici $tg\alpha \cong \alpha$ și atunci:

$$\alpha = \frac{\Delta h}{9i} \rightarrow \Delta h = \alpha \bullet 9 \bullet i \quad (1)$$

Dar formula penei la incidența normal este: $i = \frac{\lambda}{2n\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{\lambda}{2ni}$ (2).

Substituim relația (2) în (1) și avem:

$\Delta h = \frac{9\lambda}{2ni} i = \frac{9\lambda}{2n}$. Grosimea penei Δh se calculează cu relația $\Delta h = \frac{9\lambda}{2n}$.

Numeric: $\Delta h = 1,89 \mu m$.

41. Pe o rețea de difracție, având lungimea porțiunii trasate $L = 4,8cm$ și un număr de trăsături $N = 2 \bullet 10^4$, se transmite normal un fascicul paralel de radiații monocromatice cu $\lambda = 500nm$. Numărul total de maxime care se formează este:

BCUJAS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare

În cazul incidenței normale a radiațiilor monocromatice pe o rețea optică avem formula: $k\lambda = l\sin\alpha$ unde $l = \frac{L}{N}$ încât : $k\lambda = \frac{L}{N}\sin\alpha$. Numărul de maxime ce se formează numai de o parte a franjei centrale se află cu ajutorul relației (1) punând condiția ca $\alpha = 90^0$: $k_{max}\lambda = \frac{L}{N}\sin 90^0 \rightarrow$

$\rightarrow k_{max} = \frac{L}{N\lambda}$. Numeric: $k_{max} = \frac{4{,}8}{2 \bullet 10^4 \bullet 500 \bullet 10^{-9} \bullet 10^2} = 4{,}8 \cong 4 \rightarrow$

$k_{max} = 4$ maxime.

Numărul total de franje este : $k'_{max} = 2 \bullet k_{max} + 1$ unde cifra 1 reprezintă franja centrală puternic luminată, încât: $k'_{max} = 2 \bullet 4 + 1 = 9$ franje luminoase

Numărul total de franje luminoase de pe ecran vor fi $k'_{max} = 9$.

42. Un fascicul paralel de radiații monocromatice cade perpendicular pe o rețea de difracție cu 250 de trăsături pe milimetru. Razele de lumină care formează maximul de ordinul 4 sunt înclinate față de normala la rețea cu unghiul $\alpha = 30^0$. Lungimea de undă a radiației are valoarea:

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare

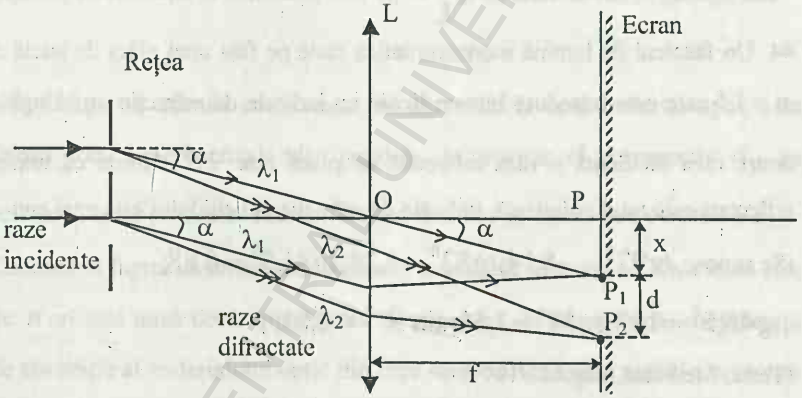
Ne folosim de formula incidenței normale a radiațiilor monocromatice pe o rețea optică: : $k\lambda = l\sin\alpha$ unde $l = \frac{L}{N}$ și atunci $k\lambda = \frac{L}{N}\sin\alpha \rightarrow$

$\lambda = \frac{\sin\alpha}{nk}$. Numeric: $\lambda = 500nm$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

43. O rețea de difracție cu 3000 tăieturi pe centimetru iluminată, sub incidență normală, cu un fascicol de radiații având lungimi de undă cuprinse în intervalul 400-700nm. Imaginea de difracție se obține cu o lentilă convergentă cu $f = 30cm$. În ecranul plasat în planul focal al lentilei se decupează o deschidere dreptunghiulară cu lățimea de $1cm$ având latura dinspre planul de simetrie al sistemului la distanța de $5cm$ de aceasta. Lungimile de undă ale radiațiilor care ies prin deschiderea respectivă sunt cuprinse în intervalul:
(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare



Ne servim de formula: $k\lambda = l\sin\alpha = \frac{1}{n}\sin\alpha$ (1). Vom considera primul maxim $k = 1$ și atunci, formula devine $\lambda = \frac{\sin\alpha}{n}$. Dar din figură se vede că $tg\alpha = \frac{x}{f}$ și cum pentru unghiul α forte mic $tg\alpha \cong \sin\alpha$, atunci: $\sin\alpha = \frac{x}{f}$, încât relația (1) se scrie: $\lambda = \frac{x}{nf}$.

Pentru radiațiile de lungimile de undă:

BUCUREȘTI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\lambda_1 = \frac{x}{nf} = \frac{5 \bullet 10^{-2}}{3 \bullet 10^3 \bullet 10^2 \bullet 0,3} = \frac{5}{9} \bullet 10^{-6} m = 0,55 \bullet 10^{-6} \bullet 10^9 nm \cong 550nm \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda_1 = 550nm.$$

Pentru radiațiile de lungimile de undă:

$$\lambda_2 = \frac{x+d}{nf} = \frac{6 \bullet 10^{-2}}{3 \bullet 10^5 \bullet 3 \bullet 10^{-1}} = \frac{2}{3} \bullet 10^{-6} m = 0,66 \bullet 10^{-6} \bullet 10^9 nm \cong 660nm \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda_1 = 660nm.$$

Lungimile de undă ale radiațiilor care ies prin deschiderea respectivă sunt cuprinse în intervalul: $550nm < \lambda < 660nm$.

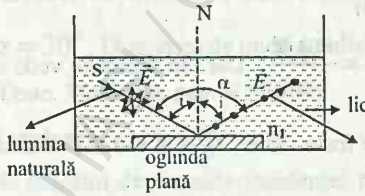
44. Un fascicul de lumină monocromatică cade pe fața unei plăci de sticlă cu $n = 1,5$ care este introdusă într-un lichid cu indicele de refracție n_1. Unghiul dintre raza incidentă și raza reflectată de placă este 97^0. Știind că lumina reflectată este total polarizată, indicele de refracție al lichidului este egal cu:

(Se cunosc $tg97^0 = -8,14; tg83^0 = 8,14; tg41,5^0 = 0,88;$

$; tg48,5^0 = 1,13; tg57^0 = 1,53; \sin 57^0 = 0,83;$)

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Schema polarizării prin reflexie



Rezolvare

Scriem legea Brewster:

$tgi = \frac{n_2}{n_1}$, unde $n_2 = n \rightarrow$ indicele de refracție absolut al mediului din care este construită oglinda plană, încât:

$$tgi = \frac{n}{n_1} \rightarrow n_1 = \frac{n}{tgi} \quad (1).$$

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aflarea unghiului de incidență se calculează cu relația : $\alpha = 2i \rightarrow i = \frac{\alpha}{2}$ și atunci relația (1) devine : $n_1 = \frac{n}{tg\frac{\alpha}{2}}$.

Indicele de refracție absolut n_1 se calculează cu relația: $n_1 = \frac{n}{tg\frac{\alpha}{2}}$.

Numeric: $n_1 = \frac{1,5}{tg48^0 30'} = \frac{1,5}{1,13} \cong 1,33 \cong \frac{4}{3} \rightarrow n_1 = \frac{4}{3} \rightarrow$ apă.

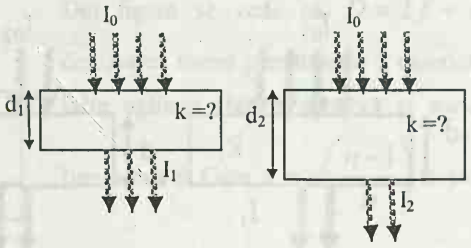
Indicele de refracție al lichidului este $n_1 = \frac{4}{3}$ și ca atare în vas se găsește apă.

45. Pentru a calcula coeficientul de absorbție al unui material optic s-au folosit două lame cu fețele plan paralele, de grosime d_1 și respectiv d_2, pe cele două lame se trimite câte un fascicul luminos de intensitate constantă I_0. Cunoscând faptul că intensitatea radiantă transmisă de cea de-a doua lamă este de n ori mai mică decât intensitatea I_1 transmisă de prima lamă, coeficientul de absorbție al materialului optic din care sunt confecționate ambele lame este dat de relația:

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare

Problema face parte din fenomenul de absorbție a luminii:



BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru aflarea coeficientului de absorbție k ne vom folosi de legea de absorbție a luminii $I = I_0 e^{-kd}$ scrisă pentru prima lamă de grosime d_1 și apoi de a doua lamă de grosime d_2 ținând seama că intensitatea fluxurilor luminoase emergente sunt în relația: $I_2 = \frac{I_1}{n} \rightarrow I_1 = nI_2$.

Vom scrie: $I_1 = I_0 e^{-kd_1}$ și $I_2 = I_0 e^{-kd_2}$ și făcând raportul obținem:

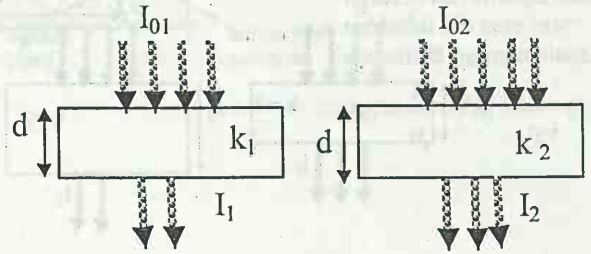
$$\frac{nI_2}{I_2} = \frac{e^{-kd_1}}{e^{-kd_2}} = e^{-kd_1 - kd_2} \rightarrow n = e^{-kd_1 + kd_2} \rightarrow n = e^{k(d_2 - d_1)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln n = k(d_2 - d_1) \ln e \rightarrow k = \frac{\ln n}{d_2 - d_1}.$$

46. La trecerea unui fascicul paralel de radiație optică, cu o anumită lungime de undă, printr-un material optic, intensitatea radiantă transmisă este de n ori mai mică decât intensitatea fascicolului incident, iar la trecerea unui alt fascicul paralel de radiație optică ce are o altă lungime de undă, după parcurgerea aceleiași distanțe d, prin același material intensitatea fasciculului transmis este de n ori mai mică decât intensitatea inițială. Cunoscând valoarea coeficientului de absorbție k_1 corespunzător primei radiații, coeficientul de absorbție k_2 corespunzător celei de a doua va fi:

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare



BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicând în ambele cazuri legea absorbției $I = I_0 e^{-kd}$ vom scrie:

pentru radiațiile de intensitate $I_{01} \rightarrow I_1 = I_{01} e^{-k_1 d}$ și pentru cele de intensitate $I_{02} \rightarrow I_2 = I_{02} e^{-k_2 d}$. Cum $I_1 = \frac{I_{01}}{m}$ și $I_2 = \frac{I_{02}}{n}$, obținem: $\frac{I_{01}}{m} = I_{01} e^{-k_1 d}$ și $\frac{I_{02}}{n} = I_{02} e^{-k_2 d} \rightarrow \frac{1}{m} = e^{-k_1 d}$ și $\frac{1}{n} = e^{-k_2 d} \rightarrow \frac{1}{m} = \frac{1}{e^{k_1 d}}$ și $\frac{1}{n} = \frac{1}{e^{k_2 d}} \rightarrow$

$\rightarrow \ln m = k_1 d \ln e$ și $\ln n = k_2 d \ln e$, unde $\ln e = 1$

Facem diferența membrilor: $d(k_2 - k_1) = \ln n - \ln m \rightarrow$

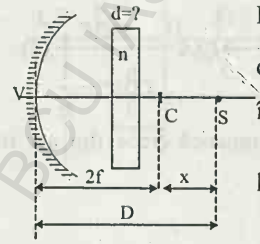
$$d(k_2 - k_1) = \ln \frac{n}{m} \rightarrow k_2 - k_1 = \frac{1}{d} \ln \frac{n}{m} \rightarrow k_2 = k_1 + \frac{1}{d} \ln \frac{n}{m}.$$

Coeficientul de absorbție k_2 pentru cea de a doua relație se calculează cu relația: $k_2 = k_1 + \frac{1}{d} \ln \frac{n}{m}$.

47. Se consideră o oglindă sferică concavă, cu distanța focală f și la distanța D de vârful ei, se află o sursă punctiformă de lumină. Între oglindă și sursa punctiformă, se așează perpendicular pe axa optică o placă transparentă de indice de reflexie n. Să se afle grosimea plăcii în condiția ca imaginea dată de oglindă să se formeze chiar în locul unde se găsește sursa punctiformă de lumină.

(Teste, Medicină, pag.442/1999)

Rezolvare



Din figură se vede că $D = 2f + x$ unde x este deplasarea sursei punctiforme S datorită lamei așezate între oglinda sferică concavă și sursa punctiformă luminoasă S. Cum $x = d\left(\frac{n-1}{n}\right)$ avem:

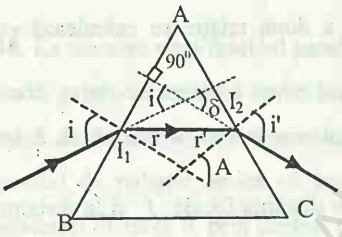
BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$D=2f+\frac{d(n-1)}{n}\rightarrow D-2f=\frac{d(n-1)}{n}\rightarrow d=\frac{n(D-2f)}{n-1}$$

Grosimea lamei d se calculează cu relația: $d=\frac{n(D-2f)}{n-1}$.

48. O rază monocromă de lumină, cade pe fața AB a unei prisme cu indicele de refracție absolut n și sub unghiul de incidență i. Se constată că raza emergentă are direcția perpendiculară pe fața AB. Să se calculeze unghiul prismei A.

Rezolvare



Din figură se constată că $\delta=i$ și cum

$\delta=i+i'-A\rightarrow i=i+i'-A\rightarrow i'=A$

adică unghiul de emergență i' este egal cu unghiul prismei A.

Tot din desen se vede că

$A=r+r'\rightarrow r'=A-r\rightarrow$

$\rightarrow \sin r'=\sin(A-r)$ (1). Scriem legea a doua a refracției din prisma în aer:

$n\sin r'=\sin i'=\sin A\rightarrow \sin r'=\frac{\sin A}{n}$ (2) Din (2) și (1) avem:

$$\frac{\sin A}{n}=\sin(A-r)=\sin A\cos r-\cos A\sin r\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\sin A}{n}-\sin A\cos r=-\cos A\sin r\rightarrow\sin A\left(\frac{1}{n}-\cos r\right)=-\cos A\sin r\rightarrow$$

$$\cos A\sin r=(\sin A)\left(\cos r-\frac{1}{n}\right)\rightarrow\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\sin r}{\cos r-\frac{1}{n}}\rightarrow tgA=\frac{\sin r}{\cos r-\frac{1}{n}}\ (3).$$

Din legea a doua a refracției când lumina monocromatică trece din aer în prismă:

$\sin i = n \sin r \rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$ (4). Din relația (3) și (4):

$$tgA = \frac{\sin i}{\cos r - \frac{1}{n}} = \frac{\sin i}{n \cos r - 1}.$$

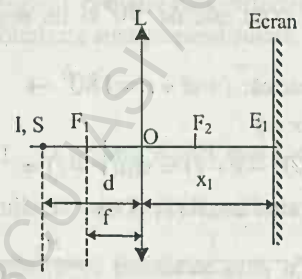
Dar $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$,

încât $tgA = \frac{\sin i}{n\frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - 1} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - 1}$.

Unghiul prismei A se calculează cu relația: $tgA = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - 1}$.

49. O sursă luminoasă punctiformă de intensitate I se găsește la distanța d față de o lentilă convergentă cu distanța focală f. Iluminarea E_1 produsă pe un ecran trebuie calculată și are o anumită valoare. Dacă distanța dintre sursa punctiformă luminoasă și lentilă crește de p ori și devine E_2 și care trebuie determinat, se întreabă care este raportul dintre $\frac{E_2}{E_1}$ în funcție de: f, d și p?

Rezolvare



1) Când sursa punctiformă se află la distanța d de lentilă, iluminarea este:

$$E_1 = \frac{I}{x_1^2} \text{ (1).}$$

Aflarea lui x_1^2.

Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_1} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{d+f}{fd} \rightarrow$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow x_1 = \frac{fd}{d+f}$ (2). Substituim pe (2) în (1) şi avem: $E_1 = \frac{I(d+f)^2}{f^2 d^2}$.

2)Când sursa punctiformă se găseşte la distanţa pd faţă de lentilă: $E_2 = \frac{I}{x_2^2}$ (3)

unde x_2 îl aflăm cu ajutorul primei formule fundamentale a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{pd} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{pd} = \frac{pd+f}{fpd} \rightarrow x_2 = \frac{fpd}{pd+f} \quad (4)$$

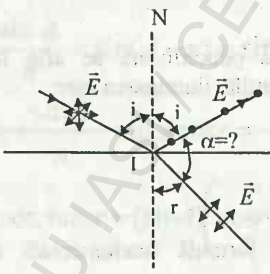
Substituim relaţia (4) în relaţia (3) şi obţinem: $E_2 = \frac{I(pd+f)^2}{f^2 p^2 d^2}$.

Cele două iluminări sunt: $E_1 = \frac{I(d+f)^2}{f^2 d^2}$ şi $E_2 = \frac{I(pd+f)^2}{f^2 p^2 d^2}$.

Facem raportul $\frac{E_2}{E_1}$ şi găsim: $\frac{E_2}{E_1} = \frac{I(pd+f)^2}{f^2 p^2 d^2} \cdot \frac{f^2 d^2}{I(d+f)^2} = \frac{(pd+f)^2}{p^2 (d+f)^2}$

Raportul iluminărilor va fi: $\frac{E_2}{E_1} = \left[\frac{pd+f}{p(d+f)}\right]^2$.

50. Pe baza legii Brewster $tgi = \frac{n_2}{n_1}$, să se demonstreze că unghiul dintre raza reflectată şi cea refractată este de 90^0.



Rezolvare

Presupunem că α nu este de 90^0 ci un unghi ascuţit.

Din figură se vede că: $i + \alpha + r = 180^0 \rightarrow$

$\rightarrow \alpha = 180^0 - r - i$

$\sin\alpha = \sin(180^0 - r - i) = \sin(r+i) =$

$= \sin r \cos i + \sin i \cos r$ (1). Dar

$$\sin i = \frac{tgi}{\sqrt{1+tg^2 i}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{tg^2 i}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{n_1^2}{n_2^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{n_2}\sqrt{n_1^2+n_2^2}} = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}} \rightarrow$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \sin i = \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$. Însă $\cos i = \dfrac{1}{\sqrt{1 + tg^2 i}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{n_2^2}{n_1^2}}} = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$.

Legea a doua a refracției: $n_1 \sin i = n_2 \sin r \rightarrow \sin r = \dfrac{n_1}{n_2} \sin i =$

$= \sin r = \dfrac{n_1}{n_2} \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \rightarrow \sin r = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$.

$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \dfrac{n_1^2}{n_1^2 + n_2^2}} = \sqrt{\dfrac{n_1^2 + n_2^2 - n_1^2}{n_1^2 + n_2^2}} = \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \rightarrow$

$\cos r = \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$.

Cunoaștem : $\sin i = \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$, $\cos i = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$, $\sin r = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$ și

$\cos r = \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$ pe care le substituim în relația (1) și avem:

$\sin \alpha = \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \dfrac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} + \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \dfrac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} = \dfrac{n_1^2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} +$

$+ \dfrac{n_2^2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} = \dfrac{n_1^2 + n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} = 1 \rightarrow \sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90^0$.

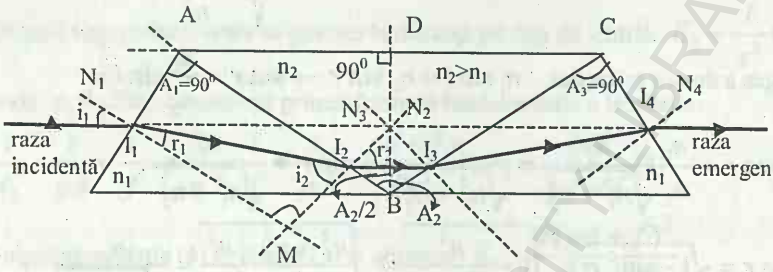
Unghiul α dintre raza reflectată și raza refractată este de 90^0. Cele două raze polarizate sunt perpendiculare.

51. O prismă Amici este alcătuită prin alipirea a trei prisme, din care cea mijlocie este isoscelă, iar cele extreme au unghiul $A_1 = A_3 = 90^0$. Indicii de refracție ai prismelor sunt $n_1 = n_3$ și $n_2 (n_2 > n_1)$. Ce condiție trebuie să îndeplinească unghiul prismei A_2 pentru ca raza emergentă să fie coliniară cu

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cea incidentă şi paralelă cu bazele prismelor. (Teste, Medicină, pag.339/1991)

Rezolvare



Aplicăm legea a doua refracţia din aer în prima prismă:

$\sin i_1 = n_1 \sin r_1 \rightarrow \sin r_1 = \dfrac{\sin i_1}{n_1}$. Apoi, aplicăm aceiaşi lege din prima prismă în a doua : $n_1 \sin i_2 = n_2 \sin r_2$. Dar $r_2 = \dfrac{A_2}{2}$ şi atunci,

$n_1 \sin i_2 = n_2 \sin \dfrac{A_2}{2}$ (1). Din triunghiul dreptunghic I_1MI_2:

$r_1 + i_2 = 90^0 \rightarrow i_2 = 90^0 - r_1 \rightarrow \sin i_2 = \sin(90^0 - r_1) = \sin 90^0 \cos r_1 -$ $- \sin r_1 \cos 90^0 = \cos r_1 \rightarrow \sin i_2 = \cos r_1$. Amplificăm această ultimă relaţie cu n_1 şi obţinem: $n_1 \sin i_2 = n_1 \cos r_1$.

Substituim pe $n_1 \sin i_2 = n_1 \cos r_1$ în relaţia (1) şi obţinem : $n_1 \cos r_1 = n_2 \sin \dfrac{A_2}{2}$. Cum $\cos r_1 = \sqrt{1 - \sin^2 r_1}$ iar $\sin r_1 = \dfrac{\sin i_1}{n_1}$, vom obţine: $\cos r_1 = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2 i_1}{n_1^2}}$ (2).

Din triunghiul dreptunghic ADB: $i_1 + \dfrac{A_2}{2} = 90^0 \rightarrow i_1 = 90^0 - \dfrac{A_2}{2} \rightarrow$

$\rightarrow \sin i_1 = \sin\left(90^0 - \dfrac{A_2}{2}\right) = \sin 90^0 \cos \dfrac{A_2}{2} - \sin \dfrac{A_2}{2} \cos 90^0 = \cos \dfrac{A_2}{2} \rightarrow$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\sin i_1 = \cos\frac{A_2}{2}$. În relația (2) substituim pe $\sin i_1 = \cos\frac{A_2}{2}$ și obținem:

$\cos r_1 = \sqrt{1-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2}}$. În relația $n_1 \cos r_1 = n_2 \sin\frac{A_2}{2}$,

introducem valoarea lui $\cos r_1 = \sqrt{1-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2}}$ și găsim:

$$n_1\sqrt{1-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2}} = n_2\sin\frac{A_2}{2} \rightarrow \sqrt{1-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2}} = \frac{n_2}{n_1}\sin\frac{A_2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}\sin^2\frac{A_2}{2} \quad (3).$$ Cum $\sin^2\frac{A_2}{2}+\cos^2\frac{A_2}{2}=1$, atunci

relația (3) devine: $\sin^2\frac{A_2}{2}+\cos^2\frac{A_2}{2}-\frac{1}{n_1^2}\cos^2\frac{A_2}{2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}\sin^2\frac{A_2}{2} \rightarrow$

$$\cos^2\frac{A_2}{2}\left(1-\frac{1}{n_1^2}\right) = \left(\frac{n_2^2}{n_1^2}-1\right)\sin^2\frac{A_2}{2} \rightarrow \left(\cos^2\frac{A_2}{2}\right)\left(\frac{n_1^2-1}{n_1^2}\right) =$$

$$= \left(\frac{n_2^2-n_1^2}{n_1^2}\right)\sin^2\frac{A_2}{2} \rightarrow \left(\cos^2\frac{A_2}{2}\right)\left(n_1^2-1\right) = \left(n_2^2-n_1^2\right)\sin^2\frac{A_2}{2} \rightarrow$$

$$\frac{\sin^2\frac{A_2}{2}}{\cos^2\frac{A_2}{2}} = \frac{n_1^2-1}{n_2^2-n_1^2} \rightarrow tg^2\frac{A_2}{2} = \frac{n_1^2-1}{n_2^2-n_1^2} \rightarrow tg\frac{A_2}{2} = \sqrt{\frac{n_1^2-1}{n_2^2-n_1^2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow A_2 = 2arctg\sqrt{\frac{n_1^2-1}{n_2^2-n_1^2}}.$$

52. Razele fețelor de curbură ale unei lentile biconvexe dintr-un material transparent sunt R. Să se calculeze distanța dintre focarele principale ale razelor extreme din spectrul lumini albe.

Rezolvare

ECU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor pentru radiații roşii: $\frac{1}{f_r}=(n_r-1)\frac{2}{R}$ şi pentru cele violet: $\frac{1}{f_v}=(n_v-1)\frac{2}{R}$. Cum

$\Delta f = f_r - f_v$ (1) în care $f_r=\frac{1}{(n_r-1)\frac{2}{R}}=\frac{R}{2(n_r-1)}$ şi

$f_v=\frac{1}{(n_v-1)\frac{2}{R}}=\frac{R}{2(n_v-1)}$ şi înlocuind pe f_r şi f_v în relația (1), avem:

$$\Delta f = f_r - f_v = \frac{R}{2(n_r-1)}-\frac{R}{2(n_v-1)}=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{n_r-1}-\frac{1}{n_v-1}\right)=$$

$$=\frac{R}{2}\left(\frac{n_v-1-n_r+1}{(n_r-1)(n_v-1)}\right)=\frac{R}{2}\left(\frac{n_v-n_r}{(n_r-1)(n_v-1)}\right)\rightarrow \Delta f=\frac{R(n_v-n_r)}{2(n_r-1)(n_v-1)}$$

Distanța dintre focarele principale ale razelor roşii şi violet se calculează cu relația: $\Delta f=\frac{R(n_v-n_r)}{2(n_r-1)(n_v-1)}$. Cum $n_v > n_r$ rezultă că distanța $\Delta f > 0$ (pozitivă).

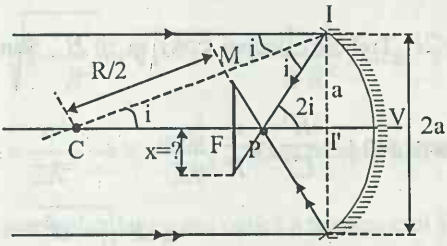
53. Într-un telescop este folosită o oglindă concavă cu o rază de curbură $R=2m$. În focarul principal al oglinzii se găseşte un receptor de radiații sub forma unui disc rotund. Discul este aşezat perpendicular pe axa optică a telescopului. Cât de mare trebuie să fie receptorul, pentru ca el să capteze întreaga radiație reflectată de oglindă? Dimensiunea transversală a oglinzii (diametru calotei sferice este) este $2a=50cm$. De câte ori se micşorează radiația înregistrată de receptor, dacă dimensiunile sale se reduc de 8 ori?

Observație: a) În calcule , pentru x mic, se poate folosi aproximativ $\sqrt{1-x^2}\cong 1-\frac{x^2}{2}$. Se neglijează difracția.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(Olimpiada internaţională de fizică , Moscova 1970)

Rezolvare



Întrucât radiaţiile primite de telescop nu sunt paraxiale, deşi sunt paralele cu axa principală, după reflexie, nu mai trec prin focar ci dau naştere la aberaţia longitudinală PF de-a lungul axei principale iar în focarul F, aşezat perpendicular se găseşte receptorul sub forma unui disc a cărei rază x trebuie aflată în condiţia ca: $\sqrt{1-x^2} \cong 1-\frac{x^2}{2}$.

Din figură segmentul PF reprezintă aberaţia longitudinală de-a lungul axului optic ; triunghiul ICP este isoscel iar $CM=\frac{R}{2}$ şi $CF=\frac{R}{2}$.

Trebuie determinată raza receptorului x în funcţie de a şi R în condiţia că $\sqrt{1-x^2} \cong 1-\frac{x^2}{2}$.

Din desen se vede că $tg2i=\frac{x}{PF} \rightarrow x=PF \bullet tgi$, unde PF reprezintă aberaţia longitudinală, iar $PF=PC-FC$ (1) Din triunghiul PMC:

$$\cos i=\frac{MC}{PC} \rightarrow PC=\frac{MC}{\cos i}=\frac{\frac{R}{2}}{\cos i}=\frac{R}{2\cos i} \rightarrow PC=\frac{R}{2\cos i}.$$

Substituim pe $PC=\frac{R}{2\cos i}$ şi pe $FC=\frac{R}{2}$ în relaţia (1) şi obţinem:

$$PF=\frac{R}{2\cos i}-\frac{R}{2}=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos i}-1\right) \rightarrow PF=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos i}-1\right).$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În relația $x = PF \bullet tg2i$ introducem valoarea lui $PF = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos i} - 1\right)$ și găsim relația $x = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos i} - 1\right) tg2i$. Trebuie calculați $\cos i$ și $tg2i$. Știm că $\cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i}$, dar din desen: $\sin i = \frac{II'}{CI} = \frac{a}{R}$, încât $\cos i = \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$. Aflarea: $tg2i = \frac{\sin 2i}{\cos 2i} = \frac{2\sin i \cos i}{1 - 2\sin^2 i} = \frac{2\frac{a}{R}\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{1 - 2\frac{a^2}{R^2}} =$

$= \frac{2a\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R\left(1 - 2\frac{a^2}{R^2}\right)} \rightarrow tg2i = \frac{2a\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R\left(1 - 2\frac{a^2}{R^2}\right)}$. Cunoscând pe $\cos i = \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$ și $tg2i = \frac{2a\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R\left(1 - 2\frac{a^2}{R^2}\right)}$ le substituim în relația: $x = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos i} - 1\right) tg2i$ și avem: $x = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}} - 1\right) \frac{2a\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R\left(1 - 2\frac{a^2}{R^2}\right)} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}} \frac{a\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{1 - 2\frac{a^2}{R^2}} =$

$= \frac{a\left(1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}\right)}{1 - 2\frac{a^2}{R^2}}$. Cum $\frac{a^2}{R^2} << 1$, rezultă $1 - 2\frac{a^2}{R^2} \cong 1$ și atunci:

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$x = a\left(1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}\right)$. Facem notația : $\frac{a^2}{R^2} = x^2$ și atunci

$\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}} = \sqrt{1 - x^2} \cong 1 - \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}$, încât: $x = a\left(1 - 1 + \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}\right) = a\frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2} =$

$= \frac{a^3}{2R^2} \to x = \frac{a^3}{2R^2}$. Raza receptorului sub formă de disc, așezat perpendicular pe axa optică a telescopului și în focarul F, se calculează cu relația: $x = \frac{a^3}{2R^2}$. Numeric:

$x = \frac{(25 \bullet 10^{-2})^3}{2 \bullet 2^2} = \frac{25^3 \bullet 10^{-6}}{8} m = 1953 \bullet 10^{-6} m = 1953 \bullet 10^{-6} \bullet 10^3 mm$

$= 1{,}95 mm \quad \to x = 1{,}95 mm$. Deci raza receptorului este de: $x = 1{,}95 mm$.

b)Din relația $x = \frac{a^3}{2R^2} \to a^3 = 2R^2 x \to a = \sqrt[3]{2R^2 x}$.

Cum suprafața calotei sferice: $S = Ka^2$, atunci:

$S = K\sqrt[3]{(2R^2 x)^2} = K\sqrt[3]{4R^4 x^2} \to S = K\sqrt[3]{4R^4 x^2}$. Pentru $S_1 = Ka_1^2 =$

$= K\sqrt[3]{4R^4 x_1^2}$, unde $x_1 = \frac{x}{8}$, încât : $\to S_1 = K\sqrt[3]{\frac{R^4 x^2}{16}}$.

Cunoscând $S = K\sqrt[3]{4R^4 x^2}$ și $S_1 = K\sqrt[3]{\frac{R^4 x^2}{16}}$ și făcând raportul

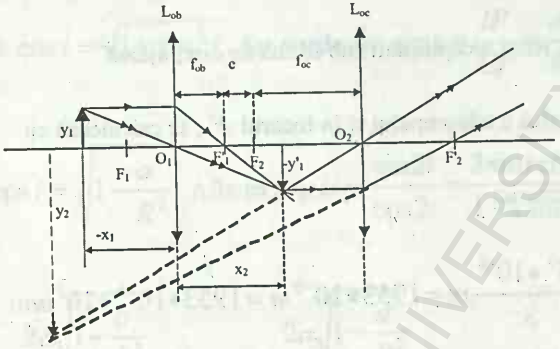
$\frac{S}{S_1} = \frac{K\sqrt[3]{4R^4 x^2}}{K\sqrt[3]{\frac{R^4 x^2}{16}}} = \sqrt[3]{\frac{4 \bullet 16 \bullet R^4 x^2}{R^4 x^2}} = \sqrt[3]{2^2 2^4} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$.

Raportul $\frac{S}{S_1} = 4$ și ca atare radiația înregistrată de receptor se reduce de 4 ori, dacă dimensiunile sale x_1 se reduce de opt ori adică $x_1 = \frac{x}{8}$.

BCU "VASILE ALECSANDRI" IBRARY

54. Distanța focală a obiectivului unui microscop este de 3mm. Obiectul de pe măsuța microscopului se află la 3,1 mm de obiectiv. Distanța focală a ocularului este de 5cm, Care este puterea microscopului?

(Fizică cl XI, prob.24 pag. 175/1984)



Rezolvare

Puterea optică a microscopului se calculează cu relația:

$$P = \frac{e}{f_{ob} f_{oc}}$$

unde $e \rightarrow$ reprezintă intervalul optic adică distanța dintre F_1' și F_2. Din figură:

$$x_2 \cong f_{ob} + e \rightarrow \rightarrow e = x_2 - f_{ob}$$

Pentru aflarea lui e avem nevoie de x_2

pe care-l găsim din prima relație fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_{ob}} \rightarrow x_2 = \frac{f_{ob} x_1}{x_1 + f_{ob}}.$$

Numeric: $x_2 = \frac{3 \bullet (-3,1)}{-3,1+3} = 93mm \rightarrow x_2 = 93mm$

Cunoscând pe $x_2 = 93mm$ și $f_{ob} = 3mm$, aflăm pe $e = x_2 - f_{ob} = 93 - 3 = 90mm$, intervalul optic. Valoarea intervalului optic este: $e = 90mm$. Știind $e = 90mm = 90 \bullet 10^{-3} m$, $f_{ob} = 3 \bullet 10^{-3} m$ și $f_{oc} = 5 \bullet 10^{-2} m$, se poate afla puterea microscopului din formula:

$$P = \frac{e}{f_{ob} f_{oc}} = \frac{90 \bullet 10^{-3}}{3 \bullet 10^{-3} \bullet 5 \bullet 10^{-2}} = 6 \bullet 10^2 = 600\delta \rightarrow P = 600\delta$$

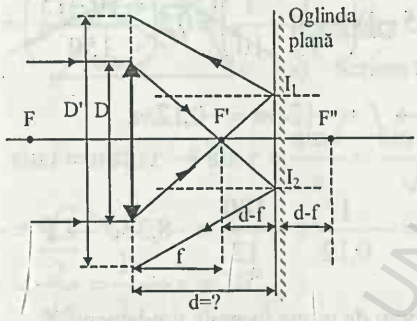
Grosismentul $G = \frac{P}{4} = \frac{600}{4} = 150ori$

Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $P = 600\delta$ și $G = 150ori$.

BCU "ALEXANDRU IOAN CUZA" IAȘI

55. Se consideră o lentilă convergentă cu distanța focală de 20 cm și pe care cade un fascicul larg de raze, paralele cu axul optic. În spatele lentilei este așezată transversal o oglindă plană ideală, astfel încât numai p = 25% din fluxul care a trecut prin lentilă s-a reflectat pe oglindă, cade înapoi pe lentilă. Aflați distanța d dintre lentilă și oglindă.

(Culegere Hristev, Optică pag.129/1998)



Rezolvare

Fracțiunea $p=\dfrac{\dfrac{\pi D^2}{4}}{\dfrac{\pi D_1^2}{4}}=\dfrac{D^2}{D_1^2}$,

încât: $\dfrac{25}{100}=\dfrac{D^2}{D_1^2}\rightarrow\dfrac{D}{D_1}=$

$=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}\rightarrow D_1=2D.$

Din triunghiurile asemenea formate putem scrie:

$\dfrac{D}{f}=\dfrac{D_1}{d+(d-f)}\rightarrow\dfrac{D}{f}=\dfrac{D_1}{2d-f}$. Cum $D_1=2D$ avem:

$$\frac{D}{f}=\frac{2D}{2d-f}\rightarrow\frac{1}{f}=\frac{2}{2d-f}\rightarrow 2d-f=2f\rightarrow 2d=3f\rightarrow d=\frac{3f}{2}.$$

Numeric $d=\dfrac{3\bullet 20}{2}=30cm.\rightarrow d=30cm.$ Distanța d dintre lentilă și oglindă este de 30 cm.

56. Se consideră o lentilă divergentă din sticlă cu indicele de refracție n = 1,5 și razele de curbură $R_1=15cm.$ și $R_2=10cm.$. Se cer:

a)distanța focală și puterea lentilei;

b) să se construiască imaginea unui obiect aflat la 10 cm. de lentilă; pe axa optică principală, distanța la care se formează imaginea și mărimea liniară (transversală).

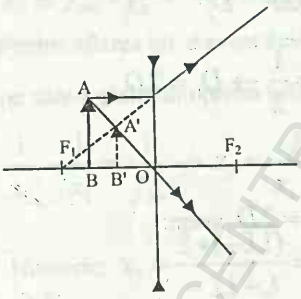
Rezolvare

a) Scriem prima formulă fundamentală a lentilelor:

$$\frac{1}{f}=(n-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})\rightarrow\frac{1}{f}=(1{,}5-1)\left(-\frac{1}{15}-\frac{1}{10}\right)=0{,}5\left(\frac{-10-15}{150}\right)=$$

$$=-\frac{1}{2}\bullet\frac{25}{150}=-\frac{1}{12}\rightarrow\frac{1}{f}=-\frac{1}{12}\rightarrow f=-12cm=-0{,}12m.$$

$$P=\frac{1}{f}=-\frac{1}{0{,}12}=-\frac{100}{12}=-8{,}33\delta\rightarrow P=-8{,}3$$



b) Ne servim de prima formulă fundamentală:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\rightarrow x_2=\frac{fx_1}{x_1+f}\rightarrow x_2=$$

$$=\frac{-12\bullet(-10)}{-12-10}=\frac{120}{-22}=-5{,}45cm$$

$x_2=-5{,}45cm$. Mărirea liniară se calculează cu formula: $\beta=\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}$. Numeric:

$\beta=\frac{-5{,}45}{-10}=0{,}545\rightarrow\beta=0{,}545$. Mărimile fizice cerute în problemă sunt: $f=-12cm,\ P=-8{,}33\delta,\ x_2=-5{,}45cm,\ \beta=0{,}545.$

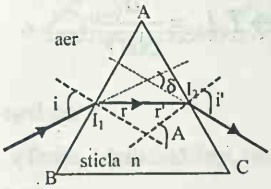
BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

57. O rază monocromatică trece din vid într-o prismă optică cu indice de refracție absolut $n=\sqrt{3}$ și sub unghiul de incidență $i=60^0$ și parcurge prisma în condițiile deviației minime. Se cer:

a) valoarea unghiului de refracție;

b) valoarea unghiului de deviație minimă;

c) unghiul limită pentru care raza emergentă este tangentă la fața AC a prismei.



Rezolvare

a) Scriem legea a doua a refracției:

$$\sin i = n\sin r \rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 60^0}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \rightarrow r = 30^0.$$

b) $\delta_m = 2i - A$ dar $A = 2r$, încât

$$\delta_m = 2i - 2r = 2(i-r) = 2(60^0 - 30^0) = 60^0 \rightarrow \delta_m = 60^0.$$

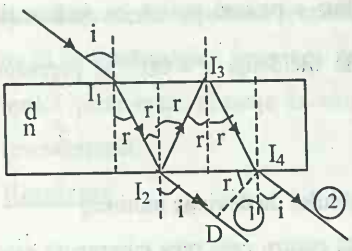
c) $$\sin l = \frac{1}{n} \rightarrow \sin l = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow l = \arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Mărimile fizice găsite sunt: $r = 30^0, \delta_m = 60^0, l = \arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}.$

58. Se consideră o lamă din sticlă cu fețe plane și paralele, de grosime d și de indice de refracție n pe care cade, sub incidență i, o radiație monocromatică cu lungimea de undă λ. Între razele 1 și 2 care părăsesc lama, diferența de drum este:

(Teste, Medicină Iași, pag.354/1999)

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY



Rezolvare

Drumul optic: $(L_1) = 2I_2I_3n$ şi $(L_2) = (I_2D)n'$, dar $n' = 1$ (aer).

Din figură:

$$\cos r = \frac{d}{I_2I_3} \rightarrow I_2I_3 = \frac{d}{\cos r}$$

$$\sin i = \frac{I_2D}{I_2I_4} \rightarrow I_2D = I_2I_4 \sin i \quad (1)$$

Tot din desen:

$$tgr = \frac{\frac{I_2I_4}{2}}{d} = \frac{I_2I_4}{2d} \rightarrow I_2I_4 = 2d \bullet tgr.$$ Substituim pe $I_2I_4 = 2d * tgr$ în relaţia (1) şi obţinem: $I_2D = 2d \bullet tgr \bullet \sin i = 2d \bullet \frac{\sin r}{\cos r} \bullet \sin i$. (2)

Scriem legea refracţiei din aer în lamă şi avem: $\sin i = n \sin r$ şi înlocuim în relaţia (2) şi obţinem:

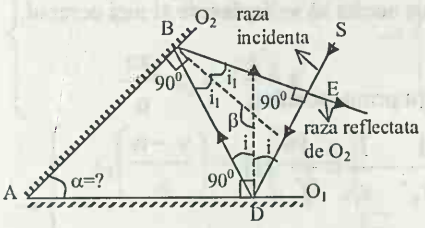
$$I_2D = 2d \frac{\sin r}{\cos r} n \bullet \sin r = 2nd \frac{\sin^2 r}{\cos r} = \frac{2nd(1-\cos^2 r)}{\cos r} = \frac{2nd}{\cos r} - \frac{2nd\cos^2 r}{\cos r} =$$

$$\frac{2nd}{\cos r} - 2nd\cos r \rightarrow I_2D = \frac{2nd}{\cos r} - 2nd\cos r.$$ Cum $I_2I_3 = \frac{d}{\cos r}$ şi introducând în $(L_1) = 2I_2I_3n$, avem: $(L_1) = 2\frac{d}{\cos r}n.$ Cunoscând $(L_1) = \frac{2nd}{\cos r}$ şi $(L_2) = I_2D = \frac{2nd}{\cos r} - 2nd\cos r$, putem afla:

$$\delta = (L_1) - (L_2) = \frac{2dn}{\cos r} - \frac{2nd}{\cos r} + 2nd\cos r = 2nd\cos r.$$

Diferenţa de drum optic cerută în problemă este: $\delta = 2nd\cos r.$

BCU "MIHAI EMINESCU" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



59. Două oglinzi plane fac între ele un unghi α. O rază luminoasă, reflectată pe cele două oglinzi, va părăsi sistemul perpendicular pe direcția incidentă, dacă unghiul α este egal cu:

(Teste, Medicină Iaşi, pag.333/1999)

Rezolvare

Din patrulaterul: ABCD

$$\alpha+90^0+\beta+90^0=360^0 \rightarrow$$

$$\alpha+\beta=180^0 \quad (1)$$

Din triunghiul: BCD

$$i_1+\beta+i=180^0 \quad (2)$$

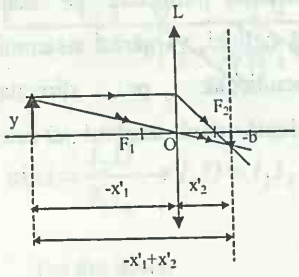
Din triunghiul :BED $2i_1+90^0+2i=180^0 \qquad i_1+i=45^0$. Cum $i_1+i=45^0$ şi substituind în relaţia (2) obţinem :

$45^0+\beta=180^0 \rightarrow \beta=135^0$. Introducem valoarea lui $\beta=135^0$ în relaţia (1) şi obţinem: $\alpha+135^0=180^0 \rightarrow \alpha=45^0=\frac{\pi}{4}$. Unghiul format de oglinzile plane O_1 şi O_2 este $\alpha=\frac{\pi}{4}$, încât raza reflectată de cele două oglinzi să fie perpendiculare pe raza incidentă.

60. Se consideră un obiect liniar şi luminos, de mărime y necunoscută, aşezat în faţa unei lentile convergente. Prin deplasarea lentilei în două poziţii se obţin

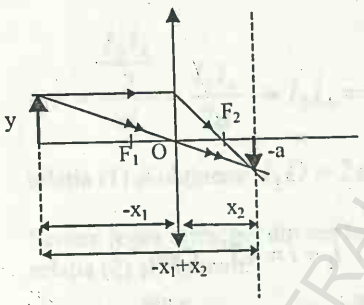
pe un ecran două imagini a căror mărimi liniare sunt a şi b. Se cere să se afle mărimea liniară y a obiectului fără ca acesta să se deplaseze şi nici ecranul.

Rezolvare



Pentru prima poziție:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{x_1}=\dfrac{1}{f} \quad (1) \\ \dfrac{y}{-a}=\dfrac{-x_1}{x_2}\rightarrow x_1=\dfrac{yx_2}{a} \end{cases}$$



Pentru a doua poziție a lentilei:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x'_2}-\dfrac{1}{x'_1}=\dfrac{1}{f} \quad (2) \\ \dfrac{y}{-b}=\dfrac{-x'_1}{x'_2}\rightarrow x'_1=\dfrac{yx'_2}{b} \end{cases}$$

Dar din cele două figuri putem scrie:

$-x_1+x_2=-x'_1+x'_2$. Relațiile (1) şi (2) le egalăm şi obținem:

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}\rightarrow\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}=\frac{x'_1-x'_2}{x'_1x'_2} \quad \Big| \ -1 \rightarrow \frac{x_2-x_1}{x_1x_2}=\frac{x'_2-x'_1}{x'_1x'_2}$$

$\rightarrow x_1x_2=x'_1x'_2$.

S-a format sistemul: $\begin{cases} -x_1+x_2=-x'_1+x'_2 \\ x_1x_2=x'_1x'_2 \end{cases}$

unde: $x_1=\dfrac{yx_2}{a}$ şi $x'_1=\dfrac{yx'_2}{b}$ pe care le substituim în sistem:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\begin{cases} -\frac{yx_2}{a}+x_2=-\frac{yx'_2}{b}+x'_2 \\ \frac{yx_2}{a}x_2=\frac{yx'_2}{b}x'_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_2\left(-\frac{y}{a}+1\right)=x'_2\left(-\frac{y}{b}+1\right)\rightarrow \\ \frac{yx_2^2}{a}=\frac{yx'^2_2}{b} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_2\left(\frac{a-y}{a}\right)=x'_2\left(\frac{b-y}{b}\right) \\ bx_2^2=ax_2'^2\rightarrow x'_2=x_2\sqrt{\frac{b}{a}} \end{cases}.$$

Înlocuind pe x'_2 în prima ecuație din sistem și găsim :

$$x_2\left(\frac{a-y}{a}\right)=x_2\sqrt{\frac{b}{a}}\frac{(b-y)}{b}\rightarrow\frac{a-y}{a}=\sqrt{\frac{b}{a}}\frac{(b-y)}{b}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{(a-y)^2}{a^2}=\frac{b}{a}\frac{(b-y)^2}{b^2}\rightarrow\frac{(a-y)^2}{a}=\frac{(b-y)^2}{b}\rightarrow$$

$$\rightarrow b(a^2-2ay+y^2)=a(b^2-2by+y^2)\rightarrow ba^2-2aby+by^2=$$

$$=ab^2-2aby+ay^2\rightarrow ba^2-ab^2=y^2(a-b)\rightarrow$$

$$\rightarrow ab(a-b)=y^2(a-b)\rightarrow y^2=ab\rightarrow y=\sqrt{ab}.$$

Mărimea liniară a obiectului luminos cerut în problemă se calculează cu relația:

$$y=\sqrt{ab}.$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

FENOMENE CUANTICE, ATOMICE ŞI NUCLEARE

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

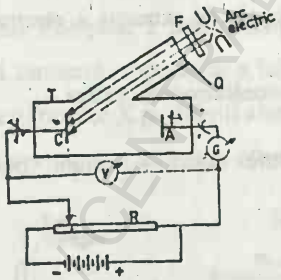
BREVIAR

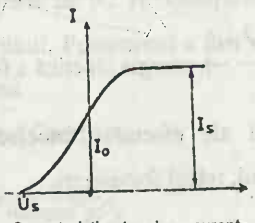
ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

1. Efectul fotoelectric extern

Emisia electronilor de către un corp aflat sub acţiunea radiaţiilor electromagnetice se numeşte efect fotoelectric extern. Punerea în evidenţă a efectului fotoelectric extern:

Schema studiului experimental al efectului fotoelectric extern:





Caracteristica tensiune-curent

Enunţarea legilor fenomenului fotoelectric extern:

1. Intensitatea curentului fotoelectric de saturaţie este direct proporţională cu fluxul radiaţiilor electromagnetice incidente, când frecvenţa este constantă.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2. Energia cinetică a fotoelectronilor emişi creşte liniar cu frecvenţa radiaţiilor electromagnetice şi nu depinde de fluxul acestora.
3. Efectul fotoelectric extern se poate produce numai dacă frecvenţa radiaţiei incidente este mai mare sau cel puţin egală cu o valoare minimă, specifică fiecărei substanţe, numită frecvenţa de prag.
4. Efectul fotoelectric extern se produce practic instantaneu.

Pe baza teoriei ondulatorii nu s-au putut iniţial explica legile efectului fotoelectric extern găsite pe cale experimentală.

În 1905, A. Einstein pe baza concepţiei corpusculare (fotonică) a putut explica legile efectului fotoelectric extern admiţând că în timpul efectului fotoelectric, fotonul absorbit de un electron din interiorul metalului, îi cedează energia sa şi pe baza legii conservării energiei emite celebra ecuaţie denumită şi ecuaţia lui Einstein: $h\upsilon = L + \frac{m_e \bullet v^2}{2}$, unde $h\upsilon \rightarrow$ energia absorbită de electron de la un foton, $L \rightarrow$ lucrul mecanic de extracţie a electronului din substanţă şi $\frac{m_e v^2}{2} \rightarrow$ energia cinetică a fotoelectronului extras.

Aplicaţii ale efectului fotoelectric extern: - celula fotoelectrică, fotomultiplicatorul, releul fotoelectric.

1.1 Cuante de energie. Fotoni.

În 1900 M. Planck pleacă de la ipoteza că energia unui oscilator nu poate lua orice valoare, ci numai anumite valori discrete: $E_1, E_2, ..., E_i, ...$. Energia unui oscilator poate să crească sau să scadă, dar numai cu cantitatea $\varepsilon = h\upsilon = E_k - E_j$ denumită cuantă de energie: $\varepsilon = h\upsilon \rightarrow h \rightarrow$ reprezintă

constanta lui Planck şi are valoarea $h = 6{,}626 \bullet 10^{-34}\, j \bullet s$, iar $\upsilon \rightarrow$ este frecvenţa oscilatorului.

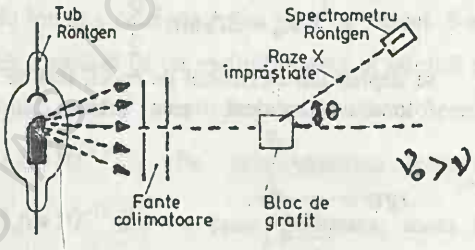
Particula care posedă energia unei cuante, care iniţial se numea particulă de lumină, a primit denumirea de foton.

Fotonul în afară de energie $\varepsilon = h\upsilon$, are masa de mişcare $m = \frac{h\upsilon}{c^2}$, nu are masa de repaus ($m_0 = 0$), are impuls $p = mc = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$ ce caracterizează particula ca având simultan şi caracter ondulatoriu şi caracter corpuscular. Einstein afirmă caracterul dual de corpuscul-undă petru fiecare particulă. Fotonul nu are sarcina electrică şi ca atare lumina fiind formată de un ansamblu de fotoni (rogvai+violet) nu este deviată de câmpurile magnetice şi electrice.

1.2. Efectul Compton

Efectul Compton a fost descoperit de A. H. Compton în 1923 şi care confirmă carcterul corpuscular a luminii. Fenomenul a fost observat cu ocazia împrăştierii razelor X pe diferiţi atomi.

Schema experienţei pentru efectul Compton:



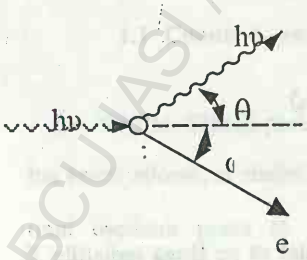
Cu ajutorul spectrometrului, Compton a constatat că pe lângă radiaţiile X, apare o radiaţie cu o lungime de undă mai mare. Acest fenomen a fost denumit

efect Compton. Explicația acestui fenomen nu s-a putut da pe baza teoriei ondulatorii, ci pe baza teoriei corpusculare, așa cum s-a procedat în cazul efectului fotoelectric. S-a plecat de la legea conservării energiei: $h\upsilon_0 = h\upsilon + E_c + L$, unde $h\upsilon_0 \rightarrow$ energia fotonului incident, $h\upsilon \rightarrow$ energia fotonului împrăștiat, $E_c \rightarrow$ energia cinetică a electronului presupus inițial în repaus și $L \rightarrow$ lucrul de extracție a electronului de substanță împrăștietoare. Întrucât, L are valoare foarte mică, se neglijează din legea conservării energiei, încât legea devine: $h\upsilon_0 = h\upsilon + E_c$. Pe baza acestei legi și a legii conservării impulsului s-a obținut o relație denumită variația lungimii de undă a unui foton de forma: $\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$ unde $\Lambda = \frac{h}{m_0 c} \rightarrow$ se numește lungime de undă, iar $\theta \rightarrow$ unghiul de împrăștiere. Din relația $\Delta\lambda$ se trag următoarele consecințe:

a) $\Delta\lambda$ nu depinde de h, c, m_0

b) $\Delta\lambda$ depinde de θ.

O formulă des întâlnită la rezolvări de probleme este calcularea energiei cinetice a electronului de recul: $E_c = \frac{hc}{\lambda_0} \frac{2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}}$ și unghiul sub care se deplasează electronul de recul, față de direcția fotonului incident este dat de relația:



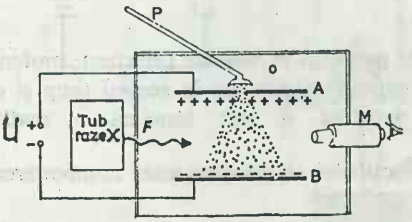
$$tg\varphi = \frac{ctg\frac{\theta}{2}}{\frac{\Lambda}{\lambda_0} + 1}.$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.3. Măsurarea directă a sarcinii electrice elementare

Măsurarea se face pe baza experimentului lui Millikan.

Schema dispozitivului lui Millikan.



1) Când $U = 0, mg = Cv_1$

2) Când $U \neq 0$, atunci

$F_e = R' + mg$, iar $R' = Cv_2$,

încât

$F_e = Cv_2 + Cv_1 = C(v_1 + v_2)$.

Dar $F_e = qE$, încât $qE = C(v_2 + v_1)$.

Înlocuind pe $E = \frac{U}{d}$, obținem: $q\frac{U}{d} = C(v_1 + v_2) \rightarrow q = \frac{Cd(v_1 + v_2)}{U}$,

unde v_1 şi v_2 se pot determina experimental şi rămâne de aflat, sarcina q, a picăturii de ulei ce se deplasează în câmpul electric dintre armăturile condensatorului. Razele X provoacă efect fotoelectric, modificându-se sarcina particulei q, cât şi viteza ei, în timpul mişcării uniforme între plăcile condensatorului. Experimental s-a constatat că: valoarea vitezei v_2 este un multiplu întreg a celei mai mici valori a vitezei. S-a tras concluzia că sarcina electrică q variază ca un multiplu întreg al sarcinii elementare: q = ne unde e reprezintă sarcina electrică elementară a electronului, de valoare : $e = -1{,}6 \bullet 10^{-19} C$. Pe lângă sarcina electrică a electronului de $e = -1{,}6 \bullet 10^{-19} C$, s-a putut determina: masa de repaus a electronului $m_0 = 9{,}1 \bullet 10^{-31} Kg$, cât şi sarcina specifică a electronului

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\frac{e}{m_0} = -1{,}76 \bullet 10^{11} C/Kg.$$

1.4. Ipoteza lui de Broglie asupra proprietăților ondulatorii ale particulelor.

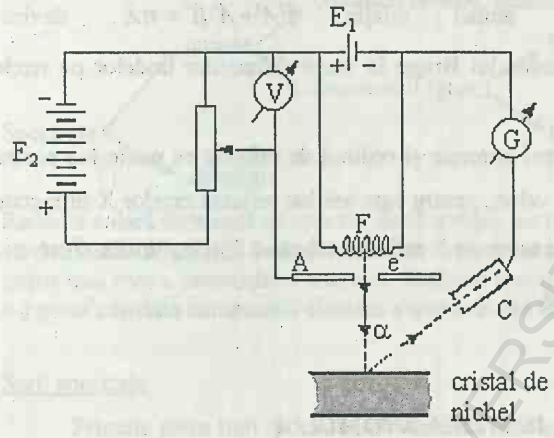
Louis de Broglie susține că orice particulă în mișcare (electron, proton, atom etc.) pe lângă o comportare corpusculară, mai are în același timp și o comportare ondulatorie. Oricărei particule îi este asociată o undă: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ unde $p \rightarrow$ impulsul particulei ce caracterizează comportarea de corpuscul, $h \rightarrow$ constanta lui Planck, $m \rightarrow$ masa de mișcare a particulei, iar $v \rightarrow$ viteza acesteia.

1.5. Difracția electronilor

Pe baza relației lui de Broglie $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$, se poate calcula lungimea de undă λ, asociată electronului pentru o anumită tensiune U. Datorită tensiunii U, electronul capătă o viteză și implicit o energie cinetică $\frac{mv^2}{2} = eU \rightarrow v = \sqrt{\frac{eU}{m_e}}$ și substituind în relația lui Louis de Broglie obținem: $\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{eU}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2eU}} \frac{1}{\sqrt{U}}$, adică lungimea de undă asociată electronului depinde de tensiunea electrică U de accelerare. Pentru U=54V s-a găsit că $\lambda = 0{,}164nm$, lungime de undă determinată și experimental de Davisson și Germer, ceea ce dovedește că este o concordanță perfectă între teoria lui de Broglie și experiență.

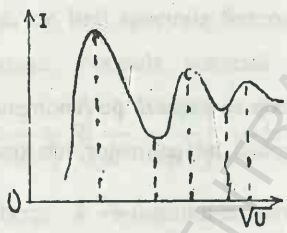
BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

Schema experimentului Davisson-Germer:

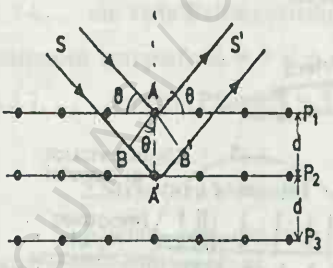


Fasciculul de electroni reflectat prin difracție sub un unghi θ este captat de cilindrul Faraday C, iar curentul care ia naștere este măsurat și pus în evidență de galvanometrul G.

Experimental, s-a constatat că pentru diverse unghiuri θ se obțin maxime și minime de curent. Graficul reprezintă variația curentului măsurat de galvanometru la diferite tensiuni electrice.



Cu studiul difracțiilor undelor pe rețele cristaline s-a ocupat Bragg, găsind și o relație ce poartă denumirea de relația lui Bragg de forma: $n\lambda = 2d\sin\theta$ unde n = 1,2,3...., iar d distanța dintre două plane reticulare.



$P_1, P_2, P_3, \ldots$ plane reticulare. Undele vor fi difractate pe planele reticulare $P_1, P_2, P_3, \ldots$. Pentru ca fasciculul S' difractat să dea un maxim trebuie ca diferența de drum $BA'+A'B'$ să fie egală cu un număr întreg

de lungimi de undă adică: $BA'+A'B'=n\lambda$ unde n = 1,2,3,.... Cum $BA'=A'B'=d\sin\theta$, atunci relația $BA'+A'B'=n\lambda$, devine: $2d\sin\theta=n\lambda \rightarrow$ formula lui Bragg în cazul difracțiilor undelor pe rețele cristaline.

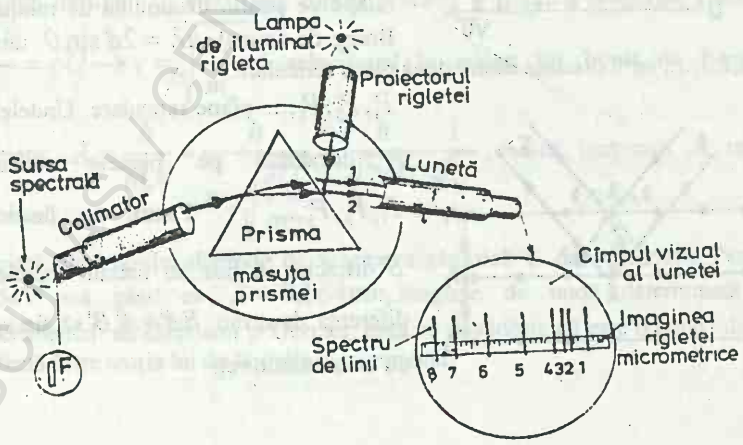
Numărul n se mai numeşte şi ordinul de reflexie ce poate lua pentru razele X numai anumite valori, pentru care are loc reflexia razelor X difractate şi această reflexie se mai numeşte '' reflexie selectivă ''. Unghiurile θ se mai numesc şi unghiuri Bragg.

II. FIZICA ATOMULUI

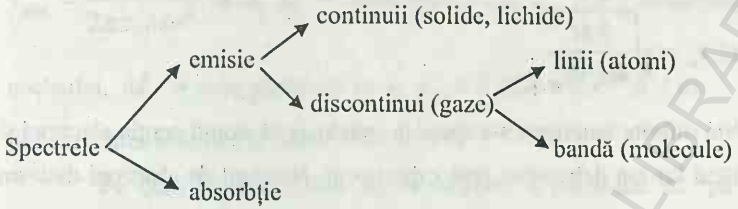
1. Spectre atomice. Serii spectrale. Analiza spectrală.

Spectroscopul

Construcția şi funcționarea unui spectroscop se bazează pe fenomenul de dispersie a luminii. Părțile principale: prisma optică, tub colimator, tub lunetă



şi tub cu rigletă microscopică.



Radiaţia solară formează un spectru de absorbţie, iar liniile negre ce se observă se datorează absorbţiei radiaţiilor luminoase de către elementele din stratul gazos mai rece a cromosferei soarelui. Studiind spectrul de absorbţie a soarelui s-a putut constata compoziţia chimică a materiei din atmosfera solară.

Serii spectrale

Primele patru linii spectrale, în vizibil la hidrogen, au fost descoperite în 1885 de către Balmer, iar mai târziu şi-au adus contribuţia şi alţi fizicieni: Lyman, Paschen, Brackett, Pfundt, la studiul seriilor spectrale. Un anumit număr de linii spectrale formează o serie spectrală în vizibil, ultraviolet sau infraroşu. Formula generală cu care se calculează numărul de undă $\overline{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ unde R=1,097373 m^{-1} se numeşte constanta lui Rydberg; $k \rightarrow$ denumirea seriei spectrale şi $n > k \rightarrow$ linia din spectrul respectiv. Pentru liniile spectrale din seria Lyman (ultraviolet): K = 1, iar n = 2,3,4,... din seria Balmer (vizibil): K = 2, iar n = 3,4,5 ... din seria Paschen (infraroşu apropiat): K = 3 şi n = 4,5,6... , din seria Brackett: k = 4 şi n = 5,6,7, ... , din seria Pfundt: k = 5, iar n = 6,7,8 ....

2.Structura atomului

Atomul este cea mai mică fracţiune de substanţă ce păstrează proprietăţile chimice ale ei.

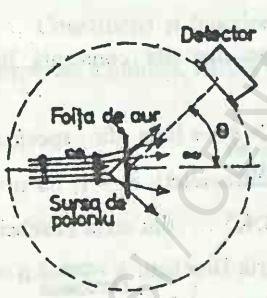
BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

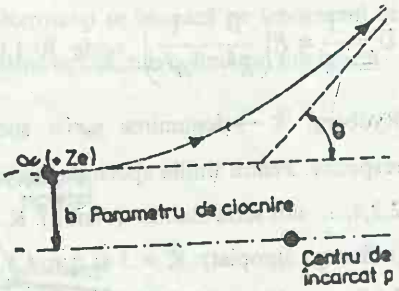
Printr-un calcul matematic simplu se poate deduce raza atomului: $r_a = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho N_A}}$.

Prin diferite fenomene s-a ajuns la concluzia că atomii conțin electroni și că numărul lor s-a determinat prin experiment. Numărul de electroni dintr-un atom se notează cu Z și reprezintă și numărul atomic. Sarcina negativă a tuturor electronilor dintr-un atom este $Z \bullet e$. Întrucât, atomul este neutru din punct de vedere electric, el trebuie să conțină o aceeași cantitate de sarcină pozitivă.

3.Experiențele lui Rutherford

Prin experiențele de împrăștiere a particulei încărcate, pe foițe metalice subțiri, Rutherford a demonstrat că sarcina electrică pozitivă nu este distribuită uniform în atom, ci se găsește concentrată într-un nucleu.





Rutherford a considerat sarcina nucleului punctiformă și pozitivă, calculând până la ce distanță minimă se apropie particula α de nucleul încărcat pozitiv, cu sarcina electrică $+Z \bullet e$,egalând la un moment dat, energia cinetică a particulei α cu energia potențială: $\frac{Mv^2}{2} = \frac{z \bullet e \bullet Z \bullet e}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}} \rightarrow$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

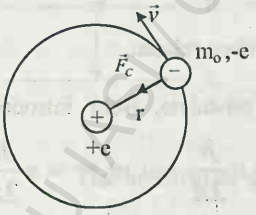
$r_{min} = \frac{z \bullet Z \bullet e^2}{2\pi\varepsilon_0 M v^2}$ unde: $ze \rightarrow$ sarcina particulei α, $Z \bullet e \rightarrow$ sarcina nucleului, $M \rightarrow$ masa particulei α şi $\varepsilon_0 = 8{,}854 \bullet 10^{/12}\ F/m$ permitivitatea electrică absolută a vidului.

Pe baza experimentelor de împrăştiere a particulei α, pe diferite substanţe, sub formă de foiţă subţire, Rutherford a conceput atomul astfel: sferic, în centrul căruia este concentrată toată sarcina electrică poyitivă şi electronii ce se rotesc în jurul acestuia ca planetele în jurul soarelui, fapt pentru care acest model de atom a primit denumirea de modelul planetar al atomului.

4. Modelul planetar al atomului

S-a considerat pentru studiu teoretic cel mai simplu sistem atomic şi anume a atomului de hidrogen, ca fiind format dintr-un nucleu cu masă mare, cu sarcina pozitivă în nucleu +e şi un electron, cu sarcină negativă –e. S-a presupus că nucleul este fix, iar electronul se roteşte în jurul nucleului cu viteza v, încât se caracterizează în fiecare moment printr-o energie cinetică:

$E_c = \frac{m_0 v^2}{2}$ şi o energie potenţială : $E_p = U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, încât energia totală va fi: $E_t = E_c + E_p = \frac{m_0 v^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (1).



Cum

$$F_c = F_{cp} \rightarrow \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{m_0 v^2}{r} \rightarrow m_0 v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Substituim pe $m_0 v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ în (1) obţinem:

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0^{\ 2}} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0^{\ 2}} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \rightarrow E_t = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}.$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Energia totală a electronului pe orbita de rază r se calculează cu formula: $E_t = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$. Energia totală E_t a electronului este negativă, deoarece în valoare absolută $E_p = U(r)$ este mai mare decât energia cinetică şi pentru a-l desprinde din atom, trebuie să primească o cantitate de energie necesară învingerii forţelor de legătură ce asigură stabilitatea atomului şi această energie se mai numeşte şi energie de ionizare. Modelul planetar a atomului nu a putut explica stabilirea atomilor şi nici posibilitatea de calculare a frecvenţei radiaţiilor emise de către atomii excitaţi, fapt pentru care a fost înlocuit cu un nou model, denumit modelul cuantificat al atomului sau modelul lui Bohr.

5. Modelul cuantificat al atomului

Se bazează pe postulatele lui Bohr:

1. Atomul se află într-o stare staţionară (numită şi stare legată), stare în care energia sistemului atomic este constantă în timp. Într-o asemenea stare staţionară, atomul poate fi într-un timp îndelungat, fără să facă schimb de energie cu mediu exterior.

2. Atomii absorb sau emit radiaţie electromagnetică numai la trecerea dintr-o stare staţionară (m) în altă stare staţionară (n).

Radiaţia emisă sau absorbită, are o frecvenţă calculată cu relaţia:

$h\upsilon_{mn} = E_m - E_n$. Pe lângă cele două postulate, Bohr introduce condiţia de cuantificare a momentului cinetic: $rp = n\frac{h}{2\pi}$ sau $m_0 vr = n\frac{h}{2\pi}$ unde n = 1,2,3 ... poartă denumirea de număr cuantic principal, $h = 6{,}62 \bullet 10^{-34}\, js \rightarrow$ constanta lui Planck, $p = m_0 v \rightarrow$ impulsul electronului pe orbită, $r \rightarrow$ raza orbitei şi $m_0 \rightarrow$ masa de repaus a electronului.

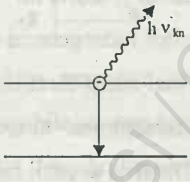
BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

Cele două postulate date de Bohr înlătură deficienţele atomului planetar a lui Rutherford. Modelul atomic dat de Bohr se aplică cu succes în cazul atomului de hidrogen şi al atomilor hidrogenoizi. Pentru atomii hidrogenoizi energia totală a electronului se calculează cu formula:

$E_n = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2 n^2}$ unde Z reprezintă numărul atomic al nucleului. Regula de cuantificare sau condiţia de cuantificare dată de Bohr: $m_0 vr = n\frac{h}{2\pi}$ a avut o deosebită importanţă în calcularea razei, vitezei şi energiei totale a atomului pe orice orbită circulară, de ordinul n = 1,2,3, ... Pentru raza orbitei: $r_n = \frac{n^2 \varepsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2}$, viteza electronului: $v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 nh}$ şi energia totală a electronului: $E_n = -\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$.

Pe baza postulatului al doilea a lui Bohr, s-a demonstrat formula generală a seriilor spectrale, găsită iniţial în mod empiric.

Considerăm schema dezexcitării atomului de hidrogen:



$$h\upsilon_{kn} = E_K - E_n = -\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2} - \left(-\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}\right) =$$

$$= \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \upsilon_{kn} = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Dar numărul de undă $\tilde{\upsilon}_{kn} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon_{kn}}{c} = \frac{m_0 e^4}{c8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$.

Cum $\frac{m_0 e^4}{c8\varepsilon_0^2 h^3} = R$ (constanta lui Rydberg) vom avea:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\tilde{\upsilon}_{kn} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) \rightarrow$ formula generalizată pentru seriile spectrale ale hidrogenului.

Punând condiția $k \rightarrow \infty$ în care $E_k = 0$, se obține energia de ionizare a atomului de hidrogen: $W_{ez} = -E_1 = \frac{m_0 \varepsilon^4}{8\varepsilon_0{}^2 h^2} = 13{,}5eV$.

Ionizarea este procesul în care unul sau mai mulți electroni dintr-un atom trec în stare liberă datorită unei energii primită din exterior. Atomul ionizat va rămâne încărcat cu sarcină electrică pozitivă (ion pozitiv). Prin experiența Franck-Hertz, s-a demonstrat că nivelele energetice ale tuturor atomilor sunt cuantificate. Experiența Franck şi Hertz s-a făcut cu atomi de mercur şi că aceştia nu pot primi din exterior orice cantitate de energie, ci numai cantitatea de energie necesară trecerii atomului din stare fundamentală (neexcitată) în stare excitată şi că această energie este de 4,9 eV.

Experiența Franck-Hertz s-a făcut şi cu vapori de sodiu, potasiu etc.

6. Numere cuantice

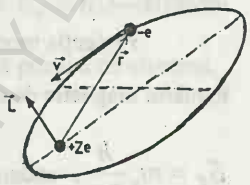
Aşa cum am arătat în cadrul '' Modelului cuantificat al atomului'', teoria lui Bohr dă rezultate bune pentru atomul de hidrogen şi a atomilor hidrogenoizi şi nu pentru atomi cu structură mai complexă, adică atomi cu mai mulți electroni, căci în cazul acesta trebuie să se țină seama de interacțiunea tuturor electronilor, atât între ei, cât şi cu sarcina +Ze a nucleului. Datorită acestui fapt s-a elaborat Mecanica cuantică, care ia în considerare proprietățile ondulatorii ale microparticulelor conform ipotezei lui de Broglie.

Studiind proprietățile electronilor din învelişul electronic al atomului, a fost posibil introducerea unor numere care au primit denumirea de numere cuantice, ce determină valorile posibile ale energiei electronului în atom, ale momentului cinetic orbital, ale proiecției momentului cinetic orbital pe o axă şi ale

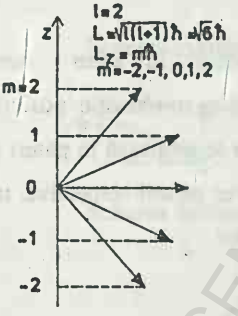
BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

momentului cinetic propriu al electronului. Sunt patru numere cuantice: număr cuantic principal (n), număr cuantic orbital (l), număr cuantic magnetic (m) şi număr cuantic de spin(s).

1. Numărul cuantic principal n. Ia valori întregi şi pozitive: 1,2,3,... şi cuantifică valorile energiei stărilor staţionare ale atomului.
2. Numărul cuantic orbital, l. Cuantifică valorile momentului cinetic orbital $\vec{L}$, conform relaţiei: $|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi}$, unde l = 0,1,2,3, ……,n-1.



3. Numărul cuantic magnetic, m. Cuantifică valorile proiecţiei momentului orbital pe axa OZ conform figurii.



Valorile lui m pentru un n dat, determină în spaţiu orientarea orbitei când exista un câmp magnetic exterior. Momentul cinetic $L_Z = mh/2\pi$ pe o direcţie oarecare oZ se cuantifică, luând valori diferite. Numărul cuantic magnetic ia în total $2l+1$ valori, pozitive şi negative. Numărul cuantic magnetic m este legat de comportarea atomului în câmp magnetic, orientându-i planul orbitei în spaţiu în funcţie de valorile posibile pe care le ia.

4. Numărul cuantic de spin, s. Cuantificarea momentului cinetic propriu al electronului: $|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\,\frac{h}{2\pi}$. Electronul aflându-se în mişcare pe o traiectorie închisă, dă naştere la un câmp magnetic propriu orbital:

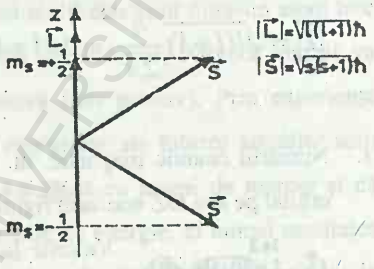
$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_0}\vec{L}$, iar proiecţia sa pe o axă OZ va fi: $\mu_Z = -\frac{e}{2m_0}L_Z$.

Cum $L_Z = m\frac{h}{2\pi}$, atunci $\mu_Z = -\frac{e}{2m_0} m\frac{h}{2\pi} = -m\frac{eh}{4\pi m_0}$.

Expresia: $\frac{eh}{4\pi m_0} = \mu_\beta$ şi se numeşte magnetonul Bohr-Procopiu şi relaţia dintre μ_Z şi μ_β este $\mu_Z = -m\mu_B$, unde m reprezintă numărul cuantic magnetic.

Proiecţia momentului cinetic de spin $\vec{S}$ pe axa OZ este cuantificată de numărul magnetic de spin m_s, încât

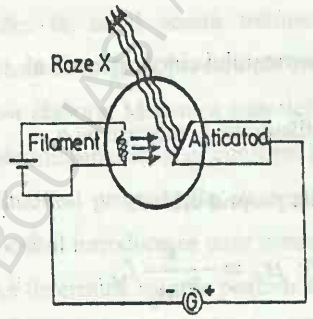
$S_Z = m_s \frac{h}{2\pi}$, unde $m_s = \pm\frac{1}{2}$.



Concluzie: Stările staţionare ale electronului în atom sunt caracterizate prin cele patru numere cuantice şi orice combinaţie posibilă determină o stare a electronului. Electronii unui atom se grupează în pături şi subpături. Numărul cuantic principal n indică denumirea păturii respective, iar numărul cuantic secundar l indică subpăturile electronice.

7. Radiaţiile X

Schema tubului de raza X:

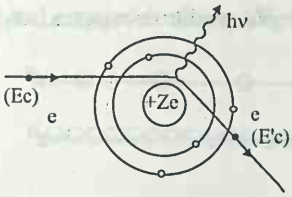


Sunt radiaţii analoage celor luminoase, însă au frecvenţă foarte mare. Sunt două mecanisme de obţinere a radiaţiilor X: prin ionizare şi prin frânare.

Electronii emişi de filamentul încălzit sunt accelerați de câmpul electric dintre catod şi anod (anticatod). În urma ciocnirii acestora cu anticatodul iau naştere radiaţiile X.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Producerea radiațiilor X prin frânarea electronilor în câmpul electrostatic al nucleului:

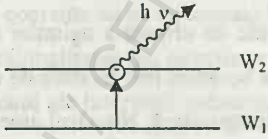


Prin procesul de frânare a electronului ia naștere un foton de energie $h\upsilon$, încât putem scrie: $E_c = h\upsilon + E_c^{'}$ unde E_c este energia cinetică primită de electron, iar $E_c^{'}$ este energia cinetică cu care electronul părăsește atomul.

8. Tranziții spontane și induse. Efectul laser.

Schema excitării atomului:

Schema dezexcitării atomului:



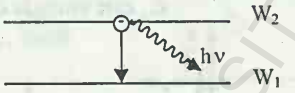
Întrucât nivelele energetice în atom sunt cuantificate, atomul este un sistem cuantic. Schimbarea stării interne a unui sistem cuantic se numește tranziție cuantică a sistemului.

Formula legii tranzițiilor cuantice: $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ unde: N_0 este numărul de sisteme cuantice la momentul inițial (t = 0), N

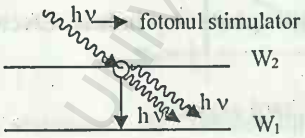
reprezintă număr de sisteme cuantice rămase neexcitate, τ este timpul mediu de viață a stării excitate.

Între probabilitatea de tranziție cuantică P și timpul mediu de viață a stării excitate τ, există relația: $\tau = \frac{1}{P}$.

Schema emisiei spontane:

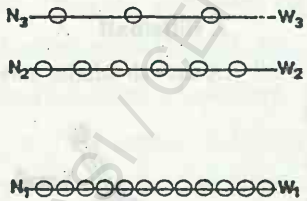


Schema emisiei induse:



Noțiunea de emisie indusă a fost introdusă de Einstein, folosită la explicarea amplificării radiației electromagnetice.

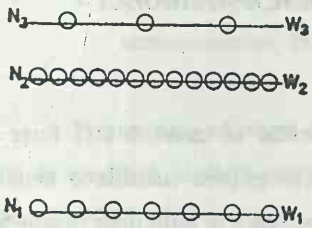
Inversia populațiilor:



Datorită ciocnirii dintre atomi sau molecule ca urmare a agitației termice, o parte a acestora trec în stare de excitare la orice temperatură. Numărul atomilor aflați pe nuvele energetice inferioare este întotdeauna mai mare decât cei aflați pe nuvele energetice superioare.

Pentru o anumită temperatură T, este verificată legea de distribuție a lui Boltzmann: $N_2 = N_1 \bullet e^{-\frac{W_2 - W_1}{kT}}$, unde $N_2 < N_1$. În cazul când $T \to \infty$, N_2 tinde să devină egal cu N_1, dar niciodată nu-l va depăși.

Fenomenul în urma căruia numărul de particule aflate pe un nivel energetic superior devine mai mare decât numărul de particule situate pe un nivel energetic inferior ($N_2 > N_1$) se numeşte invertire de populaţiei:



Prin încălzirea unei substanţe nu se poate realiza o inversie de populaţie, ci numai prin aşa-numitul pompaj optic poate să se realizeze acest fenomen.

Când într-un mediu s-a realizat o inversie de populaţie, atunci prin procesul de emisie stimulată se poate declanşa o dezexcitare în avalanşă a atomilor, aflaţi pe nivel metastabil, şi în consecinţă are loc o amplificare a luminii şi astfel se produce efectul laser. Primul mediu activ folosit în acest scop a fost un cristal de rubin, în care excitarea atomilor de Cr^{+++} se făcea prin absorbţia unor unde electromagnetice.

Proprietăţile radiaţiile laser:

1. Intensiatea foarte mare a radiaţiilor emise.
2. Radiaţiile sunt monocromatice
3. Sunt coerente adică au aceeaşi fază.
4. Direcţionalitatea (au direcţie precisă de propagare).

Aplicaţii ale laserului: industrie, telecomunicaţii, medicină, radar optic etc.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

III. ELEMENTE DE FIZICA SOLIDULUI

1. Legătura cristalină

Între particulele ce formează un cristal se exercită atât forțe de atracție, cât și forțe de respingere, încât i se asigură acestuia o anumită stabilitate. Particulele ce alcătuiesc cristalul oscilează în jurul unor poziții fixe (noduri) în care forțele de atracție sunt echilibrate de forțele de respingere. Distingem patru legături cristaline: legătura Van der Waals, legătura ionică, legătura covalentă și legătura metalică.

Fiecare legătură are ceva caracteristic și o deosebește față de celelalte trei luate fiecare în parte.

- Legătura Van der Waals se exercită între atomi sau molecule neutre, dar care se comportă ca niște dipoli electrici. Ca urmare a interacțiunilor electrostatice are loc o ordonare a moleculelor polare. Este o legătură slabă și o întâlnim între atomii cu pături electronice exterioare complete sau între moleculele cu legături chimice saturate.

- Legătura ionică o găsim la cristalele formate din ioni pozitivi și negativi, ce se exercită între forțe de natură electrostatică: forțe de atracție între ioni de semne contrare și forțe de respingere între ioni de același semn. Este o legătură mult mai puternică decât legătura Van der Waals.

- Legătura covalentă se stabilește între atomii neutri ce formează cristalul, ca urmare a punerii în comun a electronilor de valență.

- Legătura metalică. → La un metal întâlnim în nodurile rețelei cristaline, ionii pozitivi ce au mici oscilații și printre care se deplasează în mod haotic electroni de valență, formând așa numitul '' gaz electronic''. Între ionii pozitivi ai rețelei cristaline și așa denumiții electroni colectivi se stabilesc forțe

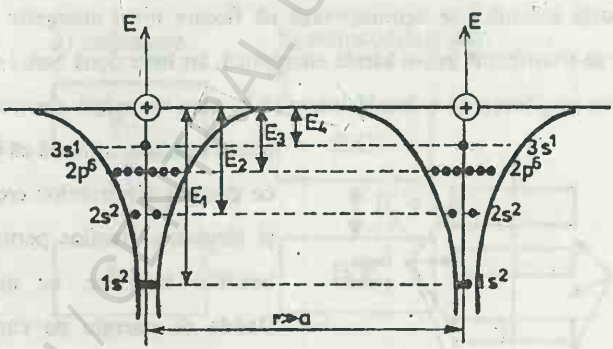
BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

de atracție ce vor echilibra forțele de respingere electrostatică dintre ionii pozitivi și astfel metalul respectiv este stabil.

2. **Structura de benzi a energiei electronilor în solide**: metale, semiconductori, dielectric.

Presupunem că avem doi atomi de Na în stare liberă și să studiem cum se modifică nivelele energetice ale acestor atomi când se apropie la o distanță a=0,43 nm.

a) când distanța dintre atomi este mare adică r>>a (constanta rețelei cristaline), electronii sunt localizați pe nivelele energetice respective, iar înălțimile barierelor de potențial E_1, E_2, E_3, E_4 sunt înalte, încât electronii nu pot trece de la un atom la celălalt.

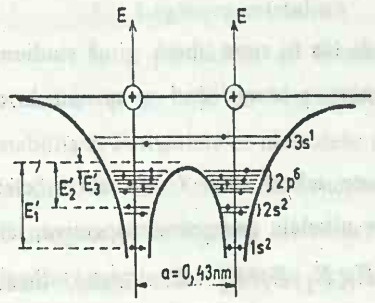


b) În cazul când cei doi atomi se apropie la o distanță r=a, înălțimile barierelor de potențial scad și chiar E_4 poate să dispară și atunci electronii se pot deplasa ușor de la un atom la altul, iar lărgimile nivelelor energetice cresc. Cu relația lui Heisenberg: $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ se poate calcula ΔE.

Pentru un atom în stare excitată și izolat $\Delta t = 10^{-8} s$, iar

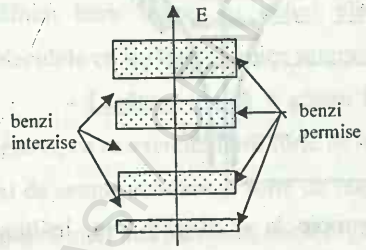
$\Delta E \cong 0,7 \bullet 10^{-8} eV$. Dacă atomii sunt apropiați la a=0,43nm, $\Delta t = 10^{-15} s$ și atunci $\Delta E \cong 0,6 eV$.

Deci nivelul energetic se lărgește foarte mult la apropierea atomilor la distanțe comparabile cu distanța intra atomică de a=0,43nm.



Cu cât barierele de potențial sunt mai mici, cu atât și probabilitatea de trecere a electronilor de la un atom la altul va fi mai mare, iar nivelele energetice se vor lărgi mai mult, încât pe subnivelele respective, se vor repartiza electronii nivelului energetic respectiv. Raționamentul de la doi atomi se poate extinde de la N atomi ai cristalului.

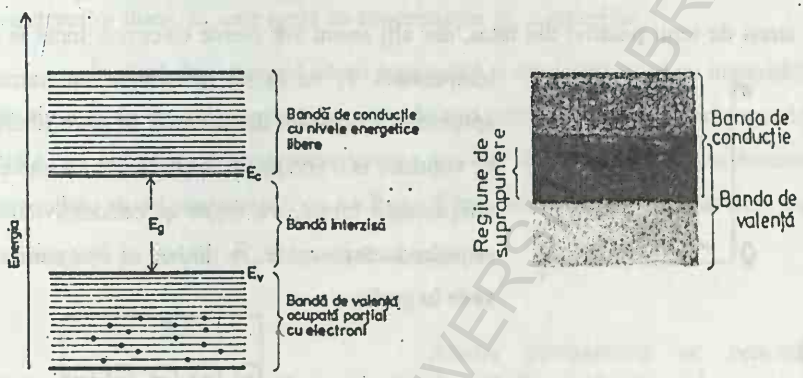
În teoria solidului se demonstrează că fiecare nivel energetic discret al atomului, se transformă într-o bandă energetică, iar între două benzi energetice consecutive se găsește și o bandă interzisă în care nu există electroni. Tot în teoria solidului se arată că pe măsură ce energia electronilor crește, cresc și lărgimea benzilor permise, iar a benzilor interzise, se micșorează. Banda de energie pe care se află electronii de valență se numește bandă de valență. Când atomul este liber, deasupra nivelului de valență se află nivele libere și care pot fi ocupate de electroni atunci când atomul este excitat.



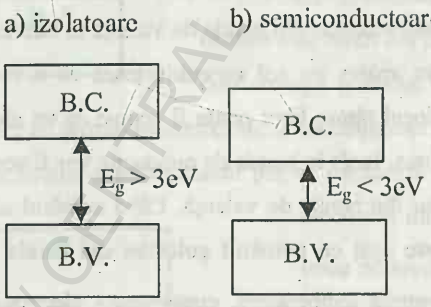
În cazul unui cristal format, primul nivel energetic liber, se transformă într-o bandă numită bandă de conducție ce posedă subnivele energetice neocupate de electroni. Banda de conducție este separată de banda de valență printr-o bandă interzisă. Electronii pot trece din banda de valență în banda de conducție numai atunci când au energie suficientă egală sau mai mare decât a

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

energiei E_g corespunzătoare benzii interzise. Pentru izolatoare: $E_g > 3eV$, semiconductoare $E_g < 3eV$, iar la metale $E_g = 0$, denumită banda de conducție se suprapune peste banda de valență.



Reprezentarea schemică a benzilor energetice:

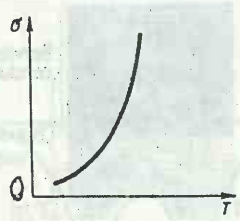


La izolatoare şi semiconductoare benzile de valență sunt complet ocupate de electroni.

3.Conducția electrică a semiconductorilor

Într-un semiconductor electronii sunt bine legați de nucleele lor, însă datorită agitației termice (la o anumită temperatură) este posibil ca un număr de electroni periferici (din banda de valență) să primească o energie mai mare

decât lărgimea benzii interzise E_g (numită energie de activare) desprinzându-se de atomi şi devenind liberi, trecând în banda de conducţie. La scurt timp, datorită interacţiunilor electrostatice, electronii din banda de conducţie vor fi atraşi de ionii pozitivi din reţea, dar alţi atomi vor pierde electroni, încât la o temperatură T, va exista permanent un număr aproximativ constant de electroni în stare liberă, ce vor duce la o conducţie electrică. Pe măsură ce temperatura creşte, va creşte şi conductivitatea semiconductorilor, dar nu liniar, ci aşa cum se vede în grafic:



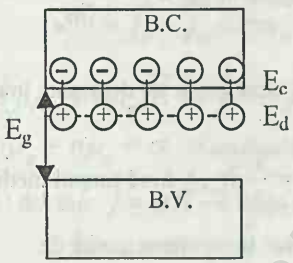
Întrucât electronii din păturile interne mai profunde sunt puternic legaţi de nucleele respective, nu vor putea trece în banda de inducţie, ci vor trece cu uşurinţă electronii din banda de valenţă.

La trecerea unui electron din banda de valenţă în banda de conducţie, în banda de valenţă va apărea un gol ce echivalează cu o sarcină electrică fictivă, pozitivă. Însă locul rămas liber poate fi ocupat de un electron vecin şi fenomenul poate continua, încât în banda de conducţie vor fi acelaşi număr de electroni cu al golurilor din banda de valenţă. Când numărul electronilor din banda de conducţie este egal cu numărul golorilor din banda de valenţă, la echilibru, pentru o anumită temperatură, concentraţia electronilor (n_0) este egală cu concentraţia golurilor (p_0), iar semiconductorul este intrinsec (pur). La un semiconductor intrinsec (pur): $n_0 = p_0 = n_i$ unde n_i reprezintă concentraţia intrinsecă a semiconductorilor puri.

Purtători de sarcină electrică într-un semiconductor sunt electrinii din banda de conducţie şi golurile din banda de valenţă.

Generarea termică sau excitația termică este procesul prin care datorită temperaturii iau naștere un număr de electroni liberi în banda de conducție egal cu a golurilor din banda de valență, încât concentrația electronilor liberi n_0 este egală cu concentrația p_0 a golurilor.

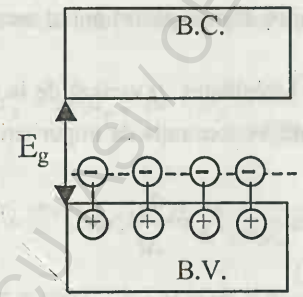
În afară de semiconductorii puri există și semiconductori cu impurități de tip n și de tip p denumiți și semiconductori extrinseci. Semiconductorul de tip n, se obține dacă semiconductorului pur i se injectează, printr-un anumit procedeu, atomi pentavalenți de As,P etc. Electronii acestor atomi vor trece cu ușurință de pe nivelul E_d în banda de conducție:



Atomii pentavalenți ce cedează electroni rețelei se numesc donori și se fixează în rețea, devenind ioni pozitivi.

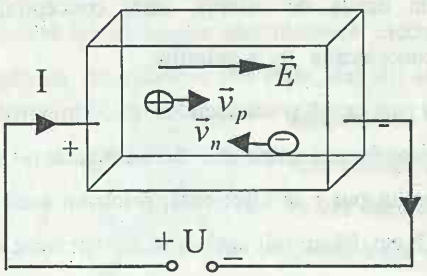
La echilibrul termic, concentrația electronilor liberi din B.C este mai mare decât concentrația golurilor din banda de valență, fapt pentru care au primit denumirea de semiconductori tip n.

Dacă într-un semiconductor pur se injectează atomi trivalenți, atunci electronii din banda de valență vor trece pe nivelul acceptor E_a, iar în banda de valență vor rămâne goluri. Atomi trivalenți vor accepta electronii trecuți din banda de valență, vor deveni ioni negativi, fixându-se în rețea.



La echilibrul termic, concentrația golurilor este mai mare decât a electronilor, iar semiconductorii se numesc tip p.

4.**Formula conductivității electrice a unui semiconductor.**



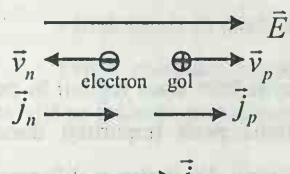
Pentru a găsi relația conductivității electrice a unui semiconductor, vom considera un cristal semiconductor de formă paralelipipedică și căruia îi vom aplica o tensiune electrică U la capetele lui, încât purtătorii de sarcină electrică, electronii și golurile vor căpăta mișcări uniform accelerate, cu accelerațiile: $\vec{a_n} = -\frac{e\vec{E}}{m_m}$ (pentru electroni) și $\vec{a_p} = \frac{e\vec{E}}{m_p}$ (pentru goluri). Viteza medie de deplasare între două ciocniri consecutive este dată de relația: $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a}t_c$, t_c fiind timpul mediu dintre două ciocniri consecutive cu ionii rețelei, iar $\vec{v} \rightarrow$ viteza medie de antrenare (viteză de drift).

Cum $\vec{v_n} = -\frac{et_c}{2m_n}\vec{E}$ și $\vec{v_p} = \frac{et_c}{2m_p}\vec{E}$, unde $\frac{eE_c}{2m_p} = \mu_p \rightarrow$ mobilitatea golurilor și $\frac{et_c}{2m_n} = \mu_n \rightarrow$ mobilitatea electronilor, atunci: pentru goluri avem: $\vec{v_p} = \mu_p\vec{E}$ și pentru electroni: $\vec{v_n} = -\mu_n\vec{E}$. Mobilitatea μ variază de la un semiconductor la altul și depinde de temperatură, concentrația de impurități și de tipul semiconductorului.

Intensitatea curentului datorită golurilor este: $I_p = \frac{q_p}{\Delta t}$, unde $q_p = epSv_p\Delta t$ și atunci: $I_p = \frac{epSv_p\Delta t}{\Delta t} = epSv_p$. Dar densitatea de curent $j_p = \frac{I_p}{S} = \frac{epSv_p}{S} = epv_p$. Densitatea de curent datorită golurilor este:

$j_p = epv_p \rightarrow$ unde e - sarcina electronului, p – concentraţia golurilor, v – viteza golurilor.

Vectorial densitatea de curent are expresia: $\vec{j_p} = ep\vec{v_p}$. În mod analog se calculează şi intensitatea curentului electric datorită electronilor, încât densitatea de curent datorită electronilor se va scrie $j_n = -env_n$, iar vectorial: $\vec{j_n} = -en\vec{v_n}$.



Densitatea de curent datorită ambelor tipuri de purtători de sarcină electrică este:

$$\vec{j} = \vec{j_p} + \vec{j_n} = ep\vec{v_p} - en\vec{v_n} = ep\mu_p\vec{E} - en(-\mu_n\vec{E}) =$$

$e(p\mu_p + n\mu_n)\vec{E} \rightarrow \vec{j} = e(p\mu_p + n\mu_n)\vec{E}$ (1). Se notează expresia: $p\mu_p + n\mu_n = \sigma \rightarrow$ conductivitatea electrică a semiconductorului, iar relaţia (1) devine: $\vec{j} = \sigma\vec{E} \rightarrow$ legea lui Ohm pentru semiconductori.

În cazul unui semiconductor intrinsec: $\sigma_i = en_i(\mu_p + \mu_n)$ deoarece: $p = n = n_i$.

Rezistivitatea conductorului intrinsec: $\rho_i = \dfrac{1}{\sigma_i} = \dfrac{1}{en_i(\mu_p + \mu_n)}$.

În cazul unui semiconductor tip p:

$\sigma_p = ep\mu_p$, iar $\rho_p = \dfrac{1}{ep\mu_p}$ şi pentru un semiconductor de tip n:

$\sigma_n = en\mu_n$, iar $\rho_n = \dfrac{1}{en\mu_n}$. Pentru un conductor metalic p = 0 şi atunci:

$\sigma = en\mu_n$, iar $\rho = \dfrac{1}{\sigma} = \dfrac{1}{en\mu_n}$.

Găsirea legii lui Ohm: $j = \dfrac{I}{S}$ şi $E = \dfrac{U}{l}$, iar din $j = \sigma E$ avem:

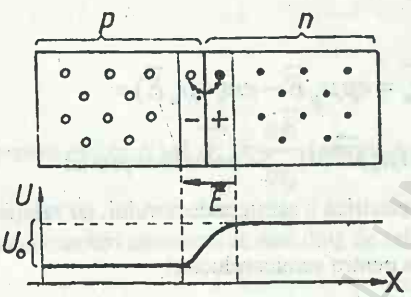
BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\frac{I}{S}=\sigma\frac{U}{l}\rightarrow I=\frac{US}{\rho l}=\frac{U}{\frac{\rho l}{S}}=\frac{U}{R}\rightarrow I=\frac{U}{R}$$ (legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit electric).

5.Dispozitive semiconductoare.

Joncțiunea p – n.

Joncțiunea p-n este o regiune de tranziție între două regiuni în care o parte conține impurități acceptoare, iar cealaltă parte impurități donoare.



Electronii din partea n difuzează în partea p, unde întâlnesc legături chimice nesatisfăcute, goluri. Electronii ocupă stările libere întâlnite în partea p. Procesul prin care dintr-un electron liber și un gol se reface o legătură chimică se numește recombinare și care este însoțită de degajare de energie. Ca urmare a difuziei electronilor în partea p, inițial neutră electric, aceasta se încarcă negativ, potențialul ei scade, iar porțiunea n, inițial neutră electric, rămâne încărcată pozitiv, potențialul ei crește. Între zonele n și p apare o diferență de potențial de contact U_0 și un câmp electric îndreptat de la n la p, care se opune trecerii electronilor și se numește strat de baraj. Practic între aceste două regiuni nu există electroni liberi: din partea n au plecat electronii, iar din partea p golurile s-au combinat cu electronii difuzați. Ca atare de o parte și de alta a joncțiunii p-n se formează o porțiune de cristal sărăcită de purtători liberi, numită strat de baraj.

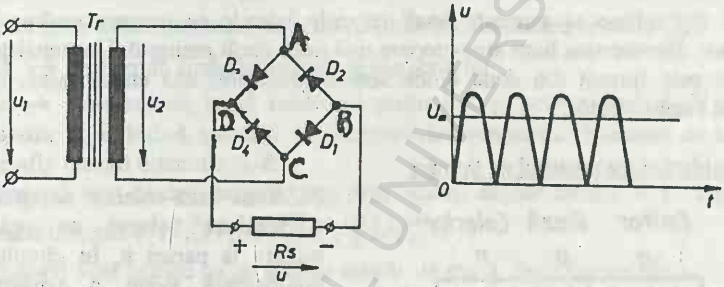
- Dioda semiconductoare sau joncțiunea p-n are proprietăți de redresare sau detectoare lăsând să treacă curentul alternativ numai când partea p este pozitivă pentru un anumit tip de alternanță, iar partea n este negativă.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru cealaltă alternanță, partea p este negativă , iar partea n este pozitivă încât curentul nu trece de-a lungul circuitului. La trecerea curentului electric, prin circuitul electric, câmpul electric a stratului de baraj se micşorează, iar când curentul electric în circuit se micşorează sau este suprimat, câmpul electric a stratului de baraj se măreşte.

- Redresarea cu diode semiconductoare.

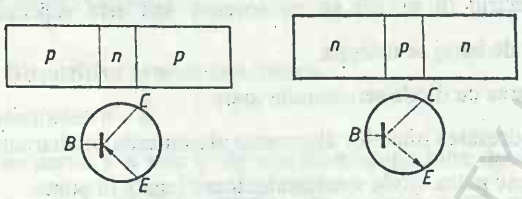
Pentru redresarea ambelor alternanțe ale curentului alternativ de joasă frecvență se folosesc patru diode semiconductoare legate în punte:



Tensiunea alternativă pentru redresare se leagă între nodurile A şi C, iar tensiunea redresată se culege între bornele B şi D.

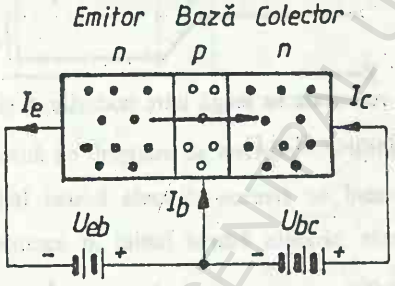
BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- Tranzistorul este alcătuit din trei straturi de conducție diferită : un strat **n** între două straturi **p** sau un strat **p** între două straturi **n**. Vom avea două tipuri de tranzistoare : tip **pnp** și tip **npn**.



Stratul din mijloc se numește **bază** iar cele laterale se numesc **emitor** și **colector** . Întotdeauna baza are o dopare mai mică decât emitorul. Un tranzistor de fapt este format din două diode semiconductoare: una emitor-bază, iar cealaltă bază-colector.

Să considerăm tranzistorul de tip npn :



Pe dioda bază-colector se aplică o tensiune inversă cu polul pozitiv la partea n. În circuitul emitor-bază avem o tensiune electrică în așa fel ca emitorul să fie legat la borna minus, încât acesta să aibă rolul de comandă a curentului electric din circuitul emitorului, care la rândul său este determinat de tensiunea aplicată între emitor și baza U_{eb}.

Tensiunea U_{bc} practic nu influențează curentul din colector dar îl menține pe colector la un potențial pozitiv.

Tranzistoarele sunt folosite ca amplificatoare de tensiune și generatoare de oscilații. Dispozitivele semiconductoare (diode, tranzistoare) înlocuiesc cu succes diodele și triodele cu emisie electronică.

BCU IAȘI - CENTRUL UNIVERSITAR

IV. FIZICA NUCLEULUI. PARTICULE ELEMENTARE

1. Constituenţii nucleului atomic. Izotopi. Izobari.

Un atom este format dintr-un nucleu ce conţine un anumit număr de nucleoni şi electroni. Numărul de electroni dintr-un atom se numeşte număr atomic şi se notează cu Z.

Atomul este neutru din punct de vedere electric, încât sarcina electrică a electronilor trebuie să fie compensată de sarcina pozitivă a nucleului. Particulele ce intră în alcătuirea nucleului sunt protonii, caracterizaţi prin sarcină electrică pozitivă egală în mărime cu sarcina electrică a electronilor şi neutronii ce n-au sarcină electrică. Protonii şi neutronii au primit denumirea de nucleoni. Numărul de protoni şi de neutroni din nucleu reprezintă partea întreagă a masei atomului notat cu A. Simbolic un nucleu se scrie ${}^{A}_{Z}X$.

$X \rightarrow$ reprezintă simbolul chimic al elementului

$A \rightarrow$ numărul de masă (numărul protonilor şi neutronilor) şi Z numărul atomic şi ne indică numărul de electroni dintr-un atom. Numărul de neutroni se află făcând diferenţa A-Z.

Izotopii sunt nuclee caracterizate prin acelaşi număr atomic Z şi numere de masă diferite. $({}^{1}_{1}H, {}^{2}_{1}H, {}^{3}_{1}H, {}^{233}_{92}U, {}^{234}_{92}U, {}^{238}_{92}U,)$

Izotopii sunt nuclee ce au acelaşi număr de masă, dar numere atomice diferite $({}^{27}_{12}Mg, {}^{27}_{13}Al)$.

Întrucât masa atomică este o mărime foarte mică, în raport cu Kg, s-a ales pentru masa atomică ca unitate: unitatea atomică de masă notată cu u.

Unitatea atomică de masă reprezintă a 12-a parte din masa atomului de carbon ${}^{12}_{6}C$. Între u şi kg există relaţia:

$$1u=1{,}66\bullet10^{-27}kg$$

Masa atomică a unui atom se determină experimental prin spectroscopia de masă şi este diferită de masa nucleului său.

Masa electronului: $m_e=(9{,}109534\pm0{,}000047)\bullet10^{-31}kg$

Masa protonului: $m_p=(1{,}007276470\pm0{,}000000011)u$

Masa electronului: $m_n=(1{,}008665\pm0{,}000003)u$

2. Stabilitatea maselor atomice.

În afară de nucleele elementelor radioactive, toate celelalte nuclee sunt stabile. Nucleele sunt formate din protoni încărcaţi cu sarcină electrică pozitivă şi neutroni ce sunt neutri din punct de vedere electric şi din această cauză nu se poate explica stabilitatea nucleului numai cu ajutorul forţelor electrice, ci s-a presupus că între nucleoni se exercită, un alt tip de forţe şi care s-au numit forţe nucleare. Forţele electrice acţionează la distanţe mari, comparativ cu forţele

FIZICĂ

nucleare dintre nucleoni ce acționează la distanțe foarte mici (10^{-15}m). Forțele nucleare se manifestă între toți nucleonii, indiferent că sunt încărcați electric sau sunt neutri din punct de vedere electric. Stabilitatea nucleelor atomice constituie o problemă deosebită în fizica nucleară și de aceea trebuiesc cunoscute cauzele ce fac ca nucleele atomilor să nu fie stabile sau nestabile.

Energia de legătură a nucleului reprezintă lucrul mecanic efectuat pentru a desface un nucleu izolat și în repaus în nucleoni izolați și în repaus sau egală cu energia transferată mediului în procesul formării nucleului din nucleonii constituenți. O primă formulă a energiei de legătură a nucleului este :

$$W_{leg}=Zm_pc^2+(A-Z)m_nc^2-M_Nc^2$$

$M_N\rightarrow$ este masa de repaus a nucleului.

Pentru ca nucleul să fie stabil trebuie ca $W_{leg}>0$.

În timpul de desfacere a nucleului în nucleoni nu se consumă masa în sensul clasic, se conservă energia totală. Pentru a calcula W_{leg}, trebuie cunoscut M_N pe care n-o știm și pentru a înlătura această deficiență, s-a introdus în relația W_{leg}, masa atomică M_A pe care o cunoaștem, obținută cu spectrograful de masă și totodată introducem în expresia energiei de legătură, în loc de m_p, masa atomică a hidrogenului m_H și în felul acesta, energia de legătură a unui nucleu se calculează cu a doua relație:

$W_{leg}=Zm_Hc^2+(A-Z)m_nc^2-M_Ac^2=[Zm_H+(A-Z)m_n-M_A]c^2$

Cum : $1uc^2 = 931{,}5\ M_eV$, atunci formula energiei de legătură este:

$W_{leg}=[Zm_H+(A-Z)m_n-M_A]931{,}5\ M_eV$.

Energia de legătură pe nucleon: $B=\frac{W_{leg}}{A}$, unde A reprezintă numărul de nucleoni ai nucleului atomic.

3. Dezintegrarea radioactivă. Legi.

Dezintegrarea α.

Ecuația generală este: ${}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{4}_{2}\alpha+{}^{A-4}_{Z-2}Y$

Prin emisia unei particule α numărul de masă A al atomului se micșorează cu 4 unități, iar numărul atomic Z cu 2 unități . Noul atom se deplasează cu două căsuțe la stânga în tabelul lui Mendeleev.

Exemplu: ${}^{210}_{84}Po\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{206}_{82}Pb$ sau ${}^{226}_{88}Ra\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{222}_{86}Rn$

Dezintegrarea β.

S-a constatat că unele nuclee radioactive emit spontan electroni, iar altele pozitroni. Vom avea o dezintegrare β^-: ${}^{A}_{Z}N\rightarrow{}^{A}_{Z+1}M+{}^{0}_{-1}e+\bar{\nu}$, unde $\bar{\nu}$ este antiparticula neutrinului (ν), iar nucleele radioactive au un surplus de neutroni față de protoni, încât: ${}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{1}_{1}p+{}^{0}_{-1}e+\tilde{\nu}$.

Dezintegrarea β^+ are loc atunci când, nucleele radioactive au un surplus de

protoni față de numărul neutronilor, încât: ${}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + {}_{+1}^0e + \upsilon$

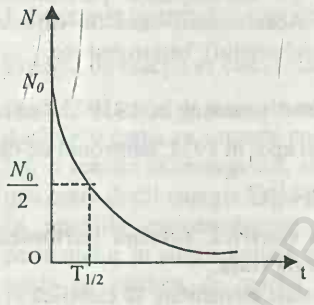
Forma generală a dezintegrării β^+ este : ${}_Z^AN \rightarrow {}_{Z-1}^AM + {}_{+1}^0e + \upsilon$

Emisia radiației γ are loc, atunci când un nucleu radioactiv emite radiații (fotonii γ) la trecerea dintr-o stare nestabilă într-o stare stabilă. Radiația γ însoțește emisia de particule α sau β.

Legea dezintegrării radioactive: $N = N_0 \bullet e^{-\lambda t}$ unde

$N_0 \rightarrow$ numărul inițial de nuclee pentru a se dezintegra la momentul inițial t=0.

$N \rightarrow$ numărul de nuclee rămase dezintegrate după timp t. Legea de dezintegrare este o lege statistică dându-se posibilitatea să se calculeze câte nuclee se dezintegrează într-un interval de timp, fără a putea indica care anume nucleu se va dezintegra într-un anumit moment. Graficul legii dezintegrării radioactive. Timpul de înjumătățire T este timpul după care se dezintegrează



jumătate din numărul N_0 de nuclee aflate în stare metastabilă. Între constanta de dezintegrare λ și T există relația:

Legea de atenuare a fotonilor: $I(x) = I(0) \bullet e^{-\mu x}$ unde

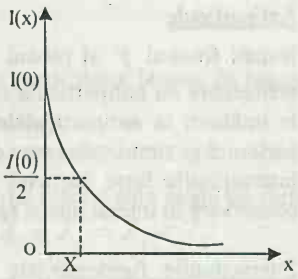
I(0) este intensitatea fasciculului de fotoni la intrare în stratul de substanță,

I(x) este intensitatea fasciculului de fotoni ce părăsește substanța,

$\mu \rightarrow$ este coeficientul de atenuare liniară și

x este grosimea stratului de substanță.

Între grosimea de înjumătățire X și coeficientul de atenuare liniară există relația: $X = \dfrac{\ln 2}{\mu}$



Graficul legii de atenuare:

BUCUREȘTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Detectori de radiații nucleare:

Detectorul de radiație nucleară este un sistem care pune în evidență existența, înregistrarea numărului lor, energia , cât și masa lor. Sunt diferite criteriile de clasificare a detectorilor de radiații nucleare:

1. Detectori ce se bazează pe fenomenul de ionizare în gaz (cameră de ionizare, contorul Geiger -Muller)
2. detectori ce se bazează pe apariția scintilațiilor.
3. Detectori ce au la bază fenomenul de formare de perechi electron-gol în cristalele semiconductoare
4. Detectoare construite pe efectul fotochimic al radiațiilor.

Acceleratori de particule.

Sunt instalații complexe pentru a imprima particulelor încărcate electric, energii suficient de mari capabile să provoace reacții nucleare.

Toate principiile de accelerare se bazează pe interacțiunea particulelor încărcate cu câmpuri electrice și magnetice. Acceleratorii sunt de diferite tipuri: acceleratorul liniar, acceleratorul ciclic (ciclotronul), betatronul etc.

Particulele elementare și proprietăți .

Primele particule elementare descoperite au fost: protonul în 1919 de către Rutherford prin reacția: ${}_2^4He+{}_7^{14}N\rightarrow{}_1^1p+{}_8^{17}O$ și apoi în 1932, neutronul de că de către Chadwick prin reacția: ${}_2^4He+{}_4^9B_e\rightarrow{}_0^1n+{}_6^{12}C$

Proprietățile particulelor elementare : **Sarcina electrică, sarcină barionică, stranietate, spin, masă de repaus, timp mediu de viață.**

După:spin, sarcină bariorică și stranietate particulele elementare se clasifică în : a) **fotoni**; b) **leptoni**; c) **mezoni**; d) **nucleoni** și e) **hiperoni.**

Antiparticule

Numai fotonul γ și pionul π^0 nu au antiparticule, restul toate particulele elementare au antiparticula sa. Toate proprietățile de la particulele elementare le întâlnim la antiparticulele corespunzătoare, însă sarcina electrică, sarcina barionică și stranietatea sunt de semn opus. Pentru ca o antiparticulă să apară în interacțiunile între particule este necesar să fie satisfăcute toate legile de conservare în interacțiunea respectivă.

Interacțiunile fundamentale ale particulelor elementre sunt: **interacțiuni nucleare tari, interacțiuni electromagnetice** și **interacțiuni slabe.**

Interacțiunile tari au loc între nucleoni, mezoni și hiperoni.

Particulele ce interacționează tare se numesc hadroni.

Interacţiuni electromagnetice le întâlnim la toate particulele încărcate, iar interacţiuni slabe le întâlnim la leptoni (electroni, mioni şi neutrino).
La majoritatea tipurilor de interacţiuni sunt valabile legile: de conservare a energiei total relativiste, a impulsului, a momentului cinetic, a sarcinii electrice şi bariometrice, însă la interacţiuni tari se conservă straneitatea pe când la interacţiunile slabe această proprietate nu se conservă.

Reacţii nucleare. Legi de conservare.
Reacţia nucleară este procesul prin care două particule sau sisteme de particule, interacţionează prin forţe nucleare şi apoi ansamblul se desface în mai multe particule sau sisteme de particule (nuclee).
Particulele sau nucleele din starea finală se numesc produşi de reacţie.
Simbolic o reacţie nucleară se scrie sub forma: $a + X \rightarrow Y + b$ sau $X(a,b)Y$.
Legile de conservare în reacţii nucleare:

1. Legea de conservării energiei: $W_a + W_x = W_y + W_b$

Energia de reacţie se calculează cu formula: $Q = (m_a + m_x - m_b - m_y) \bullet c^2$
Dacă Q>0 reaţia se numeşte exoenergetică iar
dacă Q<0 reaţia se numeşte endoenergetică.
Într-o reacţie exoenergetică, energia cinetică a particulelor în starea finală este mai mare decât energia cinetică a particulelor în starea iniţială.
În reacţiile endoenergetice este necesară o energie cinetică minimă a particulelor în starea iniţială pentru a produce reacţia, iar această energie este egală cu căldura de reacţie Q şi poartă denumirea de energie de prag: $E_c^a + E_c^x = |Q| = E_{prag}$. În acest caz, energia cinetică a particulelor în starea finală este nulă, adică $(E_c^b + E_c^y)_{prag} = 0$.

2. Legea conservării impulsului: Impulsul total al particulelor înainte de reacţie este egal cu impulsul particulelor după reacţie

3. Legea conservării sarcinii electrice:
Suma sarcinilor electrice ale particulelor înainte de reacţie este egală cu suma sarcinilor electrice ale particulelor după reacţie: $Z_a + Z_x = Z_y + Z_b$

4. Legea conservării numărului de nucleoni: Numărul de nucleoni înainte de reacţie este egal cu numărul de nucleoni dup reacţie: $A_a + A_x = A_y + A_b$

Tipuri de reacţii nucleare

Reacțiile nucleare se clasifică de obicei după tipul particulei incidente (încărcate electric, neutră, foton, etc.), după energia acesteia și după numărul de masă al nucleului ciocnit.

Fisiunea stimulată a fost descoperită în 1939 de către : O. Hahn, F. Strassman și Lise Meitner .

Prima reacție de fisiune stimulată: ${}_0^1n+{}_{92}^{35}U\rightarrow{}_{92}^{236}U^*\rightarrow{}_{56}^{144}Ba+{}_{36}^{89}Kr+3{}_0^1n$

Energia de reacție Q=200MeV a acestui proces este preluată sub forma de energie cinetică a fragmentelor rezultate din fisiune (${}_{56}^{144}Ba$ și ${}_{36}^{89}Kr$).

Reacția de fisiune este o reacție puternic exoenergetică.

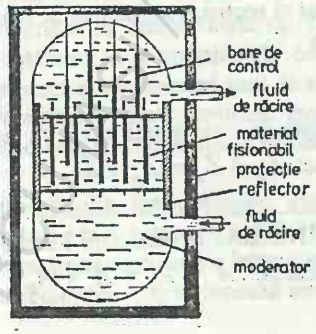
Reacția în lanț are loc atunci când primii neutroni rezultați din primele fisionări produc la rândul lor noi fisionări. Pentru a mări gradul de producere a reacției în lanț, este necesară prezența unor substanțe, numite moderator, ce încetinesc viteza neutronilor, în acest fel sunt mai eficienți.

Ca moderatori se utilizează: apa obișnuită, apa grea, grafitul sau beriliu. Pentru a se produce și a se continua reacția în lanț trebuie ca neutronii rezultați din fisiunile precedente să nu fie captați de ${}_{92}^{238}U$ sau de alte nuclee.

O altă cauză a întreținerii reacției în lanț este aceea ca substanța nucleară (combustibilul) trebuie să aibă o masă suficientă, numită masă critică. În cazul când masa combustibilului nuclear este mai mare decât masa critică, numărul de neutroni se multiplică rapid și poate să ajungă la explozie nucleară. Daca masa combustibilului nuclear este mai mică decât masa critică, atunci neutronii se pierd în procese de absorbție, de părăsire a substanței nucleare, încât reacția în lanț se întrerupe.

Reactorul nuclear este o instalație complexă unde procesele de fisiune stimulată sunt controlate iar energia rezultată poate duce la ridicarea temperaturii unui agent termic.

Schema de principiu a unui reactor nuclear:



Părțile componente:
1. Materialul fisionabil
2. Moderatorul
3. Fluidul de răcire
4. Bare de control
5. Reflectorul
6. Protecția

Reactorul nuclear este utilizat la :
a) producere de neutroni
b) produce energie în centralele nucleare electrice
c) produce materiale fisionabile ce nu se găsesc în natură (${}_{92}^{233}U$ și ${}_{92}^{239}P_u$).

PROBLEME REZOLVATE:

1. Pe o suprafață de aluminiu (L=1,2eV) cade un fascicul de lumină cu lungimea de undă de 200nm.

a) Care este energia cinetică a celui mai rapid electron extras

b) Care este tensiunea de stopare

c) Care este lungimea de undă de propagare cea mai mare

(Fizică cl. XII pag.49)

Rezolvare:

a) $h\upsilon = L + E_c \rightarrow E_c = h\frac{c}{\lambda} - L$

Numeric: $E_c = \frac{6,6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{200 \bullet 10^{-9}} - 1,2 \bullet 1,6 \bullet 10^{-19} = 7,9 \bullet 10^{-19} j$

b) $E_c = eU \rightarrow U = \frac{E_c}{e}$. Numeric: $U = \frac{7,9 \bullet 10^{-9}}{1,6 \bullet 10^{-19}} = 4,9V$

c) $L = \upsilon_0 h = \frac{ch}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{ch}{L}$

Numeric: $\lambda_0 = \frac{3 \bullet 10^8 \bullet 6,6 \bullet 10^{-34}}{1,2 \bullet 1,6 \bullet 10^{-19}} \cong 1031nm$.

2. Pe o celulă electrică ajunge un fascicul cu lungimea de undă $\lambda_1 = 350nm$. Celulei i se aplică o tensiune de frânare care stopează total fotoelectronii extraşi . Se trimite apoi pe aceiaşi celulă o radiaţie cu lungimea de undă de $\lambda_2 = 300nm$ şi se constată că tensiunea de frânare totală este cu 0,6V mai mare decât în primul caz. Să se calculeze sarcina electronului.

(Fizică cl. XII pag.49)

Rezolvare:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\begin{cases} h\upsilon_1 = L + E_{c1} & E_{c1} = eU \\ h\upsilon_2 = L + E_{c2} & E_{c2} = e(U + U_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h\dfrac{c}{\lambda_1} = L + E_{c1} & E_{c1} = eU \rightarrow \dfrac{hc}{\lambda_1} = L + eU \\ h\dfrac{c}{\lambda_2} = L + E_{c2} & E_{c2} = e(U + U_1) \rightarrow \dfrac{hc}{\lambda_2} = L + e(U + U_1) \end{cases}$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = eU_1 \rightarrow e = \frac{hc}{U_1}\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

Numeric:

$$e = \frac{6{,}6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{0{,}6} \frac{(350 - 300) \bullet 10^{-9}}{350 \bullet 300 \bullet 10^{-9} \bullet 10^{-9}} = 1{,}6 \bullet 10^{-19} C$$

$$\rightarrow e = 1{,}6 \bullet 10^{-19} C$$

3. Un foton cu lungimea de undă $\lambda = 232nm$ eliberează un fotoelecton de pe suprafața unui electrod de platină (L=5,29eV). Să se calculeze impulsul transmis electrodului , dacă electronul este expulzat după direcția de mișcare a fotonului dar de sens contrar.

(Fizică cl. XII pag.49)

Rezolvare:

Aplicăm legea conservării impulsului:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}_{electrod} \rightarrow \vec{p}_{electrod} = \vec{p}_f - \vec{p}_e \rightarrow p_{electrod} = p_f + p_e = \frac{h}{\lambda} + mv$$

Scriem ec. lui Einstein: $\dfrac{hc}{\lambda} = L + \dfrac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2}{m}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - L\right)}$, încât:

$$p_{electrod} = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}. \text{ Numeric: } p_{electrod} = \frac{6{,}6 \bullet 10^{-34}}{232 \bullet 10^{-9}} +$$

$$+ \sqrt{2 \bullet 9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet \left(\frac{6{,}6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{232 \bullet 10^{-9}} - 5{,}29 \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19}\right)} = 1{,}38 \bullet 10^{-25} kg \bullet \frac{m}{s} \rightarrow$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$p_{electrod} = 1{,}38 \bullet 10^{-25} kg \bullet \frac{m}{s}$.

4. Să se compare modificările Compton maxime ale lungimii de undă în cazul împrăştierii fotonilor pe electroni liberi şi pe protoni.

(Fizică cl. XII /pag.49)

Rezolvare:

$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$ unde $\Lambda = \frac{h}{m_0 c} \rightarrow \Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2 \frac{\theta}{2}$. Pentru ca $\Delta\lambda$ să fie maxim trebuie să fie ca $\sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$ şi atunci $\Delta\lambda_{max} = \frac{2h}{m_0 c}$.

Pentru electron avem : $\Delta\lambda_{max}(e) = \frac{2h}{m_{0e} c}$.

Numeric: $\Delta\lambda_{max}(e) = \frac{2 \bullet 6{,}6 \bullet 10^{-34}}{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 3 \bullet 10^8} = 4{,}8 \bullet 10^{-12} m$.

Pentru proton $\Delta\lambda_{max}(p) = \frac{2h}{m_{0p} c}$.

Numeric: $\Delta\lambda_{max}(o) = \frac{2 \bullet 6{,}6 \bullet 10^{-34}}{1{,}007 \bullet 1{,}66 \bullet 10^{-27} \bullet 3 \bullet 10^8} = 2{,}6 \bullet 10^{-15} m$.

5. Un foton de raze X cu energia de 50KeV suferă o ciocnire directă cu un electron în repaus şi este împrăştiat sub un unghi de 180^0.

a) Care este variaţia lungimii de undă? Ce variaţie relativă reprezintă aceasta?

b) Ce energie pierde fotonul? (Fizică cl. XII /pag.49)

Rezolvare:

a) Scriem formula $\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2 \frac{\theta}{2}$, unde $\theta = 180^0$ iar $\sin^2 \frac{180^0}{2} = 1$,

BCU "I.C. CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

încât relația devine: $\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}$. Numeric: $\Delta\lambda = \frac{2 \bullet 6{,}6 \bullet 10^{-34}}{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 3 \bullet 10^{8}} =$

$= 4{,}8 \bullet 10^{-12} m.$

$W_0 = h\upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6{,}6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^{8}}{50 \bullet 10^{3}} = 24{,}8 \bullet 10^{-12}$ m.

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{4{,}8 \bullet 10^{-12}}{24{,}8 \bullet 10^{-12}} = 19{,}5\%.$

b) $\Delta W = W_0 - W = W_0 - h\upsilon = W_0 - \frac{hc}{\lambda}$. Dar $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda =$

$= (2{,}48 + 0{,}48) \bullet 10^{-11} m = 2{,}96 \bullet 10^{-11} m$, încât:

$\Delta W = 50 \bullet 10^{3} \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19} - \frac{6{,}6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^{8}}{2{,}96 \bullet 10^{-11}} = 1{,}31 \bullet 10^{-15} j.$

$\Delta W = \frac{1{,}31 \bullet 10^{-15}}{1{,}6 \bullet 10^{-14}} eV = 8 KeV.$

6. Un foton cu energia 10^4 eV se ciocnește cu un electron liber care se găsește în repaus și este împrăștiat sub un unghi de 60^0. Se cer:

a) modificarea energiei, frecvenței și lungimii de undă pentru foton;

b) energia cinetică a electronului Compton. (Fizică cl. XII /pag.49)

Rezolvare:

$\Delta W = W_0 - h\upsilon$ (1), unde $W_0 = h\upsilon_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$

$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{W_0} + \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}.$

Relația (1), devine:

$\Delta W = W_0 - h\frac{c}{\lambda} = W_0 - \frac{hc}{\frac{hc}{W_0} + \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}} = W_0\left[1 - \frac{1}{1 + \frac{W_0}{m_0 c^2}\sin^2\frac{\theta}{2}}\right].$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Numeric:

$$\Delta W = 10^4 \bullet \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{2 \bullet 10^4 \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19}}{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 9 \bullet 10^{16}} \bullet \frac{1}{4}} \right] eV \cong 97 eV \rightarrow \Delta W \cong 97 eV$$

$\Delta \upsilon = \frac{\Delta W}{h}$ iar numeric: $\Delta \upsilon = \frac{97 \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19}}{6{,}6 \bullet 10^{-34}} \cong 2{,}3 \bullet 10^{16} Hz$

$$\Delta \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \Delta \lambda = \frac{2 \bullet 6{,}6 \bullet 10^{-34}}{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 3 \bullet 10^8} \bullet \frac{1}{4} \cong 1{,}2 \bullet 10^{-12} m$$

b) $W_c = \Delta W = 97 eV$.

7. În urma împrăştierii unui foton cu energia iniţială de 0,8 MeV pe un electron liber în repaus, s-a observat că lungimea de undă a fotonului este egală cu lungimea de undă Compton. Să se calculeze unghiul sub care a fost împrăştiat fotonul . (Fizică cl. XII /pag.50)

Rezolvare:

Aplicăm: $\Delta \lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$ (1), unde $\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = \lambda$. Din relaţia (1):

$$\lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \Lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\Lambda - \lambda_0}{2\Lambda}.$$

Dar $W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$, încât :

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\lambda_0}{\Lambda}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{m_0 c^2}{W_0}\right) \rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{m_0 c^2}{W_0}\right)}.$$

Numeric: $\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 9 \bullet 10^{16}}{0{,}8 \bullet 10^6 \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19}}\right)} \cong 0{,}42$

$$\sin \frac{\theta}{2} = 0{,}42 \rightarrow \frac{\theta}{2} = 25^0 \rightarrow \theta = 50^0.$$

BUJIAN CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

8. Lungimea de undă a fotonului inițial este de 0,5A. Ce energie capătă electronul de recul în cazul împrăștierii fotonului sub unghiurile de: 60^0, 90^0 și 180^0? (Fizică cl. XII /pag.50)

Rezolvare:

Energia cinetică a electronului de recul are expresia:

$$E_c = \frac{hc}{\lambda_0} \frac{2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad \text{unde} \quad \Lambda = \frac{h}{m_0 c}. \text{ Calculăm pe:}$$

$$\Lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,426 \cdot 10^{-12} m$$

Numeric: $$E_c = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 2,426 \cdot 10^{-12} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}{0,5 \cdot 10^{-10} \cdot \left(0,5 \cdot 10^{-10} + 2 \cdot 2,426 \cdot 10^{-12} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}.$$

Se fac calculele numerice și se află relația E_c în funcție de θ. Apoi, se determină E_c pentru $\theta = 60^0$, 90^0 și 180^0.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

9. Într-un tub de raze catodice (Crookes) se obține un fascicul de electroni cu o viteză $v = 4 \bullet 10^7 m/s$, constituind un curent cu intensitatea de $10^{-3} A$.

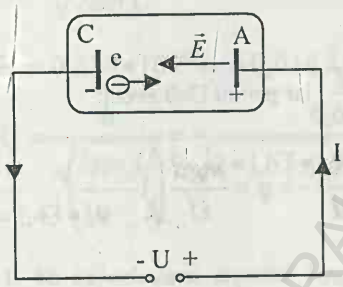
a) Care este energia cinetică a unui electron din fascicul?

b) Care este diferența de potențial între electrozii tubului ?

c) Fasciculul de electroni cade pe o plăcuță de platină de masă m=50g. Considerând că întreaga energie cinetică a electronilor este absorbită de plăcuță sub formă de căldură, să se afle cu câte grade se ridică temperatura plăcuței într-un minut? Căldura specifică a platinei este $c = 147 \frac{J}{kg \bullet K}$.

(Fizică cl. XII /pag.50)

Rezolvare:



a) $E_c = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \bullet 9{,}1 \bullet$

$\bullet 10^{-31} \bullet 16 \bullet 10^{14} = 7{,}28 \bullet 10^{-16} J$

b) $E_c = eU \rightarrow U = \frac{E_c}{e} =$

$= \frac{7{,}28 \bullet 10^{-16}}{1{,}6 \bullet 10^{-19}} = 4550 V$.

c) $Q = UIt$ dar $Q = mc\Delta t$ încât: $mc\Delta t = UIt \rightarrow \Delta t^0 = \frac{UIt}{mc} =$

$= \frac{4550 \bullet 10^{-3} \bullet 60}{50 \bullet 10^{-3} \bullet 147} \cong 37^0 C$

9. O picătură de ulei, electrizată, având masa $m = 10^{-14} kg$, se află între armăturile unui condensator plan, plasate orizontal la o distanță $d = 1cm$ una de alta. În lipsa câmpului electric, picătura, sub efectul greutății sale și datorită frecării cu aerul atinge o viteză limită $v_1 = 0{,}2 mm/s$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicând o tensiune U=490V între armăturile condensatorului viteza limită cu care cade particula devine $v_2 = 0{,}12 mm/s$ Să se afle :

a) Sarcina q a picăturii de ulei;

b) viteza limită v_3 a picăturii dacă se inversează polaritatea tensiunii aplicate;

c)Valoarea tensiunii U' și polaritatea aplicată condensatorului . Se consideră forța de frecare cu aerul proporțională cu viteza particulei și se neglijează efectul forței arhimedice. Se va lua g=9,8m/s.

(Fizică cl. XII /pag.50)

Rezolvare:

Problema face parte din „Măsurarea directă a sarcinii electrice'' prin experiența lui Milikan.

a) când U=0 avem: $mg = Cv_1 \rightarrow C = \frac{mg}{v_1}$ iar pentru U≠0 avem:

$$mg = \frac{qU}{d} + \frac{mgv_2}{v_1} \rightarrow mg\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{qU}{d} \rightarrow q = \frac{mgd}{U}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)$$

Numeric:

$$q = \frac{10^{-14} \bullet 9{,}8 \bullet 10^{-2}}{490}\left(1 - \frac{0{,}12}{0{,}20}\right) = 8 \bullet 10^{-19}\, C = 5e$$

b) $mg + \frac{qU}{d} = Cv_3 \rightarrow mg + \frac{qU}{d} = \frac{mgv_3}{v_1} \rightarrow v_3 = \left(1 + \frac{qU}{mgd}\right)v_1$.

Numeric: $v_3 = \left(1 + \frac{8 \bullet 10^{-19} \bullet 490}{10^{-14} \bullet 9{,}8 \bullet 10^{-2}}\right) \bullet 0{,}2 = 0{,}28\, mm/s$.

c) $mg = \frac{qU'}{d} \rightarrow U' = \frac{mgd}{q}$

Numeric: $U' = \frac{10^{-14} \bullet 9{,}8 \bullet 10^{-2}}{8 \bullet 10^{-19}} = 1225\ V$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

10. Calculați lungimea de undă a undei asociate (de Broglie) pentru un electron și pentru un proton în cazul în care ei străbat o diferență de potențial de 400V. ($m_e = 9{,}1 \bullet 10^{-41} kg, m_p = 1{,}67 \bullet 10^{-27} kg, e = 1{,}6 \bullet 10^{-19} C, h = 6{,}626 \bullet 10^{-34} js$)
(Fizică cl. XII /pag.51)

Rezolvare:

Ne folosim de relația de Broglie: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ și de formula: $eU = \frac{mv^2}{2}$,

din care rezultă: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}$. Pentru electron:

$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2em_eU}}$. Numeric $\lambda_e = \frac{6{,}626 \bullet 10^{-34}}{\sqrt{2 \bullet 1{,}6 \bullet 10^{-19} \bullet 9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 400}} =$

$\lambda_e = 0{,}614 \bullet 10^{-10} m = 0{,}614$ Å. Pentru proton:

$\lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2em_pU}} = \frac{6{,}626 \bullet 10^{-34}}{\sqrt{2 \bullet 1{,}67 \bullet 10^{-19} \bullet 9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 400}} = 1{,}43 \bullet 10^{-12} m =$

$= 1{,}43 \bullet 10^{-2}$ Å.

11. Să se calculeze raportul lungimilor de undă $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ale undelor asociate particulelor nerelativiste cu masa m_1 și m_2 dacă ele au aceiași energie cinetică.
(Fizică cl. XII /pag.51)

Rezolvare:

$\lambda_1 = \frac{h}{m_1v_1}$ și $\lambda_2 = \frac{h}{m_2v_2}$, iar $\frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_2v_2^2}{2} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$.

Facem raportul : $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{h}{m_1v_1} \frac{m_2v_2}{h} = \frac{m_2v_2}{m_1v_1} \rightarrow$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$ Raportul lungimilor de undă este: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

12. Într-un proces de difuzie Compton se știe că impulsul fotonului împrăștiat este egal cu impulsul electronului de recul, iar unghiurile dintre direcțiile de mișcare este de 90^0. Să se afle :

a) energia fotonului incident;

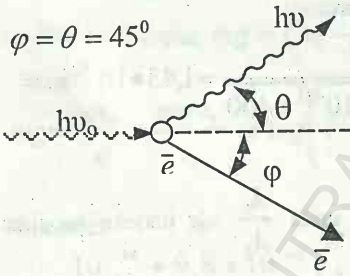
b) impulsul electronului

Rezolvare:

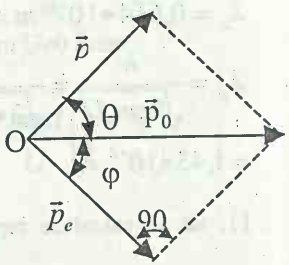
Reprezentarea grafică a impulsurilor:

Întrucât impulsurile sunt egale:

$\varphi = \theta = 45^0$



Știm că:



unde $\varphi+\theta=90^0$

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{\lambda}{\lambda_0} - \cos\theta} \rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_0} - \cos\theta = \frac{\sin\theta}{tg\varphi} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\sin\theta}{tg\varphi} + \cos\theta = \frac{\sin\theta + \cos\theta \bullet tg\varphi}{tg\varphi} \quad (1)$$

Cum $\rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + 1$ iar $2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - \cos\theta$, obținem:

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}=\frac{\Lambda(1-\cos\theta)}{\lambda_0}+1\rightarrow\frac{\lambda}{\lambda_0}=\frac{h(1-\cos\theta)}{m_0c\lambda_0}+1 \quad (2)$$

Egalăm (1) cu (2) şi avem: $\dfrac{\sin\theta+\cos\theta\bullet tg\varphi}{tg\varphi}=\dfrac{h(1-\cos\theta)}{m_0c\lambda_0}+1$

$$\rightarrow\frac{\sin\theta+\cos\theta\bullet tg\varphi}{tg\varphi}-1=\frac{h(1-\cos\theta)}{m_0c\lambda_0} \quad (3).$$

Dar $\varepsilon_0=h\upsilon_0=\dfrac{hc}{\lambda_0}$ şi atunci relaţia (3) devine:

$$\frac{\sin\theta+\cos\theta\bullet tg\varphi}{tg\varphi}-1=\frac{\varepsilon_0(1-\cos\theta)}{m_0c^2}\rightarrow$$

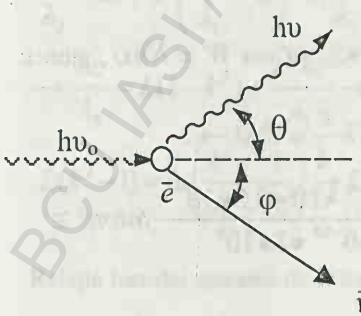
$$\varepsilon_0=\frac{c^2m_0\left[\dfrac{\sin\theta+\cos\theta\bullet tg\varphi}{\sin\varphi}-1\right]}{1-\cos\theta}, \quad \text{unde } \varphi=\theta=45^0.$$

b) $\cos\varphi=\dfrac{p_e}{p_o}\rightarrow p_e=p_o\cos\varphi=\dfrac{h}{\lambda_0}\cos\varphi\rightarrow\varphi=45^0$ şi $\lambda_0=\dfrac{hc}{\varepsilon_0}$.

13. Un foton x cu energia de 20KeV ciocneşte un electron liber aflat în repaus şi este împrăştiat sub un unghi de 60^0 faţă de direcţia iniţială de propagare . Să se afle :

a) lungimea de undă a fotonului incident;

b) lungimea de undă a fotonului împrăştiat;



c) energia cinetică a electronului de recul şi viteza după ciocnire. Se cunosc: Λ şi m_0 pentru electron şi energia fotonului împrăştiat de $19{,}635eV$

Rezolvare:

a) $\varepsilon_0=h\nu_0=\dfrac{hc}{\lambda_0}\rightarrow$

$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon_0}$. Numeric: $\lambda_0 = \frac{6,6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{20 \bullet 10^3 \bullet 1,6 \bullet 10^{-19}} = 61,8 pm$

b) Scriem formula lui Compton:

$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda = \lambda_0 + 2\Delta \sin^2 \frac{\theta}{2} = 61,8 + 2.2,426 \frac{1}{4} \cong 63 pm$.

c) $\varepsilon_0 = \varepsilon + E_c \rightarrow E_c = \varepsilon_0 - \varepsilon = 20000 - 19,635 = 19980,365 eV$

Energia electronului fiind mică, vom determina viteza electronului din formula:

$E_c = \frac{m_0 v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_0}}$. Cunoscându-se E_c și m_0 se poate afla v.

13. Un laser cu rubin emite radiații cu lungimea de undă de $\lambda = 694,3 nm$

Să se determine:

a) Energia unuia dintre fotonii emiși prin atomilor mediului activ,

b) Numărul de ioni de Cr^{+++} ce trebuie să se dezexcite într-un interval de timp de 0,5μs pentru ca puterea medie a fasciculului emis să nu depășească 10W;

c) Cristalul de formă cilindrică cu lungimea de 5cm și diametru de 1cm. În asemenea condiții să se afle concentrația ionilor de Cr^{+++}.

Rezolvare:

a) $\varepsilon = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{694,3 \bullet 10^{-9}} = 2,86 \bullet 10^{-19} J$

b) Formula puterii este: $P = \frac{W}{t} \rightarrow W = P \bullet \Delta t$. Cum $W = Nh\upsilon$, atunci:

$Nh\upsilon = P\Delta t$. Dar $\upsilon = \frac{c}{\lambda}$ și vom obține: $Nh\frac{c}{\lambda} = P\Delta t \rightarrow$.

$\rightarrow N = \frac{\lambda P \Delta t}{hc}$. Numeric: $N = \frac{694,3 \bullet 10^{-9} \bullet 10 \bullet 0,5 \bullet 10^{-6}}{6,6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}$ *fotoni* $\cong$

BCUIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\cong 175 \bullet 10^{11}$ *fotoni*.

c) Concentraţia ionilor: $n = \frac{N}{V}$. Dar $V = Sl = \frac{\pi d^2}{4} l \rightarrow n = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4} l} =$

$= \frac{4N}{\pi d^2 l} \rightarrow n = \frac{4N}{\pi d^2 l}$. Numeric: $N = \frac{4 \bullet 175 \bullet 10^{11}}{\pi \bullet 10^{-4} \bullet 5 \bullet 10^{-2}} \cong 22{,}3 \bullet 10^{17} m^{-3}$.

14. Pe suprafaţa unui metal cad succesiv radiaţiile electromagnetice ce au lungimea de undă λ_1 şi λ_2. Ştiind că viteza maximă a fotoelectronilor pentru o anumită lungime de undă este de K ori mai mare decât a celorlalte radiaţii, să se afle lucrul de extraxţie a metalului.

Rezolvare:

Pentru viteză maximă v:

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = L + \frac{mv^2}{2} \text{ iar pentru viteza kv avem:} \\ \frac{hc}{\lambda_2} = L + \frac{mk^2v^2}{2}. \text{ Din prima ecuaţie } \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda_1} - L \text{ şi înlocuim} \end{cases}$$

această valoarea în a doua din sistem şi obţinem:

$$\frac{hc}{\lambda_2} = L + k^2\left(\frac{hc}{\lambda_1} - L\right) \rightarrow \frac{hc}{\lambda_2} = L + \frac{k^2 hc}{\lambda_1} - k^2 L \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{hc}{\lambda_2} = L(1-k^2) + \frac{k^2 hc}{\lambda_1} \rightarrow L(k^2-1) = \frac{k^2 hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} \rightarrow$$

$$L(k^2-1) = hc\left(\frac{k^2}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \rightarrow L = \frac{hc}{k^2-1}\left(\frac{k^2}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = \frac{hc}{\lambda_1(k^2-1)}\left(k^2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)$$

Relaţia lucrului mecanic de extracţie este: $L = \frac{hc}{\lambda_1(k^2-1)}\left(k^2 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)$.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

15. Se consideră o sferă de cupru şi care este iradiată cu radiaţii cu lungime de undă λ . Ştiind că lucrul de extracţie este L, să se afle ce potenţial va avea sfera de cupru după iradiere şi viteza maximă a fotoelectronilor emişi.

Rezolvare:

La efectul fotoelectric avem relaţiile: $\varepsilon = L + E_{cm}$ (1) şi $E_{cm} = eU_s = eV$

Substituim pe $E_{cm} = eV$ în relaţia (1): $\varepsilon = L + eV \rightarrow h\nu = L + eV \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{hc}{\lambda} = L + eV \rightarrow \frac{hc}{\lambda} - L = eV \rightarrow V = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)$$

Scriem ecuaţia lui Einstein: $h\nu = L + \frac{mv_{max}^2}{2} \rightarrow \frac{hc}{\lambda} - L = \frac{mv_{max}^2}{2} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right) = v_{max}^2 \rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}$$

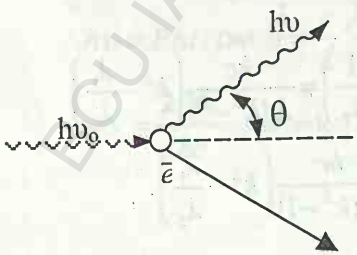
Cele două mărimi fizice aflate sunt: $V = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)$ şi

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}.$$

16. Un foton incident cu lungimea de undă λ_0 este difuzat prin efect Compton sub unghiul de difuzie θ. Să se afle:

a) Frecvenţa fotonului difuzat;

b) Energia cinetică a electronului de recul;



Rezolvare:

a) La efectul Compton avem relaţia:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2} (1), \text{ unde } \Delta = \frac{h}{m_0 c},$$

ECU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$2\sin^2\frac{\theta}{2}=1-\cos\theta$ şi $\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0$, încât relaţia (1) devine :

$\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)\rightarrow\lambda=\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$. Cum

$\lambda=\frac{c}{\upsilon}$, atunci: $\frac{c}{\upsilon}=\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)\rightarrow\upsilon=\frac{c}{\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)}$

b) Aplicăm legea conservării energiei pentru efectul Compton:

$$h\upsilon_0=h\upsilon+E_c\rightarrow E_c=h\upsilon_0-h\upsilon=h(\upsilon_0-\upsilon)=h\left(\frac{c}{\lambda_0}-\upsilon\right).$$

Se cunoaşte υ de la punctul (a) şi atunci:

$$E_c=h\left[\frac{c}{\lambda_0}-\frac{c}{\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)}\right]=hc\left[\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)}\right]\rightarrow$$

$$E_c=hc\left[\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_0+\frac{h(1-\cos\theta)}{m_0c}}\right].$$

17. Un foton incident cu lungimea de undă λ_0 produce efect Compton, încât viteza electronului de recul este v. Să se afle deplasarea $\Delta\lambda$ Compton.

Rezolvare:

Aplicăm legea conservării energiei în cazul efectului Compton:

$$h\upsilon_0+m_0c^2=h\upsilon+mc^2\rightarrow h(\upsilon_0-\upsilon)=mc^2-m_0c^2\rightarrow$$

EDUMS / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\rightarrow h\left(\frac{c}{\lambda_0}-\frac{c}{\lambda}\right)=c^2(m-m_0).\ \text{Dar}\ m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},\ \text{încât}$$

$$\rightarrow h\left(\frac{c}{\lambda_0}-\frac{c}{\lambda}\right)=c^2m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)\rightarrow\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}=\frac{cm_0}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right).$$

Cum $\lambda-\lambda_0=\Delta\lambda\rightarrow\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda$ avem:

$$\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_0+\Delta\lambda}=\frac{cm_0}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)$$

$$\frac{\lambda_0+\Delta\lambda-\lambda_0}{\lambda_0(\lambda_0+\Delta\lambda)}=\frac{cm_0}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)\rightarrow\rightarrow\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0+\Delta\lambda)}=\frac{cm_0}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0+\Delta\lambda)}=\frac{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{h}\rightarrow\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2+\lambda_0\Delta\lambda}=\frac{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{h}$$

$$\rightarrow\frac{\lambda_0^2+\lambda_0\Delta\lambda}{\Delta\lambda}=\frac{h}{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}\rightarrow\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}+\lambda_0=\frac{h}{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}=\frac{h}{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}-\lambda_0\rightarrow\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}=\frac{h-\lambda_0cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}\rightarrow$$

$$\rightarrow\Delta\lambda=\frac{\lambda_0^2cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{h-\lambda_0cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}=\frac{\lambda_0^2cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{\lambda_0\left[\frac{h}{\lambda_0}-cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)\right]}=$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$= \frac{\lambda_0 cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{\frac{h}{\lambda_0}-cm_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)} = \frac{\lambda_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)}{\frac{h}{cm_0\lambda_0}-\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}+1}$$. Cum $\beta = \frac{v}{c}$ atunci:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)}{\frac{h}{cm_0\lambda_0}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+1}$$. Relația căutată este: $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)}{\frac{h}{cm_0\lambda_0}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+1}$.

18. Unei celule fotoelectrice i se aplică o tensiune de stopare Us iar potențialul de extracție al metalului din care este construit este U. Să se afle:

a) Lungimea de undă a luminii pentru care se pune în evidență un curent fotoelectric.

b) Dacă puterea fascicolului incident este P și fiecare foton scoate din catod câte un singur electron, să se determine numărul fotoelectronilor emiși în unitatea de timp.

c) Lungimea de undă de Broglie a unui fotoelectron emis.

Rezolvare:

a) Scriem ecuația Einstein pentru efectul fotoelectric: $h\upsilon = L + E_{cm}$, unde:

$L = eU$, $E_{cm} = eU_s$, iar $\upsilon = \frac{c}{\lambda}$ și atunci:

$$\frac{hc}{\lambda} = eU + eU_s \rightarrow \lambda = \frac{hc}{eU + eU_s} = \frac{hc}{e(U + U_s)}.$$

BCUIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) $P=\frac{Nh\upsilon}{t}=\frac{Nhc}{t\lambda}\rightarrow N=\frac{Pt\lambda}{hc}$. Dar $t=1s$ şi atunci $N=\frac{P\lambda}{hc}\rightarrow$ numărul fotonilor emişi în unitatea de timp. Cum $\lambda=\frac{hc}{e(U+U_s)}$, atunci $N=\frac{P}{hc}\frac{hc}{e(U+U_s)}=\frac{P}{e(U+U_s)}$. Numărul fotonilor emişi este: $N=\frac{P}{e(U+U_s)}$.

c) Ne folosim de relaţia de Broglie: $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}$. Dar $\frac{mv^2}{2}=eU_s\rightarrow$ $\rightarrow v=\sqrt{\frac{2eU_s}{m}}$, încât $\lambda=\frac{h}{m\sqrt{\frac{2eU_s}{m}}}=\frac{h}{\sqrt{2emU_s}}$

Lungimea de undă de Broglie este: $\lambda=\frac{h}{\sqrt{2emU_s}}$.

19. În efectul Compton, un foton de energie ε_0 şi în ciocnire cu un electron liber este difuzat sub un unghi θ. Să se determine unghiul de difuzie θ, ştiind că fotonul difuzat are energia ε.

Rezolvare:

Fotonul iniţial: $\varepsilon_0=h\upsilon_0$, iar cel difuzat : $\varepsilon=h\upsilon$, încât

$$\varepsilon_0-\varepsilon=h(\upsilon_0-\upsilon)=hc\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)\rightarrow\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{hc}=\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}.$$

Dar $\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda$ şi atunci:

$$\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{hc}=\frac{\varepsilon_0}{hc}-\frac{1}{\lambda_0+\Delta\lambda}\rightarrow\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{hc}-\frac{\varepsilon_0}{hc}=\frac{-1}{\lambda_0+\Delta\lambda}\rightarrow\frac{\varepsilon_0}{hc}-\frac{\varepsilon}{hc}-\frac{\varepsilon_0}{hc}=$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$=\frac{-1}{\lambda_0+\Delta\lambda}\rightarrow\frac{\varepsilon}{hc}=\frac{1}{\frac{hc}{\varepsilon_0}+\Delta\lambda}\rightarrow\frac{\varepsilon}{hc}=\frac{\varepsilon_0}{hc+\varepsilon_0\Delta\lambda}\rightarrow hc\varepsilon+\varepsilon\varepsilon_0\Delta\lambda=hc\varepsilon_0\rightarrow$$

$$\rightarrow hc(\varepsilon_0-\varepsilon)=\varepsilon_0\varepsilon\Delta\lambda\rightarrow\Delta\lambda=\frac{hc(\varepsilon_0-\varepsilon)}{\varepsilon_0\varepsilon}\ (1).$$

Cum $\Delta\lambda=2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}$ atunci relația (1) devine: $2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{hc(\varepsilon_0-\varepsilon)}{\varepsilon_0\varepsilon}$

Dar cum $\Lambda=\frac{h}{m_0c}$ vom avea: $2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{hc(\varepsilon_0-\varepsilon)}{\varepsilon_0\varepsilon}\rightarrow$

$$\rightarrow\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{m_0c^2(\varepsilon_0-\varepsilon)}{2\varepsilon_0\varepsilon}\rightarrow\sin\frac{\theta}{2}=c\sqrt{\frac{m_0(\varepsilon_0-\varepsilon)}{2\varepsilon_0\varepsilon}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\theta}{2}=\arcsin c\sqrt{\frac{m_0(\varepsilon_0-\varepsilon)}{2\varepsilon_0\varepsilon}}\rightarrow\theta=2\arcsin c\sqrt{\frac{m_0(\varepsilon_0-\varepsilon)}{2\varepsilon_0\varepsilon}}.$$

Unghiul sub care este defazat fotonul se calculează cu relația:

$$\theta=2\arcsin c\sqrt{\frac{m_0(\varepsilon_0-\varepsilon)}{2\varepsilon_0\varepsilon}}.$$

20. Un electron este accelerat sub o tensiune U. Să se calculeze lungimea de undă asociată când nu se ține seama de variația relativistă a masei cu viteza și apoi când se ia în considerație variația relativistă a masei cu viteza.

Rezolvare:

a) Aflarea lungimii de undă asociată electronului când nu se ține seama de variația relativistă a masei cu viteza: $\lambda_1=\frac{h}{mv}$ și $\frac{mv^2}{2}=eU\rightarrow$

$v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$ și avem: $\lambda_1=\frac{h}{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}}=\frac{h}{\sqrt{2eUm}}\rightarrow\lambda_1=\frac{h}{\sqrt{2eUm}}$

b) Aflarea lungimii de undă asociată electronului când se ține seama de variația relativistă a masei cu viteza:

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\lambda_2 = \frac{h}{p_2}$ unde p_2 este impulsul relativist şi are formula:

$p_2 = \frac{1}{c}\sqrt{W^2 - m_0^2c^4}$ unde $W = m_0c^2 + eU$. Calculăm

$p_2 = \frac{1}{c}\sqrt{(m_0c^2 + eU)^2 - m_0^2c^4} = \frac{1}{c}\sqrt{m_0^2c^4 + 2eUm_0c^2 + e^2U^2 - m_0^2c^4} =$

$= \frac{1}{c}\sqrt{2eUm_0c^2 + e^2U^2} = \frac{1}{c}\sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}$. Relaţia impulsului relativist este: $p_2 = \frac{1}{c}\sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}$. Substituim pe p_2 în $\lambda_2 = \frac{h}{p_2}$ şi găsim: $\lambda_2 = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}} = \frac{hc}{\sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}} \rightarrow$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}}.$$

21. Să se calculeze lungimile de undă ale spectrului emis de atomul de hidrogen, folosind formula lui Balmer.

(Fizică cl. XII /pag.97)

Rezolvare:

Ne folosim de formula generală a seriilor spectrale:

$\frac{1}{\lambda_{kn}} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$ unde $R = 1{,}097373 \bullet 10^7\, m^{-1}$

În cazul seriei Bulmer n=2 şi k>2

$$\frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{5}{36}R \rightarrow$$

$$\lambda_1 = \frac{36}{5R} = \frac{36}{5 \bullet 1{,}097373 \bullet 10^7} m = 6{,}561 \bullet 10^{-7}\, m = 656{,}1 nm$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) \rightarrow \lambda_2 = \frac{16}{3R} \rightarrow \lambda_2 = 486nm$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}\right) \rightarrow \lambda_3 = \frac{100}{8R} \rightarrow \lambda_3 = 434nm$$

$$\frac{1}{\lambda_4} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}\right) \rightarrow \lambda_4 = \frac{36}{8R} \rightarrow \lambda_4 = 410nm$$

22. Calculaţi lungimea de undă a celei de a doua linii spectrale din seria Paschen (n=3, n=5) .

(Fizică cl. XII /pag.97)

Rezolvare:

Ne folosim de formula generală a seriilor spectrale:

$\frac{1}{\lambda_{kn}} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$ unde $R = 1{,}097373 \bullet 10^7 m^{-1}$ unde n=3 şi k=5 şi

obţinem $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right) \rightarrow \lambda = \frac{225}{16R} = \frac{225}{16 \bullet 1{,}097373 \bullet 10^7} m =$

$$= \frac{225}{16 \bullet 1{,}097373 \bullet 10^7} m = 1{,}2814 \bullet 10^{-6} m = 1281{,}4nm$$

23. Un electron se mişcă în câmpul columbian al unui nucleu cu Z=1 pe o orbită circulă, ca în modelul Ruthenford, raza acelei orbite este $r = 10^{-10} m$. Să se calculeze energiile totală, potenţială şi cinetică ale electronului pe o astfel de orbită.

(Fizică cl. XII /pag.98)

Rezolvare:

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Energia potențială

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{(1,6 \bullet 10^{-19})^2}{10^{-10}} \bullet 9 \bullet 10^9 \, j = -23,04 \bullet 10^{-19} \, j = -14,4eV$$

Energia totală:

$$E_t = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} = -9 \bullet 10^9 \bullet \frac{(1,6 \bullet 10^{-19})^2}{2 \bullet 10^{-10}} = -11,52 \bullet 10^{-19} \, j = -7,2eV$$

Energia cinetică: $E_c = E_t - U = -11,52 \bullet 10^{-19} \, j + 23,04 \bullet 10^{-19} \, j =$

$= 11,52 \bullet 10^{-19} \, j = 7,2eV$

Valorile energiilor electronului sunt: $U = -14,4eV$, $E_t = -7,2eV$,

$E_c = 7,2eV$

24. Un foton din radiația ultravioletă, cu lungimea de undă $\lambda = 2537$ Å, este absorbit de un atom care îl ionizează, electronul expulzat având energia Ec=0,5eV. Să se calculeze energia de legătură a electronului în atomul respectiv.

(Fizică cl. XII /pag.98)

Rezolvare:

Energia fotonului absorbit servește la ionizarea atomului și la imprimarea electronului o anumită energie cinetică: $h\upsilon = W_{leg} + E_c \rightarrow W_{leg} = h\upsilon - E_c =$

$= \frac{hc}{\lambda} - E_c \rightarrow W_{leg} = \frac{hc}{\lambda} - E_c$. Numeric: $W_{leg} = \frac{6,6 \bullet 10^{-34} \bullet 3 \bullet 10^8}{2537 \bullet 10^{-10}} -$

$-0,5 \bullet 1.6 \bullet 10^{-19} = 7,035 \bullet 10^{-19} \, j = 4,397eV \rightarrow W_{leg} = 4,397eV$

25. Utilizând modelul Bohr, calculați energia necesară pentru a scoate electronul dintr-un atom de halogen o dată ionizat.

(Fizică cl. XII /pag.98)

BCU IASI / CENTRALA UNIVERSITARA

Rezolvare:

În cazul atomilor hidrogenoizi, energia totală a sistemului atomic se calculează cu relația: $E_n = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$ unde $m_0 \rightarrow$ masa de repaus a electronului, $Z \rightarrow$ numărul atomic și $n \rightarrow$ numărul cuantic principal.

La heliu ($_2^4He$) Z=2 și n=1 obținem:

$$E_1 = -\frac{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 2^2 \bullet (1{,}6 \bullet 10^{-19})^4}{8 \bullet (8{,}854 \bullet 10^{-12})^2 \bullet (6{,}6 \bullet 10^{-34})^2 \bullet 1^2} =$$

$$= -\frac{9{,}1 \bullet 10^{-31} \bullet 4 \bullet 6{,}5 \bullet 10^{-76}}{8 \bullet 77{,}4 \bullet 10^{-24} \bullet 43{,}5 \bullet 10^{-68}} = \cong -87 \bullet 10^{-20}\, j.$$

$$W_{leg} = -E_1 = 87 \bullet 10^{-20}\, j$$

26. Cunoscându-se energia cinetică relativistă E_c a unui electron, să se găsească lungimea de undă asociată, pe baza ipotezei ondulatorii a lui de Broglie privind particulele .

Relația lui de Broglie este : $\lambda = \frac{h}{p}$

Rezolvare:

Impulsul trebuie determinat din relația:

$E^2 = E_0^2 + (pc)^2$, unde E_0 este energia de repaus a electronului, avem:

$E^2 - E_0^2 = p^2 c^2 \rightarrow p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}$ (1) Cum $E = E_0 + E_c \rightarrow$

$E^2 = E_0^2 + E_c^2 + 2E_0 E_c \rightarrow$ și substituind relația (1) avem:

$p = \frac{\sqrt{E_0^2 + E_c^2 + 2E_0 E_c - E_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{E_c(2E_0 + E_c)}}{c}$. Cum $\lambda = \frac{h}{p}$, atunci:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_c(E_c + 2E_0)}}.$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

27. O rețea plană de difracție cu constanta l=1,64μ este iradiată normat cu un fascicul de lumină monocromatică corespunzător uneia dintre liniile spectrale ale hidrogenului atomic. Știind că maximele de difracție de ordinul K=2 se observă sub unghiul $\alpha=30^0$ față de direcția de incidență, să se determine :

a) Numerele cuantice principale ale stărilor atomilor de hidrogen între care se produce tranzacția însoțită de emisia fotonilor radiației studiate;

b) Valoarea maximă a potențialului de frânare a fotoelectronilor pentru un fotocatod de cesiu (L=1,9eV) pentru care radiația considerată mai poate produce curent fotoelectric.

(Culegere Mihai Penescu, pag.74 /1994)

Rezolvare:

a) La sistemele de difracție, pentru incidența normală

$k\lambda = l\sin\alpha \rightarrow \lambda = \frac{l\sin\alpha}{k}$. Numeric: $\lambda = \frac{1{,}64\bullet 10^{-6}\bullet\frac{1}{2}}{2} \cong 4091\text{Å}$.

Valoarea lui $\lambda \cong 4091\text{Å}$ este în vizibil, ceea ce aparține seriei spectrale Balmer cu K=2. În cazul seriei Balmer putem scrie: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right) =$

$$= R\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}\right) \rightarrow \frac{1}{\lambda R} = \frac{1}{4}-\frac{1}{n^2} \rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4}-\frac{1}{\lambda R} \rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{\lambda R-4}{4\lambda R} \rightarrow$$

$$n^2 = \frac{4\lambda R}{\lambda R-4} \rightarrow n = \sqrt{\frac{4\lambda R}{\lambda R-4}}.$$

Numeric: $n = \sqrt{\frac{4\bullet 4091\bullet 10^{-10}\bullet 1{,}097373\bullet 10^7}{4091\bullet 10^{-10}\bullet 1{,}097373\bullet 10^7-4}} \cong 6$.

Pentru n s-a găsit valoarea aproximativă de $n=6$.

b) Știm că $E_{cm} = eU$ iar $h\upsilon = L + E_{c\max}$, încât: $\frac{hc}{\lambda} = L + eU \rightarrow$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\rightarrow U=\left(\frac{hc}{\lambda}-L\right)\frac{1}{e}=\left(\frac{6{,}6\bullet10^{-34}\bullet3\bullet10^{8}}{4091\bullet10^{-10}}-1{,}9\bullet1{,}6\bullet10^{-19}\right)\frac{1}{1{,}6\bullet10^{-19}}\cong1{,}12V$$

28. Se poate studia structura cristalină a solidelor cu un fascicul de electroni a căror energie cinetică $E_c=150eV$? Să se justifice răspunsul. Cunoaştem masa electronului m=9,1•10^{-31} kg.

(Fizică cl. XII /pag.128)

Rezolvare:

Scriem relaţia de Broglie: $\lambda=\frac{h}{mv}$(1) $E_c=\frac{mv^2}{2}\rightarrow v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}$.

Substituim pe $v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}$ în relaţia (1) şi obţinem: $\lambda=\frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_c}{m}}}=$

$=\frac{h}{\sqrt{2mE_c}}\rightarrow\lambda=\frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$. Numeric:

$$\lambda=\frac{6{,}626\bullet10^{-34}}{\sqrt{2\bullet9{,}1\bullet10^{-31}\bullet150\bullet1{,}6\bullet10^{-19}}}\cong1{,}002\bullet10^{-10}m\cong10^{-10}m\cong1\text{Å}$$

Întrucât lungimea de undă asociată electronilor este de 1Å apropiată de conductanţa reţelei cristaline care-i circa tot 1Å se poate studia structura cristalină cu energia cinetică a electronilor de 150eV.

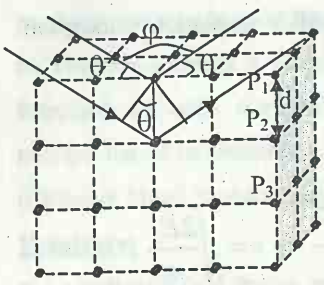
29. Unghiul dintre fasciculul de raze X incidente şi cel reflectat de un sistem de plane echidistante este $\varphi=120^0$. Dacă distanţa interplanară este d=0,09nm, iar

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

lungimea de undă a razelor X este =0,045nm, să se găsească ordinul reflexiei Bragg.

(Fizică cl. XII /pag.128)

Rezolvare:



Din figură $BC = d\sin\theta = CD$.

Diferența de drum va fi :

$$\delta = BC + CD = 2BC = 2d\sin\theta .$$

Cum $\delta = n\lambda$, atunci obținem:

$$n\lambda = 2d\sin\theta \rightarrow n = \frac{2d\sin\theta}{\lambda}.$$

Tot din desen se constată că:

$$2\theta + \varphi = 180^0 \rightarrow \theta = \frac{180^0 - \varphi}{2} = \frac{180^0 - 120^0}{2} = 30^0 \rightarrow \theta = 30^0$$

iar $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$, încât $n = \frac{2 \bullet 0{,}09 \bullet 10^{-9} \bullet \frac{1}{2}}{0{,}045 \bullet 10^{-9}} = \frac{9}{4{,}5} = \frac{90}{45} = 2$

Ordinul de reflexie este n=2.

30. Ce energie trebuie să aibă protonii într-o experiență de împrăștiere pe nuclee de aur punctiforme pentru a ajunge până la distanța de 10^{-15} m de centrul nucleului? Este această energie suficientă a depăși înălțimea barierei electrostatice?

(Fizică cl. XII /pag.178)

Rezolvare:

Trebuie calculate energia cinetică E_c și înălțimea barierei electrostatice C.

Aflarea energiei cinetice $E_c = \frac{eZe}{4\pi\varepsilon_0 d} = 9 \bullet 10^9 \bullet \frac{Ze^2}{d}$, unde $Z_{aur} = 79$,

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$e = 1{,}6 \bullet 10^{-19} C$ şi d=10^{-15}m, încât: $E_c = \frac{9 \bullet 10^9 \bullet 79 \bullet (1{,}6 \bullet 10^{-19})^2}{10^{-15}} \cong$

$\cong 1{,}82 \bullet 10^{-11} j = 113{,}75 MeV \rightarrow E_c = 113{,}75 MeV$.

Calcularea înălţimii barierei electrostatice se face cu formula:

$$C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_p Z_{au} e^2}{R} = 9 \bullet 10^9 \frac{1 \bullet 79 \bullet (1{,}6 \bullet 10^{-19})^2}{R_p + R_{au}} \quad (1)$$

În general $R=R_0A^{1/3}$, unde $R_0 \approx 1{,}45 \bullet 10^{-15}$m. Pentru proton ($^1_1 p$) A=1, iar pentru aur ($^{197}_{79} A_u$) A=197, încât: $R_p=R_0=1{,}45 \bullet 10^{-15}$m şi

$$R_{Au} = 1{,}45 \bullet 10^{-15} \bullet 197^{1/3} = 1{,}45 \bullet 10^{-15} \bullet \sqrt[3]{197} = 1{,}45 \bullet 10^{-15} \bullet 5{,}82m$$

Revenim la relaţia (1) şi facem substituirile:

$$C = 9 \bullet 10^9 \frac{1 \bullet 79 \bullet (1{,}6 \bullet 10^{-19})^2}{1{,}45 \bullet 10^{-15} + 1{,}45 \bullet 10^{-15} \bullet 5{,}82} \cong 114{,}9 \bullet 10^5 eV \cong 11{,}4 MeV \rightarrow$$

$\rightarrow C = 11{,}4 MeV$.

Energia cinetică a protonilor este Ec=113,75MeV, iar înălţimea barierei electrostatice este : C=11,4 MeV. Întrucât $E_c > C$, rezultă că protonii pot depăşi înălţimea barierei potenţiale electrostatice.

31. Într-un spectrograf cu câmp magnetic transversal se cere ca separarea între cele două linii ale izotopilor ^{37}Cl şi ^{35}Cl să fie de 5cm. Tensiunea de accelerare a ionilor este de 1000V. Care trebuie să fie valoarea inducţiei câmpului magnetic pentru a obţine această separare ?

(Fizică cl. XII /pag.174)

Rezolvare:

Asupra fiecărui ion de clor ce intră cu viteza $\vec{v}$ şi perpendicular pe inducţia magnetică $\vec{B}$, acţionează forţa lorentziană $\vec{f}$ ce joacă rolul unei forţe

centripete $\vec{F}_{cp}$ și în consecință $qvB = \frac{mv^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$. Dar $q = ne$, unde $n = 1$, deoarece ionul de clor este monovalent și atunci: $r = \frac{mv}{eB}$. Cum masele ionice sunt diferite: m_1 și m_2, vom avea și raze și viteze diferite: $r_1 = \frac{m_1 v_1}{eB}$ și $r_2 = \frac{m_2 v_2}{eB}$. Cum separarea, dintre două linii este $d = 2r_1 - 2r_2 = 2(r_1 - r_2)$, atunci $d = 2\left(\frac{m_1 v_1}{eB} - \frac{m_2 v_2}{eB}\right) = \frac{2}{eB}(m_1 v_1 - m_2 v_2)$ (1).

Ionii fiind accelerați de aceiași tensiune electrică U putem scrie: $eU = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ și $eU = \frac{m_2 v_2^2}{2} \rightarrow$ încât: $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ și $v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$.

Valorile vitezelor v_1 și v_2 le substituim în (1) și avem:

$$d = \frac{2}{eB}\left(m_1\sqrt{\frac{2eU}{m_1}} + m_2\sqrt{\frac{2eU}{m_2}}\right) = \frac{2}{eB}\left(\sqrt{2eUm_1} + \sqrt{2eUm_2}\right) =$$

$$= \frac{2}{eB}\left[\sqrt{2eU}\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}\right)\right] = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2eU}{e^2}}\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}\right) =$$

$$= \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}\right) \rightarrow d = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow B = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}\right) (2).$$ Cum $U = 1000V$, $d = 5 \bullet 10^{-2} m$, $m_1 = 37 \bullet 1{,}66 \bullet 10^{-27} kg$ și $m_2 = 35 \bullet 1{,}66 \bullet 10^{-27} kg$ și înlocuind toate aceste valori în relația (2) găsim:

$$B = \frac{2}{5 \bullet 10^{-2}}\sqrt{\frac{2 \bullet 1000}{1{,}6 \bullet 10^{-19}}}\left(\sqrt{37 \bullet 1{,}66 \bullet 10^{-27}} + \sqrt{35 \bullet 1{,}66 \bullet 10^{-27}}\right) \cong$$

BCU ASE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$\cong 3 \bullet 10^{-2} T$.

Inducţia magnetică B va avea valoarea de: $B = 3 \bullet 10^{-2} T$.

32. Calculaţi energia de legătură a nucleelor ${}_1^3H, {}_4^9Be, {}_5^{10}B$ şi energia lor medie pe nucleon. Utilizaţi masele atomice din tabelul 5.1/(pag.185).
(Fizică cl. XII /pag.179)

Rezolvare:

Pentru rezolvarea problemei vom folosi formulele:

$W_{leg} = [Z \bullet m_H + (A-Z)m_n - M_A] \bullet 931{,}5 MeV$ şi $B = \frac{W_{leg}}{A}$, unde A reprezintă numărul de nucleoni dintr-un nucleu. Vom lua pe rând fiecare nucleu în parte.

Pentru ${}_1^3H$: $W_{leg} = \left[1 \bullet m_H + 2 \bullet m_n - M_{{}_1^3H}\right] \bullet 931{,}5 MeV =$

$= (1 \bullet 1{,}007825 + 2 \bullet 1{,}008665 - 3{,}016049) \bullet 931{,}5 MeV = 8{,}48 MeV$

$B = \frac{W_{leg}}{A} = \frac{8{,}48}{3} MeV / nucleon = 2{,}83 MeV / nucleon$.

Pentru ${}_4^9Be$: $W_{leg} = \left[4 \bullet m_H + 5 \bullet m_n - M_{{}_4^9Be}\right] \bullet 931{,}5 MeV =$

$= (4 \bullet 1{,}007825 + 5 \bullet 1{,}008665 - 9{,}012186) \bullet 931{,}5 MeV = 58{,}14 MeV$

$B = \frac{W_{leg}}{A} = \frac{58{,}14}{9} MeV / nucleon = 6{,}46 MeV / nucleon$

Pentru ${}_5^{10}B$: $W_{leg} = \left[5 \bullet m_H + 5 \bullet m_n - M_{{}_5^{10}B}\right] \bullet 931{,}5 MeV =$

$= (5 \bullet 1{,}007825 + 5 \bullet 1{,}008665 - 10{,}012939) \bullet 931{,}5 MeV = 64{,}75 MeV$

$B = \frac{W_{leg}}{A} = \frac{64{,}75}{10} MeV / nucleon = 6{,}475 MeV / nucleon$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

33. Ce energie au fotonii γ obținuți din reacția de captură a neutronilor lenți de către nucleele de ${}^{59}_{27}C_0$? ${}^{59}_{27}C_0 + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{60}_{27}C_0 + \gamma$

Rezolvare:

Energia fotonilor γ se calculează cu relația:

$E_\gamma = (m_{{}^{59}_{27}C_0} + m_{{}^{1}_{0}n} - m_{{}^{60}_{27}C_0}) \bullet 931{,}5MeV = (58{,}933189 + 1{,}008665 - 59{,}933806) \bullet 931{,}5MeV \cong 7{,}5MeV \rightarrow E_\gamma = 7{,}5MeV$.

34. Utilizați legile de conservare a numărului de nucleoni, precizați natura nucleului rezidual în următoarele reacții nucleare:

${}^{17}_{7}N(p,\alpha)Y$, ${}^{7}_{3}Li(n,\gamma)Y$, ${}^{17}_{13}Al(\alpha,p)Y$, ${}^{31}_{15}P(n,\gamma)Y$, ${}^{24}_{12}Mg(d,p)Y$

(Fizica, cl.XII , pag.179).

Rezolvare:

Simbolică o reacție nucleară se scrie astfel: a+X→Y+b unde :

a→ particula sau nucleul proiectil

X→ nucleul țintă, aflat de obicei în repaus

Y→ nucleul rezidual și

b→ particula sau nucleul rezultat din reacție.

Notația simbolică a ecuației nucleare se mai scrieși astfel: X(a,b)Y .

Ecuațiile nucleare date spre rezolvare sunt de forma X(a,b)Y și pe baza legilor de conservare a numărului de nucleoni și a sarcinii electrice le putem scrie și sub forma a+X=Y+b .

${}^{17}_{7}N(p,\alpha)Y \rightarrow {}^{17}_{7}N + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{4}_{2}\alpha$

${}^{27}_{13}Al(\alpha,p)Y \rightarrow {}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{1}_{1}p$

${}^{24}_{12}Mg(d,p)Y \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{2}_{1}d \rightarrow {}^{25}_{12}Mg + {}^{1}_{1}p$

${}^{7}_{3}Li(n,\gamma)Y \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{8}_{3}Li + \gamma$

${}^{31}_{15}P(n,\gamma)Y \rightarrow {}^{31}_{15}P + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{32}_{15}P + \gamma$

Nucleele reziduale sunt : ${}^{14}_{6}C, {}^{30}_{14}Si, {}^{25}_{12}Mg, {}^{8}_{3}Li, {}^{32}_{15}P$.

BUCHAREST UNIVERSITY LIBRARY

34.Calculaţi energia cinetică a protonului emis din reacţia: ${}_{12}^{24}Mg(\alpha,p){}_{13}^{27}Al$ sub un unghi de 90^0 faţă de direcţia particulei α. Energia particulei α este de: 5,4MeV

(Fizică cl. XII /pag.180)

Rezolvare:

Scriem ecuaţia nucleară desfăşurat: ${}_{12}^{24}Mg+\alpha\rightarrow{}_{13}^{27}Al+{}_{1}^{1}p$, unde în ecuaţia simbolică : $a+X\rightarrow Y+b$, prin identificare, avem: $a={}_{2}^{4}\alpha$, $b={}_{1}^{1}p$, $X={}_{12}^{24}Mg$ şi $Y={}_{13}^{27}Al$. În datele problemei $\theta=\frac{\pi}{2}$. Energia de reacţie Q are următoarea relaţie: $Q=\left(1+\frac{m_b}{m_Y}\right)E_c^b-\left(1-\frac{m_a}{m_Y}\right)E_c^a-\frac{2\sqrt{m_a m_b E_c^a E_c^b}}{m_Y}\cos\theta$.

Cum $\cos\theta=\cos\frac{\pi}{2}=0$, atunci: $Q=\left(1+\frac{m_b}{m_Y}\right)E_c^b-\left(1-\frac{m_a}{m_Y}\right)E_c^a-0$, iar $m_a=m_\alpha, m_b=m_p, m_y=m_{Al}$, încât avem:

$$Q=\left(1+\frac{m_p}{m_{Al}}\right)E_c^p-\left(1-\frac{m_\alpha}{m_{Al}}\right)E_c^\alpha\rightarrow Q+\left(1-\frac{m_\alpha}{m_{Al}}\right)E_c^\alpha=\left(1+\frac{m_p}{m_{Al}}\right)E_c^p\rightarrow$$

$$\rightarrow E_c^p=\frac{Q+\left(1-\frac{m_\alpha}{m_{Al}}\right)E_c^\alpha}{1+\frac{m_p}{m_{Al}}}\ (1)\ \text{unde}\rightarrow E_c^\alpha=5{,}4MeV.$$

Pentru a afla energia cinetică a protonului E_c^p, trebuie să cunoaştem energia de reacţie $Q=W_{leg.}$. Calculăm energia de legătură W_{leg} a reacţiei nucleare:

$${}_{12}^{24}Mg+\alpha\rightarrow{}_{13}^{27}Al+{}_{1}^{1}p.\ W_{leg}=(m_{{}_{12}^{24}Mg}+m_{{}_{2}^{4}\alpha}-m_{{}_{13}^{27}Al}-m_{{}_{1}^{1}p})\bullet 931{,}5MeV\cong$$

$$\cong -159MeV\rightarrow\ W_{leg}=-159MeV<0$$

BCU "ALEXANDRU IOAN CUZA" LIBRARY

(endoenergetică) adică consum de energie, pentru a se produce o asemenea reacție nucleară. Cum $W_{leg} = Q = -159MeV$, atunci putem afla pe E_c^p din relația (1): $E_c^p = \dfrac{-159 + \left(1 - \dfrac{4,002604}{26,981535}\right) \bullet 5,4}{1 + \dfrac{1,007276}{26,981535}} MeV = 2,9MeV$

Energia cinetică E_c^p a protonului emis în timpul reacției este: $E_c^p = 2,9MeV$

35. Care este înălțimea barierei electrostatice de potențial pentru emisia particulelor ${}_2^4\alpha$ de către nucleul de ${}_{88}^{226}Ra$? Calculând energia cinetică a particulei ${}_2^4\alpha$ din ecuația nucleară: ${}_{88}^{226}Ra \rightarrow {}_2^4\alpha + {}_{86}^{222}Rn$ s-a găsit că are valoare $E_c^\alpha = 4,77eV$. Ce concluzii trageți asupra stării de stabilitate a nucleului de ${}_{88}^{226}Ra$? (Fizică cl. XII /pag.181)

Rezolvare:

Pentru a trage anumite concluzii, trebuie mai întâi să calculăm înălțimea barierei electrostatice de potențial: $C = 9 \bullet 10^9 \bullet \dfrac{Z_\alpha Z_{Ra} e^2}{R}$ (1), unde $R = R_\alpha + R_{Ra}$. Știm că în general $R = R_0 A^{1/3} = 1,45 \bullet 10^{-15} \bullet A^{1/3} =$ $= 1,45 \bullet 10^{-15} \sqrt[3]{A}$.

Pentru $R_\alpha = 1,45 \bullet 10^{-15} \bullet \sqrt[3]{4} = 1,45 \bullet 10^{-15} \bullet 1,5874 \cong 2,30173 \bullet 10^{-15} m$, iar pentru $R_{R_a} = 1,45 \bullet 10^{-15} \bullet \sqrt[3]{226} \cong 8,83224 \bullet 10^{-15} m$, încât $R = R_\alpha + R_{Ra} = (2,30173 + 8,83224) \bullet 10^{-15} m \cong 11,13397 \bullet 10^{-15} m$ și

substituind în relația (1), obținem: $C = 9 \bullet 10^9 \bullet \frac{2.88 \bullet (1,6 \bullet 10^{-19})^2}{11,13397 \bullet 10^{-15}} j =$

$= 3,642043 \bullet 10^{-12} j = 22,76 MeV \rightarrow C = 22,76 MeV$.

Din punct de vedere al mecanicii clasice, deoarece $E_c^{\alpha} < C$, nucleul de ${}_{88}^{226}Ra$ nu s-ar putea dezintegra decât dacă particulei ${}_2^4\alpha$ i s-ar da o energie suficientă pentru a trece peste bariera de potențial. Însă, nucleul de ${}_{88}^{226}Ra$ suferă o dezintegrare α, în mod spontan și fără transfer de energie din exterior. Acest fenomen se poate explica numai de către mecanica cuantică, unde se arată că bariera de potențial poate fi străbătută prin așa numitul „efect tunel".

36. Neutronul se dezintegrează β^- după reacția: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e + \tilde{\upsilon}$. Constanta de dezintegrare este: $\lambda = 1,09 \bullet 10^{-3} s^{-1}$. Să se calculeze energia maximă a electronilor și timpul de înjumătățire.

(Fizică cl. XII /pag.182)

Rezolvare:

Pentru reacția nucleară: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e + \tilde{\upsilon}$, scriem legea conservării energiei: $W_n^c = W_p^c + W_e^c + W_{\tilde{\upsilon}}^c$. Cum $W_{\tilde{\upsilon}}^c = W^c \cong 0$, atunci $W_n^c = W_p^c + W_e^c \rightarrow$

$\rightarrow m_n c^2 - m_p c^2 = W_e^c \rightarrow W_e^c = (m_n - m_p)c^2 = (m_n - m_p) \bullet 931,5 MeV =$

$= (1,008665 - 1,007825) \bullet 931,5 MeV = 0,782 MeV \rightarrow$

$\rightarrow W_e^c = 0,782 MeV$. Energia cinetică a electronului este: $W_e^c = 0,782 MeV$.

Perioada de înjumătățire: $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1,09 \bullet 10^{-3}} \cong 636 s$.

Mărimile fizice găsite au valorile: $W_e^c = 0,782 MeV$ și $T_{\frac{1}{2}} = 636 s$.

BCU SIBIU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

37. Câte grosimi de înjumătățire sunt necesare pentru a atenua intensitatea unui fascicul cu radiații γ de opt ori ?

(Fizică cl. XII /pag.183)

Rezolvare:

La studiul atenuării fotonilor γ de către substanțe, avem relațiile:

$I(x)=I(o)e^{-\mu x}$ și $X=\frac{\ln 2}{\mu}$. Întrucât $I(x)=\frac{I(o)}{8}$, atunci substituind în legea atenuării fotonilor γ, obținem: $\frac{I(o)}{8}=I(o)e^{-\mu x}\rightarrow\frac{1}{8}=e^{-\mu x}\rightarrow$

$$\rightarrow\frac{1}{2^3}=\frac{1}{e^{\mu x}}\rightarrow 2^3=e^{\mu x}\rightarrow 3\ln 2=\mu x\ln e\rightarrow 3\ln 2=\mu x\rightarrow x=\frac{3\ln 2}{\mu}$$

Facem raportul: $\frac{x}{X}=q$ și găsim : $q=\frac{3\ln 2}{\mu}\frac{\mu}{\ln 2}=3$.

Rezultatul ne indică faptul că în condițiile date, vom avea trei grosimi de înjumătățire.

38. Un ciclotron cu raza de 0,5m, este alimentat de un generator de înaltă frecvență, având frecvența $\upsilon=10MHz$.

Să se calculeze:

a) inducția câmpului magnetic pentru a accelera deutronii;

b) energia cu care ies deutronii din ciclotron;

c) energia unui proton și a unui helion, în aceleași condiții. Nu se ține seama de variația relativistă a masei particulelor accelerate.

Rezolvare:

a) Din egalitatea dintre forța lorentziană și cea centripetă, obținem:

$qvB=\frac{mv^2}{r}\rightarrow qBr=mv\rightarrow B=\frac{mv}{qr}$ (1). Dar $v=\omega r=2\pi\upsilon r$ și atunci,

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

relația (1) devine: $B=\frac{m2\pi\upsilon r}{qr}=\frac{2m\pi\upsilon}{q}\rightarrow B=\frac{2m\pi\upsilon}{q}$, unde

$q\rightarrow$ sarcina unui deutron care este egală cu sarcina electronului în modul,

încât: $B=\frac{2\bullet 3{,}14\bullet 2\bullet 1{,}66\bullet 10^{-27}\bullet 10^{7}}{1{,}6\bullet 10^{-19}}=1{,}3T\rightarrow B=1{,}3T.$

b) $E_c^d=\frac{m_d v^2}{2}=\frac{m_d}{2}(2\pi\upsilon r)^2=\frac{2\bullet 1{,}66\bullet 10^{-27}}{2}\bullet 4\bullet\pi^2\bullet 10^{14}\bullet 0{,}5^2\,j=$

$\cong 1{,}6\bullet 10^{-12}\,j=10^7 eV=10MeV\rightarrow E_c^d=10MeV.$

c) $E_c^p=\frac{m_p v_p^2}{2}=\frac{m_p}{2}(2\pi\upsilon r)^2=\frac{m_p}{2}4\pi^2\upsilon^2 r^2=2m_p\pi^2\upsilon^2 r^2=.$

$2\bullet 1{,}66\bullet 10^{-27}\bullet 10\bullet 10^{14}\bullet 0{,}5^2=5\bullet 1{,}66\bullet 10^{-13}\,j=5MeV$

$E_c^\alpha=\frac{m_\alpha}{2}v_\alpha^2=\frac{m_p}{2}\left(4\pi^2\upsilon^2 r^2\right)=2\pi^2 m_p\upsilon^2 r^2=2\bullet 10\bullet 1{,}66\bullet 10^{-27}\bullet 10^{14}\bullet 0{,}5^2\,j=$

$=20MeV.$

40. Ce volum ocupă, în condiții normale și de presiune, heliu rezultat din dezintegrarea unei cantități m de radiu pur în timpul t? Se dau: perioada de înjumătățire T a radiului, volumul molar V_{μ_0} și masa atomică A.

Rezolvare:

Plecăm de la relația:

$-\frac{dN}{dt}=N\lambda\rightarrow\frac{N_0-N}{t}=N\lambda\rightarrow N_0-N=tN\lambda\rightarrow$

$\rightarrow N_0(1-e^{-\lambda t})=tN\lambda$ (1). Dar $N=\upsilon N_A=\frac{m}{A}N_A$ și atunci, relația (1)

devine $N_0(1-e^{-\lambda t})=t\frac{m}{A}N_A\lambda$ (2). Din relația $\frac{N_0}{V_0}=\frac{N_A}{V_{\mu 0}}\rightarrow N_0=\frac{V_0 N_A}{V_{\mu 0}}$

și înlocuind în (2) avem: $\frac{V_0}{V_{\mu 0}}\left(1-\frac{1}{e^{\lambda t}}\right)=\frac{m}{A}\frac{\ln 2}{T}t$ (3). Cum $\frac{1}{e^{\lambda t}}<<1$,

relația:

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$1-\frac{1}{e^{\lambda t}} \cong 1$, încât relația (3) devine: $\frac{V_0}{V_{\mu 0}} = \frac{m}{A}\frac{\ln 2}{T}t \rightarrow V_0 = V_{\mu 0}\frac{m}{A}\frac{\ln 2}{T}t$.

Volumul ce-l ocupă o sursă m de radiu în condiții normale este: $V_0 = V_{\mu 0}\frac{m}{A}\frac{\ln 2}{T}t$.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Mărimi fizice şi unităţi

1. Mărimi şi unităţi S.I. fundamentale.

La Conferinţa Generală de Măsură şi Greutăţi ţinută în oct. 1960 la Paris, s-au adoptat şapte mărimi fizice fundamentale cu unităţile corespunzătoare în S.I. în domeniul mecanic, termodinamic, electricitate şi optică.

Mărimea fizică	Denumirea	Simbolul
lungime	metru	m
masă	kilogramul	kg
timp	secunda	s
cantitate de substanţă	mol	mol
temperatură termodinamică	kelvin	K
intensitatea curentului electric	amper	A
intensitate luminoasă	candela	cd

Definiţia unităţilor S.I. fundamentale

1. Metrul este lungimea drumului parcurs de lumină în vid în timp de 1/ 299792458 dintr-o secundă.

2. Kilogramul este egal cu masa prototipului internaţional al kilogramului (din platină iridată, păstrat la Biroul Internaţional)

3. Secunda este durata a 9192631770 perioade ale radiaţiei care corespunde tranziţiei între două nivele de energie hiperfine ale stării fundamentale ale atomului de cesiu 133.

4. Molul este cantitatea de substanţă a unui sistem care conţine tot atâtea entităţi elementare câţi atomi există în 12 grame de carbon 12.

Să nu se confunde noţiunea de masă care se măsoară cu kg, cu mărimea cantităţii de substanţă care se măsoară cu molul.

5. Kelvinul este fracţiune 1/273,16K din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei. Între temperatura absolută T, T_0 şi t^0 C al apei există relaţia : $T_k=T_0+t^0$ C =273,15+ t^0 C.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Să nu confundați 273,16K, temperatura punctului triplu al apei, cu 273,15K, temperatura de topire a gheții.

6. Amperul este intensitatea unui curent constant care, menținut în doi conductori paraleli, rectilinii cu lungime infinită și secțiune circulară neglijabilă așezați în vid, la distanța de 1m unul de altul, ar produce între acești conductori o forță de $2 \bullet 10^{-7}$ newton pe o lungime de un metru.

7. Candela este intensitatea luminoasă, într-o direcție dată, a unei surse care emite o radiație monocromatică cu frecvența de $540 \bullet 10^{12}$ Hz și a cărei intensitate energetică, în această direcție, este 1/683 W/sr.

2. Mărimi derivate și unități

Se obțin cu ajutorul unor formule stabilite empiric sau teoretic între mărimile fizice.

Unitățile mărimilor derivate se exprimă cu ajutorul unităților fundamentale S.I.

Unitățile mărimilor mecanice

Denumirea	Simbol și relația de definiție	Denumirea	Simbol
1	2	3	4
- unghiul solid	$\Omega=S/R^2$	steradian	sr
- aria	$S=a^2$	metru pătrat	m^2
- volumul	$V=a^3$	metru cub	m^3
- viteza	$V=S/t$	metru pe secundă	m/s
- accelerația	$a=\Delta v/\Delta t$	metru pe secundă la pătrat	m/s^2
- densitate	$\rho=m/v$	kilogram pe metru cub	kg/m^3
- forța	$F=ma$	newton	N
- greutate	$G=mg$	newton	N
- presiune	$p=F/S$	pascal	$Pa,N/m^2$
- efort unitar	$\sigma=F/S$	pascal	$Pa,N/m^2$
- modulul young	$E=\sigma/\varepsilon$	pascal	$Pa,N/m^2$
- impuls	$p=mv$	kilogram-metru pe secundă	$kg \bullet m/s$

IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- lucru mecanic (energia)	$L=Fd$	joule	j
- puterea	$P=L/t$	watt	W
- viteza unghiului	$\omega=\varphi/t$	radian pe secundă	rad/s
- frecvența	$\nu=1/T$	secundă la minus 1	s^{-1}
- momentul forței	$M=Fr$	newton-metru	N•m
- momentul cinetic	$L=mvr$	joule ori secundă	J•s
- perioada de oscilație	T	secundă	s
- frecvența de oscilație	$\nu=1/T$	hertz	Hz
- faza	$\varphi=\omega t+\varphi_0$	radian pe secundă	rad
- pulsația	$\omega=2\pi\nu$	secundă la minus unu	s^{-1}
- lungimea de undă	$\lambda=vT$	metru	m

Unitățile mărimilor fizicii moleculare și termodinamicii

Denumirea	**Simbol și relația de definiție**	**Denumirea**	**Simbol**
1	2	3	4
- cantitatea de căldură	$Q=mc\Delta T$	joule	j
- capacitatea calorică	$C=Q/\Delta T$	joule pe Kelvin	j/K
- căldură specifică	$c=Q/m\Delta T$	joule pe kilogram Kelvin	j/kg•K
- căldură molară	$C_\mu=Q/\nu\Delta T$	joule pe KmolKelvin	j/Kmol•K
- putere calorică	$q=Q/m$	joule pe kilogram	j/kg
- căldură latentă	$Q=m\lambda$	joule	j
- căldură latentă specifică	$\lambda=Q/m$	joule pe kilogram	j/kg
- coeficient de tensiune superficială	$\sigma=F/l$	newton pe metru	N/m
- coeficient termic de dilatare	$\alpha=\Delta l/l_0\Delta T$	Kelvin la minus unu	K^{-1}
- entropie	$S=\Delta Q/T$	joule pe Kelvin	j/K

BRANCH CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Unităţile mărimilor de electricitate şi magnetice

Denumirea	Simbol şi relaţia de definiţie	Denumirea	Simbol
1	2	3	4
- sarcina electrică	$Q=I\bullet t$	coulomb	C
- permitivitatea vidului	$\varepsilon_0=cd/S$	farad pe metru	F/m
- permitivitatea mediului	$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$	farad pe metru	F/m
- densitate superficială	$\sigma=q/S$	coulomb pe metru pătrat	C/m^2
- densitate volumică de sarcină	$\rho=q/V$	coulomb pe metru cub	C/m^3
- intensitatea câmpului electric	$E=F/q$	newton pe coulomb	N/C
- capacitate electrică	$C=Q/V$	farad	F
- rezistenţă electrică	$R=U/I$	ohm	Ω
- rezistivitate electrică	$\rho=RS/l$	ohm pe metru	$\Omega\bullet m$
- echivalent electrodinamic	$K=m/Q$	kilogram pe coulomb	kg/C
- intensitatea câmpului magnetic	$H=I/2\pi r$	amper pe metru	A/m
- inductanţa magnetică	$B=F/I\bullet l$	newton pe amper ori metru (tesla)	T
- flux magnetic	$\Phi=B\bullet S_n$	weber	Wb
- inductanţă proprie	$L=\Phi/I$	henry	H
- permeabilitatea magnetică a vidului	$\mu_0=\frac{2\pi Br}{\mu_r I}$	newton pe amper pătrat	N/A^2

Unităţile mărimilor optice

Denumirea	Simbol şi relaţia de definiţie	Denumirea	Simbol
1	2	3	4
- flux de energie radiantă	$\Phi_e=W/t$	watt	W
- intensitatea energetică a radiaţiei	$I_e=\Delta\Phi_e/\Delta\Omega$	watt pe steradian	W/sr

POLITEHNICA UNIVERSITY LIBRARY

- iluminarea energetică	$E_e = \Delta\Phi_e/\Delta A$	watt pe metru pătrat	W/m^2
- flux luminos	$\Delta\Phi = I\Delta\Omega$	lumen	lm
- iluminare	$E = \Delta\Phi/\Delta A$	lux	lx
- putere optică (convergență)	$C = 1/f$	metru la minus unu	δ (dioptrie)
- mărire liniară	$\beta = y_2/y_1$	mărime fizică fără dimensiune	
- grosisment	$G = tg\alpha_2/tg\alpha_1$	mărime fizică fără dimensiune	
- coeficient de absorbție a luminii	K	metru la minus unu	m^{-1}

Unitățile mărimilor fizicii atomice și nucleare

Denumirea	Simbol și relația de definiție	Denumirea	Simbol
1	2	3	4
- doză de radiație	$D_n = \Delta W/\Delta m$	joule pe kilogram	j/kg
- puterea iradierii	$P_n = \Delta D_n/\Delta m$	watt pe kilogram	W/kg
- doză de expunere	$D_e = \Delta q/\Delta m$	couloumb pe kilogram	C/kg
- puterea expunerii	$P_e = \Delta D_e/\Delta m$	amper pe kilogram	A/kg
- intensitatea iradierii	$I = \Delta W/\Delta t\Delta s$	watt pe metru pătrat	W/m^2
- activitate radioactivă nucleară	$A = \lambda N$	secundă la minus unu	s^{-1}=1dez/s 1Ci=$3,7 \bullet 10^{10} \bullet s^{-1}$
- densitatea fluxului de ionizare prin fotoni	$D = \Delta N/\Delta t\Delta S$	secundă la minus unu - metru la minus doi	$s^{-1} \bullet m^{-2}$

BCU "I. I. C. BRĂTIANU" UNIVERSITY LIBRARY

B.C.U. „M. EMINESCU" IAŞI
F I Z I C Ă

Bibliografie

1. Anastasiu M. şi Drobotă V. – Fizica pentru admitere în facultate vol.I. şi II.
2. Bursuc Ilie – Suprafeţe Fermi
3. Creţu T. şi alţii – Culegere de probleme de fizică pt. învăţământul superior, ed. 1971 – Fizică teorie şi probleme vol.I şi II, ed 1991.
4. Chiorcea N. – Teste de fizică
5. Cioacă C. şi alţii – Probleme rezolvate de electricitate
6. Manuale fizică cl. IX,X,XI şi a XII a de liceu
7. Cone Gabriela şi alţii – Probleme de fizică vol.I şi II.
8. Dobre Ioan Elvira şi alţii – Culegere de probleme de fizică pentru liceu.
9. Galbură A şi alţii – Probleme fenomene termice, electrice, optice
10. Gheorghiu D. şi Silvia – Probleme de fizică
11. Hristiev A. – Probleme de fizică: mecanică, moleculară şi căldură, electricitate, optică, fizică atomică şi nucleară
12. Probleme date la olimpiadele de fizică;
13. Culegere de probleme de fizică cl. IX – X ed. 1983.
14. Luca Emil şi alţii – Fizică generală ed. 1981
15. Maican C. şi alţii – Probleme de fizică pentru licee
16. Melinte Sofia şi alţii – Teste de fizică VolI., II. şi III.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Lecție în Laboratorul de Fizică
"Constantin Popa"
(înființat în anul 1962) al
Liceului "Nicu Gane",
Clasa IX b, anul şcolar 1976-77

ISBN 973-87531-0-4